$N_2 \simeq 10^{13}$ 1/см^3, что соответствует режиму линейного усиления, $h\nu = 3{,}4 \cdot 10^{-20}$ Дж, $T_1 = 4$ нс и при измеренных значениях $G = 5 \cdot 10^3$, $k_0 = 16$ см$^{-1}$, $\Delta\Omega = 4 \cdot 10^{-4}$ ср, $A = 0{,}3 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-2}$ см^2, $\tau_{н} = 25$ нс формула (2) дает величину $W_{ш} = 4 \cdot 10^{-6}$ Дж, что достаточно удовлетворительно согласуется с измеренным значением $W_{ш}$.

Таким образом, применение данного метода измерения динамического диапазона ОКУ позволило установить предельные значения основных параметров ОКУ изображения на основе раствора родамина 6Ж в этаноле.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лазеры** на красителях/Под ред. Ф. Л. Шефера. М.: Мир, 1978.
2. **Ханин Я. Ч.** Динамика квантового генератора. М.: Сов. радио, 1973. Т. 2.
3. **Ярив А.** Квантовая электроника и нелинейная оптика. М.: Сов. радио, 1973.

Поступило в редакцию 22 июня 1979 г.;
окончательный вариант — 26 ноября 1979 г.

УДК 681.3

М. Н. ГОЛУБКОВА, Е. Ф. ОЧИН

(Ленинград)

БИНАРНЫЙ СИНТЕЗ КОМПЛЕКСНЫХ ОПЕРАЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ КОГЕРЕНТНОГО ОПТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССОРА

Основным операционным блоком аналогового когерентного оптического процессора является пространственно-частотный фильтр, выполняющий функцию амплитудно-фазовой модуляции фурье-образа входного изображения. В общем виде передаточная функция такого фильтра описывается выражением

$$H(\xi, \eta) = a(\xi, \eta) \exp[-i\varphi(\xi, \eta)], \tag{1}$$

где ξ, η — пространственные частоты, $a(\xi, \eta)$ — функция амплитудной модуляции, $\varphi(\xi, \eta)$ — функция фазовой модуляции.

Осуществляя дискретизацию и ступенчатую аппроксимацию передаточной функции (1) в пределах ограниченной полосы пропускания процессора ($|\xi| \leqslant \xi_{\max}$, $|\eta| \leqslant \eta_{\max}$), преобразуем (1) к виду

$$H_1(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} a_{mn} e^{-i\varphi_{mn}} \operatorname{rect}\left[\frac{\xi - \Delta\xi\left(m - \frac{M+1}{2}\right)}{\Delta\xi}\right] \times$$
$$\times \operatorname{rect}\left[\frac{\eta - \Delta\eta\left(n - \frac{N+1}{2}\right)}{\Delta\eta}\right]. \tag{2}$$

Здесь $\Delta\xi$, $\Delta\eta$ — шаги дискретизации, являющиеся величинами, обратными соответствующим размерам входной апертуры процессора; $M = 2\,\xi_{\max}/\Delta\xi$; $N = 2\,\eta_{\max}/\Delta\eta$.

Фильтр, имеющий передаточную функцию (2), принципиально может быть реализован в виде двух плотно прилегающих друг к другу фильтров (амплитудного и фазового). Такой фильтр назовем «идеальным». Однако необходимость точной взаимной юстировки амплитудного и фазового фильтров затрудняет его физическую реализацию.

В работе [1] предложено каждую ячейку фильтра (2) размером $\Delta\xi \times \Delta\eta$ заменить прозрачным прямоугольным элементом размером $b\Delta\xi \times c\Delta\eta$ ($0 \leqslant b$, $c \leqslant 1$) на фоне непрозрачной ячейки размером $\Delta\xi \times \Delta\eta$. При этом элемент смещен относительно центра ячейки на величину $p\Delta\xi$ в направлении одной из координат. В результате такой процедуры, которую называют бинарным синтезом, передаточная функция фильтра примет вид

$$H_2(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \operatorname{rect}\left[\frac{\xi - \Delta\xi\left(m - \frac{M+1}{2}\right) - \Delta\xi p_{mn}}{b_{mn}\Delta\xi}\right] \times$$
$$\times \operatorname{rect}\left[\frac{\eta - \Delta\eta\left(n - \frac{N+1}{2}\right)}{c_{mn}\Delta\eta}\right]. \tag{3}$$

Если на фильтр (3) падает плоская наклонная волна $\exp(-i2\pi\xi/\Delta\xi)$, то с точностью до постоянной среднее значение комплексной амплитуды в пределах ячейки равно $c_{mn}\sin(\pi b_{mn})\exp(-i2\pi p_{mn})$ [1]. Следовательно, связь параметров синтезированного и идеального фильтров может быть выражена следующим образом:

$$\begin{cases} a_{mn} = c_{mn}\sin(\pi b_{mn}), \\ \varphi_{mn} = 2\pi p_{mn}. \end{cases} \tag{4}$$

Такое обоснование недостаточно строго, так как процедура осреднения комплексной амплитуды в пределах ячейки приводит к потере информации об истинном характере импульсного отклика фильтра.

