

Осуществляя предельный переход  $T \rightarrow 0$ , окончательно получим

$$\min_f \langle \varepsilon^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega S_x(\omega) \left[ 1 - |\tilde{g}(\omega)|^2 \left( |\tilde{g}(\omega)|^2 + \int_{-\infty}^{\infty} \lambda^2 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times S_{\xi}(\lambda - \omega) |\tilde{g}(\lambda)|^2 (S_x(\lambda)/S_x(\omega)) d\lambda \right) \right]. \quad (20)$$

Нетрудно видеть, что в случае отсутствия корреляции девиации ошибка оценивания полностью устраняется ( $\min_f \langle \varepsilon^2 \rangle = 0$ ).

Алгоритм дальнейшей минимизации среднего квадрата ошибки аналогичен описанному выше с тем отличием, что в данном случае множество  $\Omega_1$ , очевидно, представляет собой всю ось частот.

6. Таким образом, оптимальная предварительная фильтрация позволяет существенно уменьшить не только ошибку, связанную с процессом дискретизации, но и девиационный шум.

В заключение заметим, что аналогичным методом решается также задача оптимальной фильтрации в присутствии аддитивного шума на входе и на модуляторе при наличии девиации отсчетов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Balakrishnan A. V. On the Problem of Time Jitter in Sampling.— IRE Trans. on Info Theory, 1962, vol. IT-8, N 3.
2. Leneman O. A. Z. Random Sampling of Random Processes: Optimum Linear Interpolation.— J. of Franklin Institute, 1966, vol. 281, p. 302.
3. Robbins H. M. An Extension of Wiener Filter Theory to Partly Sampled Systems.— IRE Trans. on Circuit Theory, 1959, vol. CT-6, N 4.
4. Brown M. W. Optimum Prefiltering of Sampled Data.— IRE Trans. on Info Theory, 1961, vol. IT-7, N 4.
5. Немировский А. С., Немировский М. С. Оптимальная интерполяция случайных процессов рядами Котельникова.— Радиотехника и электроника, 1975, т. 20, № 1.
6. Chan D., Donaldson R. W. Optimum Prefiltering of Sampled Signals with Application to Pulse Modulation and Data Compression Systems.— IEEE Trans. on Comm. Technol., 1971, vol. COM-19, N 2.

*Поступила в редакцию 17 сентября 1980 г.*

УДК 51.681.14.155

**Ю. М. ВОРОНИН, Н. Н. КРАСИЛЬНИКОВ**

*(Ленинград)*

### О РАЗЛИЧЕНИИ НАБЛЮДАТЕЛЕМ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ФОНЕ ГЛАДКОЙ ПОМЕХИ

Известно, что в зрительной системе наблюдателя протекают как линейные, так и нелинейные процессы. Первыми обусловлены такие явления, как пространственная и временная суммации, а также усреднение (фильтрация) помех во времени и в пространстве при обнаружении, различении и опознавании зашумленных изображений, вторыми — явление адаптации зрительной системы к средней яркости наблюдаемого изображения, а также нелинейность характеристики восприятия яркости.

В работах [1—3] было показано, что при различении относительно малококонтрастных изображений зрительная система наблюдателя доста-

точно хорошо описывается линейной моделью, если же это условие не выполняется, вопрос о применимости линейной модели, по меньшей мере, остается открытым. Вместе с тем при проектировании радиолокационных и телевизионных систем часто встречается именно такая ситуация. Более того, часто дело осложняется тем, что сами проектируемые системы имеют нелинейную световую (амплитудную) характеристику.

Целью настоящей работы является исследование влияния наиболее распространенных на практике нелинейных преобразований зашумленных изображений (в том числе преобразования, обусловленного нелинейностью зрительной системы) на вероятность их правильного различения  $p$  наблюдателем. В литературе отмечалось, что эти нелинейные преобразования приводят к зависимости  $p$  как от вида световой характеристики системы передачи изображений, так и от закона распределения (плотности вероятности) помехи [3].

В соответствии с этим статья состоит из двух частей. В первой части рассматривается случай, когда единственной причиной нелинейного преобразования зашумленного изображения является зрительная система. Здесь исследуется зависимость вероятности правильного различения зашумленных изображений наблюдателем от вида закона распределения помехи. Во второй части работы изучается влияние степени нелинейности световой характеристики системы передачи изображений на вероятность правильного различения зашумленных изображений наблюдателем для важного на практике случая, когда помеха распределена в соответствии с нормальным законом.

