Алгоритм	Массив					
	256* 256			1024 *1024		
	Время расчета	V	Q	Время расчета	V	Q
БПФ с магнитной лентой	12 ч 44′	2^1	—	200 ч	2^1	—
БПФ с диском без применения быстрых алгоритмов	5 ч 30′	2^1	2^9	21 ч 10′	2′	2^{21}
Ханта [1]	38′	2^5	2^3+2	4 ч 25′	2^5	2^5+2
Эклунда [2]	43′	2^1	2^4	3 ч 7′	2^1	2^4+4
Экстрома [3]	31′	2^4	2^2	2 ч	2^5	2^2
Тип ЭВМ	ЕС-1020			ЕС-1022		

библиотеки стандартных программ ЭВМ ЕС. Для иллюстрации эффективности рассмотренных алгоритмов в таблице приведены данные, полученные для ВЗУ с прямым и последовательным доступами без применения быстрых алгоритмов транспонирования.

На основании исследований сделаны следующие выводы:

использование для БПФЗУ с последовательным доступом нецелесообразно;

наиболее эффективным в случае ограниченной памяти ОЗУ является алгоритм Экстрома;

при равных Q_i необходимо отдать предпочтение алгоритму Ханта, осуществляющему транспонирование матрицы в ОЗУ по частям;

дальнейшее увеличение быстродействия алгоритма Экстрома возможно посредством увеличения быстродействия БПФ, занимающего более 60% общего времени работы ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Хант Б. Р.** Структура данных и организация вычислений при цифровом улучшении качества изображений.— ТИИЭР, 1972, т. 60, № 7.
2. **Eklyndh J. O.** A Fast Computer Method for Matrix Transposing.— IEEE Trans. Computers, 1972, vol. C-21, N 7.
3. **Twogood R. E., Ekstrom M. P.** An Extension of Eklund's Matrix Transposition Algorithm and its Application in Digital Image Processing.— IEEE Trans. Computers, 1976, vol. C-25, N 9.
4. **Оноэ М.** Метод двумерного преобразования без транспонирования большой матрицы данных.— ТИИЭР, 1975, т. 63, № 1.

Поступило в редакцию 28 августа 1978 г.

УДК 621.314

М. Г. РОХМАН

(Харьков)

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ БУФЕРНЫХ ДЕЛИТЕЛЕЙ НА НЕРАВНОМЕРНЫЕ ДВОИЧНЫЕ ИМПУЛЬСНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Во многих устройствах преобразования (например, управляемые делители частоты (УДЧ)) выходная частота $f_в$ представлена суперпозицией двоичных субгармонических составляющих входной (опорной) частоты f_0, т. е.

$$f_в = f_0 \sum_{k=p}^{i} b_k 2^{-k}, \tag{1}$$

где индексы p, i — номера младшей и старшей составляющих в данной комбинации $f_в$, $b_k \in \{0; 1\}$.

Если n — число разрядов УДЧ, то индексы p, i могут принимать значения

$$p = \overline{(1,\ n)}, \qquad i = \overline{(p+1,\ n)} \tag{2}$$

при 2^n комбинациях выходной частоты.

В этом случае выходная импульсная последовательность любой комбинации из всего множества 2^n (за исключением n комбинаций, представленных только одной из n субгармоник) имеет явно выраженную периодическую неравномерность и может быть охарактеризована следующими параметрами: интервалом неравномерности $T_{\text{нр}} = 2^i T_0$; числом импульсов за интервал неравномерности $N_{\text{нр}} = 2^i \sum\limits_{k=p}^{i} \times$ $\times\, b_k 2^{-k}$; максимальным и минимальным периодами следования импульсов внутри интервала неравномерности $T_{\max} = 2^p T_0$, $T_{\min} = 2^{p-1} T_0$; количеством следующих друг за другом максимальных и минимальных периодов следования импульсов внутри интервала неравномерности

$$\eta_{\max} = 2^{j-p} - 1, \quad \eta_{\max} = 2^{h-p+2^c} - 2. \tag{3}$$

В последних выражениях индексами j и h обозначены соответственно номера первой субгармоники данной комбинации из следующих после p-субгармоники с пропуском номера ($p \leqslant j \leqslant i$) и старшей субгармоники из следующих за p-субгармоникой без пропуска номера в данной комбинации ($p \leqslant h \leqslant i$). При $h = i$ $c = 0$, при $h < i$ $c = 1$.