Теоретическое обоснование синтеза фильтров, в основе которого лежит сравнение импульсных откликов бинарного амплитудного фильтра (3) и фильтра, получающегося в результате дискретизации заданной передаточой функции (1), дано в работе [2]. Однако необходимость введения ряда ограничений и приближений делает этот подход нестрогим.

В данной работе дается теоретическое обоснование синтеза комплексных пространственно-частотных фильтров, в основе которого лежит сравнение импульсных откликов идеального (2) и реального бинарного амплитудного (3) фильтров.

Представим каждый элемент mn бинарного фильтра (3) в виде произведения бесконечной периодической функции, получающейся в результате мультипликации элемента с шагами $\Delta\xi$, $\Delta\eta$, и функции прямоугольной ячейки размером $\Delta\xi\times\Delta\eta$, смещенной на величины $\Delta\xi(m-(M+1)/2)$ и $\Delta\eta(n-(N+1)/2)$:

$$H_2(\xi,\eta) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} \operatorname{rect}\left[\frac{\xi-\Delta\xi\left(m-\frac{M+1}{2}\right)}{\Delta\xi}\right]\operatorname{rect}\left[\frac{\eta-\Delta\eta\left(n-\frac{N+1}{\Delta\eta}\right)}{\Delta\eta}\right]\times$$
$$\times\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\operatorname{rect}\left[\frac{\xi-(p_{mn}+k)\Delta\xi}{b_{mn}\Delta\xi}\right]\operatorname{rect}\left[\frac{\eta-l\Delta\eta}{c_{mn}\Delta\eta}\right]. \tag{5}$$

После разложения бесконечной периодической функции в ряд Фурье выражение (5) преобразуется к виду

$$H_2(\xi,\eta) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} \operatorname{rect}\left[\frac{\xi-\Delta\xi\left(m-\frac{M+1}{2}\right)}{\Delta\xi}\right]\operatorname{rect}\left[\frac{\eta-\Delta\eta\left(n-\frac{N+1}{2}\right)}{\Delta\eta}\right]\times$$
$$\times\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\mathscr{H}_{mnkl}\exp\left[i2\pi\left(\frac{\xi}{\Delta\xi}k+\frac{\eta}{\Delta\eta}l\right)\right],$$

где

$$\mathscr{H}_{mnkl} = \frac{1}{\Delta\xi\Delta\eta}\exp(-i2\pi kp_{mn})\int\limits_{-\frac{1}{2}b_{mn}\Delta\xi}^{\frac{1}{2}b_{mn}\Delta\xi} d\xi \int\limits_{-\frac{1}{2}c_{mn}\Delta\eta}^{\frac{1}{2}c_{mn}\Delta\eta} d\eta\exp\left[-i2\pi\left(\frac{\xi}{\Delta\xi}k+\frac{\eta}{\Delta\eta}l\right)\right] =$$
$$= \begin{cases} c_{mn}b_{mn} \quad \text{при } k=l=0, \\ \frac{1}{\pi l}b_{mn}\sin(\pi lc_{mn}) \quad \text{при } k=0,\ l\neq 0, \\ \frac{1}{\pi k}c_{mn}\sin(\pi kb_{mn})\exp(-i2\pi kp_{mn}) \text{ при } l=0,\ k\neq 0. \\ \frac{1}{\pi^2 kl}\sin(\pi kb_{mn})\sin(\pi lc_{mn})\exp(-i2\pi kp_{mn}) \quad \text{при } k\neq 0,\ l\neq 0. \end{cases}$$