**Исследование влияния закона распределения помехи на вероятность правильного различения.** Зашумленные изображения готовились на лабораторной установке, состоящей из ЦВМ, согласующего устройства и фототелеграфа. В память ЦВМ предварительно было записано 6 полутоновых изображений портретов, квантованных на 62 уровнях яркости и состоящих из 520 элементов каждое\*.

Изображения, используемые в эксперименте, были подобраны таким образом, что энергии их разностей  $\epsilon_{\Delta}$  при наилучшем совмещении, как это определено в работе [3], различались между собой менее чем на 20%.

Одномерный закон распределения вероятности яркости  $x_c$  в изображении, усредненный по 6 изображениям, аппроксимировался выражением

$$W_c(x_c) = \begin{cases} 0,28 & \text{при } 0 \leq x_c \leq 1, \\ 0,217/(x_c + 0,2) & \text{при } 1 \leq x_c \leq 20. \end{cases}$$

Специально составленными программами на ЦВМ моделировались некоррелированная помеха с одним из трех законов распределения: нормальным, равномерным и четырехуровневым с вероятностью появления каждого из уровней 0,25.

Далее сигнал от изображения, хранящегося в памяти ЦВМ, и помеха с выбранным законом распределения суммировались, и результирующий зашумленный сигнал выводился на фототелеграф. В процессе изготовления зашумленных изображений размах сигнала составлял 20 шагов квантования, а минимальная яркость изображения за счет введения равномерного фона  $\sim 26$ .

При всех законах распределения помехи ее среднеквадратичное значение  $\sigma$  поддерживалось неизменным и равным 15 шагам квантования. Такие соотношения размаха сигнала изображения, равномерного фона и среднеквадратичного значения помехи были выбраны для того, чтобы избежать заметного ограничения выбросов помехи и одновременно с этим получить достаточно контрастную репродукцию зашумленного

\* Здесь и далее величины сигнала и помехи даются в шагах квантования.

Т а б л и ц а 1

Закон распределения помехи	Результаты экспериментальных измерений	Результаты расчета
Нормальный	0,74	0,77
Равномерный	0,82	0,86
Четырехуровневый	0,94	0,89

изображения. Таким образом были изготовлены зашумленные изображения с двумя реализациями для каждого закона распределения помехи. Далее зашумленные изображения каждого из портретов по очереди предъявлялись наблюдателю и предлагалось путем сопоставления их с исходными незашумленными образцами, имеющимися в его распоряжении, определить, к какому изображению каждое из них относится. Наблюдение велось с расстояния 2 м, размеры изображения составляли  $21 \times 16$  мм, освещенность 350 лк. Наблюдателям была известна правильная ориентация изображения (верх, низ), а также то, что априорная вероятность предъявления каждого из изображений портретов  $1/6$ .

Результаты различения (правильно или неправильно) записывались экспериментатором, но не сообщались наблюдателям. По данным эксперимента вычислялись средние величины вероятности правильного различения изображений наблюдателями  $p$ , которые представлены в табл. 1.

Среднеквадратичная ошибка измерений вероятности  $p$ , обусловленная разбросом показаний наблюдателей, равнялась 0,03. В эксперименте принимало участие семь тренированных наблюдателей. Из экспериментальных данных следует, что вероятность правильного различения зашумленных изображений, вообще говоря, зависит от закона распределения помехи, что было отмечено также в [3]. Наиболее естественным объяснением такой зависимости нам представляется влияние нелинейности характеристики восприятия яркости наблюдателем на соотношение между сигнальной и помеховой составляющими изображения в процессе его преобразования в зрительной системе. Если это действительно так, то модель зрительной системы может быть уточнена путем включения перед линейным (фильтрующим) звеном нелинейного, амплитудная (световая) характеристика которого задается функцией

$$y = f(x),$$

устанавливающей связь между интенсивностью восприятия яркости наблюдателем  $y$  и вызывающим ее стимулом  $x$  (т. е. собственно яркостью, ее физическим значением). Только при таком порядке включения линейного и нелинейного звеньев различие в законах распределения помехи  $W_n$  будет заметно влиять на вероятность правильного различения зашумленных изображений. При другом порядке включения предварительная фильтрация помехи линейным звеном приведет к ее сильной нормализации и результат, обусловленный различием в законах распределения, будет сглажен.