Анализ выражений (3) показывает, что в зависимости от комбинаций двоичных составляющих, образующих выходную частоту УДЧ, $\eta_{\max}$ может принимать нечетные значения от 1 до $2^{i-p} - 1$ включительно (при $j = n$, $p = 1$ $\eta_{\max} = 2^{n-1} - 1$), $\eta_{\min}$ — четные значения от 2 до $2^{i-p+1} - 2$; для комбинаций с $\eta_{\max} > 1$ (комбинации двоичных составляющих с $j \geqslant p+2$ во всей области определения индекса j) $\eta_{\min} = 2$; для комбинаций с $\eta_{\max} > 1$ (комбинации, в состав которых входит не менее двух первых субгармоник (p, $p+1$) без пропуска номера) $\eta_{\min} = 2^{h-p+2^c} - 2$ при этом для комбинаций, образованных только двумя соседними составляющими (p, $p+1$), $\eta_{\max} = 1$, $\eta_{\min} = 2$.

Следовательно, все комбинации неравномерных двоичных импульсных последовательностей из множества 2^n комбинаций можно разбить на 3 группы, отличающиеся по величине и количеству следующих друг за другом временных сдвигов между импульсами внутри интервала неравномерности.

1. Комбинации, образованные только p- и $p+1$-субгармониками:

$$\eta_{\max} = 1, \qquad \eta_{\min} = 2. \tag{4}$$

Для этой группы комбинаций импульсная последовательность на выходе УДЧ (рис. 1)

$$f_{в_1} = (3/2)\, f_0 2^{-p},$$

где f_0 — равномерная импульсная последовательность на входе УДЧ.

2. Комбинации, имеющие разрыв (разрывы) номеров субгармоник внутри ряда:

$$\eta_{\max} = 1, \ \eta_{\min} = 2^{h-p+2^c} - 2. \tag{5}$$

В виде примера на рис. 1 показана $f_{в_2} = f_0\,(2^{-p} + 2^{-p-1} + 2^{-p-2})$.

3. Комбинации, содержащие разрыв номеров субгармоник после p-субгармоники:

$$\eta_{\max} = 2^{j-p} - 1, \qquad \eta_{\min} = 2. \tag{6}$$

В этой группе комбинаций $j \geqslant p+2$. На рис. 1 представлена $f_{в_3} = f_0\,(2^{-p} + 2^{-p-3})$.

Поскольку импульсы внутри интервала неравномерности следуют с периодами $T_{\max}$ и $T_{\min}$, коэффициент неравномерности $К_{\text{нр}}$ для рассматриваемых последовательностей $К_{\text{нр}} = T_{\max}/T_{\min} = 2$.

Последнее приводит к возникновению погрешностей в дискретных преобразователях из кода во временной интервал и наоборот [1, 2]. А это, в свою очередь, отрицательно сказывается, например, на точности выхода режущего инструмента в заданную точку траектории при числовом программном управлении станками [3] или на характере низкочастотных возмущений в цифровых регуляторах [4].

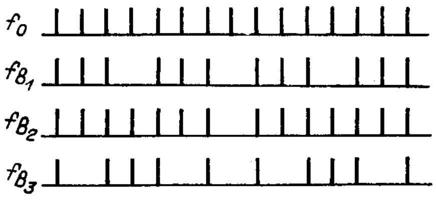

Рис. 1.

Для уменьшения $K_{нр}$ на выходе преобразователей включаются буферные делители емкостью 2^d. При этом для сохранения зависимости между входом и выходом преобразователя частота f_0 также увеличивается в 2^d раз. Включение буферных делителей приводит к деформации временных сдвигов между импульсами внутри интервала неравномерности.