Таким образом,

$$H_2(\xi,\eta) = \sum_{m,n}\operatorname{rect}\left[\frac{\xi-\Delta\xi\left(m-\frac{M+1}{2}\right)}{\Delta\xi}\right]\operatorname{rect}\left[\frac{\eta-\Delta\eta\left(n-\frac{N+1}{2}\right)}{\Delta\eta}\right]\times$$
$$\times\Bigg\{b_{mn}c_{mn}+\frac{2}{\pi}b_{mn}\sum_{l=1}^{\infty}\frac{1}{l}\sin(\pi lc_{mn})\cos\left(2\pi l\frac{\eta}{\Delta\eta}\right)+\frac{2}{\pi}c_{mn}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}\sin(\pi kb_{mn})\times$$

$$\times \cos 2\pi k\left(\frac{\xi}{\Delta\xi} - p_{mn}\right) + \frac{4}{\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}\frac{1}{kl}\sin(\pi k b_{mn})\sin(\pi l c_{mn})\cos 2\pi k\left(\frac{\xi}{\Delta\xi} - p_{mn}\right)\times$$

$$\times \cos\left(2\pi l\frac{\eta}{\Delta\eta}\right)\Bigg\}. \qquad (6)$$

Импульсный отклик фильтра, передаточная функция которого описывается выражением (6), имеет вид

$$h_2(x, y) = \Delta\xi\Delta\eta\sum_{m,n} e^{-i\psi(m,n)}\Bigg\{\operatorname{sinc}(x\Delta\xi)\operatorname{sinc}(y\Delta\eta)\, b_{mn}c_{mn} + \frac{2}{\pi}b_{mn}\operatorname{sinc}(x\Delta\xi)\times$$

$$\times\sum_{l=1}^{\infty}\frac{1}{l}s_l\operatorname{sinc}\left[\Delta\eta\left(y \pm \frac{l}{\Delta\eta}\right)\right] + \frac{2}{\pi}c_{mn}\operatorname{sinc}(y\Delta\eta)\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}s_k\operatorname{sinc}\left[\Delta\xi\left(x \pm \frac{k}{\Delta\xi}\right)\right]\times \qquad (7)$$

$$\times e^{\pm i2\pi p_{mn}} + \frac{4}{\pi^2}\sum_{k,l}\frac{1}{kl}s_k s_l\operatorname{sinc}\left[\Delta\xi\left(x \pm \frac{k}{\Delta\xi}\right)\right]\operatorname{sinc}\left[\Delta\eta\left(y \pm \frac{l}{\Delta\eta}\right)\right]e^{\pm i2p\pi_{mn}}\Bigg\},$$

где $\psi(m, n) = 2\pi[x\Delta\xi(m - (M+1)/2) + y\Delta\eta(n - (N+1)/2)]$, $s_k = \sin(\pi k b_{mn})$, $s_l = \sin(\pi l c_{mn})$, $f(z \pm \Delta z) = f(z + \Delta z) + f(z - \Delta z)$. Первый, второй, третий и четвертый члены в фигурных скобках выражения (7) описывают порядки дифракции (0, 0), (0, $\pm l$), ($\pm k$, 0) и ($\pm k$, $\pm l$) соответственно.

Сравним импульсный отклик идеального фильтра

$$h_1(x, y) = \Delta\xi\Delta\eta\operatorname{sinc}(y\Delta\eta)\operatorname{sinc}(x\Delta\xi)\sum_{m,n} a_{mn}e^{-i\varphi_{mn}}e^{-i\psi(m,n)} \qquad (8)$$

с указанными порядками дифракции импульсного отклика реального фильтра (7). Порядки дифракции (0, 0) и (0, $\pm l$) должны быть исключены из рассмотрения, так как не содержат информации о фазе. Форма импульсного отклика идеального фильтра наилучшим образом согласована с порядками дифракции (± 1, 0):

$$h_2^{\pm 1}(x, y) = \frac{2}{\pi}\Delta\xi\Delta\eta\operatorname{sinc}(y\Delta\eta)\operatorname{sinc}\left[\Delta\xi\left(x \pm \frac{1}{\Delta\xi}\right)\right]\sum_{m,n} c_{mn}\sin(\pi b_{mn})\, e^{\pm i2\pi p_{mn}}e^{-i\psi(m,n)} \qquad (9)$$

Действительно, при выполнении условий (4) выражения (8) и (9) отличаются друг от друга только постоянным смещением $\pm 1/\Delta\xi$ (отличие на постоянный множитель $2/\pi$ из рассмотрения исключаем). Умножение передаточной функции реального фильтра на $\exp(-i2\pi\xi/\Delta\xi)$ (введение призмы в фурье-плоскость процессора) приводит к совмещению импульсного отклика идеального фильтра и порядка дифракции (+1, 0) импульсного отклика реального фильтра.

Таким образом, переход от комплексного фильтра (2) к его бинарному эквиваленту осуществляется без введения каких-либо приближений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Brown B. R., Lohmann A. W.** Complex Spatial Filtering with Binary Masks.— Appl. Opt., 1966, vol. 5, p. 967—968.
2. **Lohmann A. W., Paris D. P.** Binary Fraunhofer Holograms Generated by Computer.— Appl. Opt., 1967, vol. 6, p. 1739—1748.

Поступило в редакцию 25 июня 1979 г.