Таким образом, если на входе буферного делителя емкостью 2^d импульсная последовательность характеризуется выражениями (1) — (5) с периодом опорной частоты $T_0\ 2^{-d}$ (за счет увеличения опорной частоты в 2^d раз), то на выходе интервал неравномерности $T_{нр}$ увеличится в 2^d раз, а число импульсов $N_{нр}$ останется неизменным. Кроме того, в импульсной последовательности появятся импульсы с временным сдвигом $T_{ср}$, отличным от T_{max} и T_{min}. Значения T_{max}, T_{min} и $T_{ср}$ на выходе буферного делителя зависят от комбинации двоичных составляющих и значения 2^d и определяют новое значение $K_{нр}$

Необходимо оценить влияние буферных делителей на величину $K_{нр}$ для всех 2^n возможных комбинаций.

С этой целью рассмотрим все три группы неравномерных импульсных последовательностей при наличии на выходе УДЧ буферного делителя емкостью 2^d.

Первая группа комбинаций характеризуется $N_{нр}=3$.

Так как число импульсов на интервале неравномерности при включении буферных делителей остается неизменным, то:

а) после каждого нечетного деления ($d=2k+1$) интервал неравномерности будет характеризоваться двумя максимальными периодами следования импульсов с

$$T_{max}^{(2k+1)} = T_{max}^{(2k)} + T_{min}^{(2k)} \tag{7}$$

и одним минимальным с

$$T_{min}^{(2k+1)} = 2T_{min}^{(2k)}; \tag{7а}$$

б) после каждого четного деления ($d=2k$) — одним максимальным периодом с

$$T_{max}^{(2k)} = 2T_{max}^{(2k-1)} \tag{8}$$

и двумя минимальными с

$$T_{min}^{(2k)} = T_{max}^{(2k-1)} + T_{min}^{(2k-1)}. \tag{8а}$$

Решение рекуррентных уравнений (7), (7а), (8) и (8а) дает следующие зависимости:

$$\begin{gathered} T_{max}^{(2k+1)} = \frac{2^{2k+3}+1}{6}\,T_{max}, \quad T_{max}^{(2k)} = \frac{2^{2k+1}+1}{3}\,T_{max}, \\ T_{min}^{(2k+1)} = \frac{2^{2k+2}-1}{3}\,T_{max}, \quad T_{min}^{(2k)} = \frac{2^{2k+2}-1}{6}\,T_{max}. \end{gathered} \tag{9}$$

Следовательно,

$$K_{нр}^{(d)} = \begin{cases} \dfrac{2^{2k+3}+1}{2^{2k+3}-2} & \text{при } d = 2k+1, \\ \dfrac{2^{2k+2}+2}{2^{2k+2}-1} & \text{при } d = 2k. \end{cases} \tag{10}$$

Вторая группа комбинаций неравномерной импульсной последовательности может быть разбита на комбинации с $\eta_{min}<2^d$ и $\eta_{min}\geqslant 2^d$.

Для случая $\eta_{min}\geqslant 2^d$ интервал неравномерности на выходе буферного делителя будет характеризоваться

$$T_{max}^{(d)} = T_{max}^{(d-1)} + T_{min}^{(d-1)} \tag{11}$$

$$T_{min}^{(d)} = 2^d T_{min}. \tag{11а}$$

Решением рекуррентного уравнения (11) является

$$T_{max}^{(d)} = (2^d - 1)\,T_{min} + T_{max}.$$

Так как $T_{max}=2T_{min}$, то

$$T_{max}^{(d)} = (2^d + 1)\,T_{min}. \tag{12}$$

При $\eta_{min}<2^d$ после деления на $2^d>\eta_{min}$ в импульсной последовательности

d	1-я группа			2-я группа			3-я группа		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$T_{\max}^{(d)}/T_0 2^{-d}$	$3\cdot 2^{p-1}$	$3\cdot 2^{p-1}$	$11\cdot 2^{p-1}$	$3\cdot 2^{p-1}$	$5\cdot 2^{p-1}$	$9\cdot 2^{p-1}$	$2\cdot 2^{p}$	$4\cdot 2^{p}$	$8\cdot 2^{p}$
$T_{\min}^{(d)}/T_0 2^{-d}$	2^p	$5\cdot 2^{p-1}$	$5\cdot 2^{p}$	2^p	2^{p+1}	2^{p+2}	2^p	$3\cdot 2^{p}$	$7\cdot 2^{p}$
$К_{нр}^{(d)}$	1,5	1,2	1,1	1,5	1,25	1,125	2	1,33	1,14

появляются импульсы с временным сдвигом $T_{ср}$. В этом случае

$$T_{\max}^{(d)} = 2T_{\max}^{(d-1)}, \quad T_{\min}^{(d)} = 2T_{\min}^{(d-1)}, \quad T_{ср}^{d} = T_{\max}^{(d-1)} + T_{\min}^{(d-1)}. \tag{13}$$

Из (11а), (12) и (13) для второй группы комбинации получаем

$$К_{нр}^{(d)} = \begin{cases} 1 + 2^{-d} & \text{при } \eta_{\min} \geqslant 2^d, \\ 1 + 2^{-d-1} & \text{при } \eta_{\min} < 2^d. \end{cases} \tag{14}$$

Третья группа комбинаций характеризуется величиной $\eta_{\min}=2$. Поэтому при $\eta_{\max} \geqslant 2^d$ интервал неравномерности после деления на 2 (т. е. $d=1$) будет определяться соотношениями

$$T_{\max}^{(1)} = 2T_{\max}, \quad T_{\min}^{(1)} = 2T_{\min} = T_{\max}.$$

После следующих делений

$$T_{\max}^{(d)} = 2^d T_{\max}, \tag{15}$$

$$T_{\min}^{(d)} = T_{\max}^{(d-1)} + T_{\min}^{(d-1)}. \tag{16}$$

Решением рекуррентного уравнения (16) является

$$T_{\min}^{(d)} = (2^d - 1)\, T_{\max}. \tag{17}$$

Кроме того, для этих комбинаций характерно появление периода

$$T_{ср}^{(d)} = T_{\max}^{(d-1)} + T_{\min}^{(d-1)} = (2^d + 1)\, T_{\max}.$$

При $\eta_{\max} < 2^d$ после деления на $2^d > \eta_{\max}$

$$T_{\max}^{(d)} = T_{\max}^{(d-1)} + T_{ср}^{(d-1)}, \quad T_{\min}^{(d)} = T_{\min}^{(d-1)} + T_{ср}^{(d-1)}, \quad T_{ср}^{(d)} = 2T_{ср}^{(d-1)}.$$

Следовательно, для комбинаций третьей группы

$$К_{нр}^{(d)} = \begin{cases} (2^d + 1)/2^d & \text{при } \eta_{\max} < 2^d, \\ 2^d/(2^d - 1) & \text{при } \eta_{\max} \geqslant 2^d. \end{cases} \tag{18}$$

В таблице приведены данные расчета $T_{\max}^{(d)}$, $T_{\min}^{(d)}$ и $К_{нр}^{(d)}$, а на рис. 2 — графики зависимостей $К_{нр}^{(d)} = f(d)$ для всех групп комбинаций при $d \leqslant 3$ (номера кривых на рис. 2 соответствуют принятым в данной работе номерам групп комбинаций).

Использование в системах управления станками буферных делителей с $d>3$, по-видимому, нецелесообразно, так как потребует увеличения частоты f_0 более чем в 8 раз при незначительном уменьшении $К_{нр}$. Кроме того, возрастание f_0 резко снижает выбор логических элементов, используемых при реализации схемы, по быстродействию.

Поскольку в соответствии с (5) и (6) импульсные последовательности второй группы комбинаций характеризуются $\eta_{\min} \geqslant 6$, а третьей — $\eta_{\max} \geqslant 3$, то данные таблицы и графика (см. рис. 2) применимы практически для всего множества 2^n комбинаций двоичных субгармонических составляющих.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

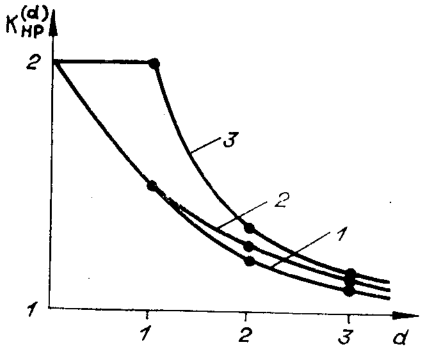

Рис. 2.

1. Возникающая за счет применения УДЧ неравномерность в следовании импульсов может быть значительно уменьшена с помощью буферных делителей, емкость которых при заданном значении $K_{\text{нр}}^{(d)}$ определяется из выражений (10), (14), (18).

Однако решение уравнений (9), (11а), (12), (15) и (17) показывает, что при любом значении d

$$T_{\max}^{(d)} - T_{\min}^{(d)} = \begin{cases} T_{\min} & \text{для 1-й и 2-й групп комбинаций,} \\ T_{\max} & \text{для 3-й группы комбинаций.} \end{cases}$$

2. При введении буферного делителя емкостью $2^d = 8$ для всего множества комбинаций $1{,}1 \leqslant K_{\text{нр}}^{(d)} \leqslant 1{,}14$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Рохман М. Г.** Образование временного интервала неравномерной импульсной последовательностью.— Депонированные рукописи. [Библиографический указатель ВИНИТИ], 1978, № 1 (75), с. 190.
2. **Рохман М. Г.** Анализ влияния неравномерной импульсной последовательности на выработку числа.— Вестн. Харьк. политехн. ин-та, № 136. Автоматика и приборостроение. Вып. 5. Харьков: Вища школа, 1978, с. 13—15.
3. **Раисов Ю. А.** Исследование универсального цифрового интерполятора, работающего по методу вычисления оценочной функции: Автореф. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Харьков: изд. ХПИ, 1967.
4. **Фурман Б. А.** Низкочастотные возмущения в цифровых регуляторах скорости электроприводов, определяемые неравномерностью работы дискретных задатчиков.— Электротехн. пром-сть. Сер. Электропривод, 1974, вып. 3(29), с. 3—5.

Поступило в редакцию 18 мая 1978 г.;
окончательный вариант — 15 августа 1978 г.

УДК 681.332.35

В. П. БАРАНОВ

(Москва)

О ПОГРЕШНОСТИ ЦИФРОЧАСТОТНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

При решении задач вычислительной и информационно-измерительной техники возникает необходимость построения частотно-цифровых функциональных преобразователей, характеристика которых обычно представляется в виде кусочно-линейной функции [1]. Из устройств, реализующих линейное интерполирование отдельных участков характеристики преобразователей, предпочтение за счет выигрыша в быстродействии и объеме оборудования отдается цифрочастотным интеграторам [2], теория точности которых продолжает развиваться [2—4].

В настоящей статье предлагается метод исследования погрешности цифрочастотного интегрирования константы на структурах с произвольным основанием системы счисления, определяются ее вероятностные оценки и указывается потенциальная точность.

На рис. 1 представлена структурная схема цифрочастотного интегратора. Здесь рассматривается случай работы программного счетчика в системе счисления с основанием p, хотя обычно предпочтение отдается двоичным ($p=2$) или десятичным ($p=10$) счетчикам.

При интегрировании константы $Y = \sum\limits_{i=1}^{n} y_i p^{-i}$, $y_i \in \{0, 1, \ldots, p^{-1}\}$ по дискретному времени $t=0, 1, 2, \ldots$ каждым i-м разрядом программного счетчика вырабатывается последовательность импульсов $v_i(t)$, занимающая временные такты

$$t_{v_i} \in \{1p^{i-1}, 2p^{i-1}, \ldots, (p-1)\,p^{i-1}, (p+1)\,p^{i-1}, \ldots, (2p-1)\,p^{i-1}, (2p+1)\,p^{i-1}, \ldots\}.$$

Каждая последовательность опрашивает соответствующий комбинационный элемент, в котором в зависимости от заложенного способа кодирования из каждых