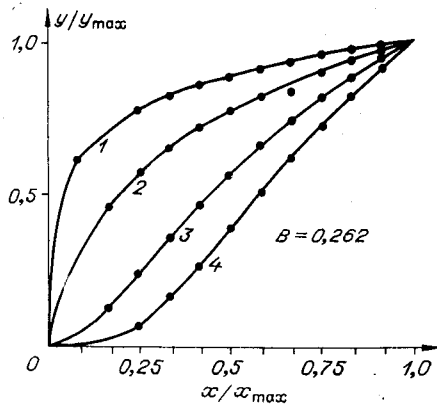
На рисунке (кривая 2) в относительных координатах приведена одна из характеристик восприятия яркости  $y = f(x)$ , построенная на основании экспериментальных данных, полученных Ранке [4].

Эта характеристика может быть аппроксимирована выражением

$$y = A \ln(1 + Bx),$$

где  $A$  и  $B$  — коэффициенты, определяемые величиной яркости, к которой адаптируется зрительная система наблюдателя.

Как показывают исследования, в зрительной системе имеет место также процесс «ограничения», отчетливо проявляющийся при наблюдении изображений, зашумленных импульсной помехой, особенно если ее скважность и амплитуда велики. Так, например, наличие на изображе-



нии небольшого числа импульсов помехи даже очень большой амплитуды совершенно не маскирует его.

Нелинейное звено заметно изменяет соотношение между сигнальной и помеховой составляющими изображения. Вместе с тем изменениями спектральных интенсивностей сигнальной и помеховой составляющих изображения в первом приближении, как показывают расчеты, можно пренебречь вследствие малой кривизны функции  $y = f(x)$  (за исключением, может быть, области вблизи нуля).

Средний квадрат переменной составляющей помехи, которая собственно и маскирует изображение, на выходе нелинейного звена определяется следующим образом:

$$\sigma_{\sim \text{вых}}^2 = \int_{x_{c \text{ min}}}^{x_{c \text{ max}}} \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x_c + x_n) W_n(x_n) W_c(x_c) dx_n dx_c - \\ - \int_{x_{c \text{ min}}}^{x_{c \text{ max}}} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f(x_c + x_n) W_n(x_n) dx_n \right]^2 W_c(x_c) dx_c,$$

где  $x_c$  — текущее значение яркости в незашумленном изображении,  $x_{c \text{ max}}$ ,  $x_{c \text{ min}}$  — максимальное и минимальное значения яркости в незашумленном изображении,  $x_n$  — текущее значение помехи.

Поскольку информативной составляющей при различении изображений (сигналов) является их разность [3], найдем выражение для этой разности на выходе нелинейного звена:

$$\varepsilon_{\Delta \text{ вых}} = N \int_{x_{c \text{ min } 1}}^{x_{c \text{ max } 1}} \int_{x_{c \text{ min } 2}}^{x_{c \text{ max } 2}} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [f(x_{c1} + x_n) - f(x_{c2} + x_n)] W_n(x_n) dx_n \right\}^2 \times \\ \times W_c(x_{c1}, x_{c2}) dx_{c1} dx_{c2}. \quad (1)$$

Здесь  $x_{c1}$  и  $x_{c2}$  — текущие значения яркости первого и второго различаемых изображений соответственно;  $W_c(x_{c1}, x_{c2})$  — двумерная плотность вероятности величин  $x_{c1}$  и  $x_{c2}$ , соответствующая случаю наилучшего совмещения изображений;  $N$  — число растровых элементов, на которое разлагается изображение. Здесь и далее в целях сокращения выкладок площадь растрового элемента в изображениях принята равной единице, что, естественно, не ограничивает общности рассуждений. Если одно из изображений представляет собой просто ровный фон, яркость которого совпадает с яркостью фона другого изображения, задача различения изображений переходит в задачу их обнаружения.

Вычислив  $\varepsilon_{\Delta \text{ вых}}$  и  $\sigma_{\sim \text{вых}}$ , найдем отношение сигнала  $S_c$  к среднеквадратичному значению помехи  $\bar{n}^2$  на выходе фильтрующего звена модели  $\Psi_{\Delta}$  (отношение сигнала к шуму с учетом эффекта фильтрации, осуществляемой наблюдателем). Учитывая приведенные выводы в [3] ( $S_c = \varepsilon_{\Delta \text{ вых}}$ ,  $\bar{n}^2 = k_0^2 \sigma_{\sim \text{вых}}^2 \varepsilon_{\Delta \text{ вых}}$ ,  $k_0 = \text{const}$ ), напомним  $\Psi_{\Delta} = \sqrt{\varepsilon_{\Delta \text{ вых}}} / k_0 \sigma_{\sim \text{вых}}$ .

Величина  $\Psi_{\Delta}$  совместно с количеством  $L$  отличающихся друг от друга исходных изображений (изображений, составляющих исходный алфавит), которые в дальнейшем зашумлялись, определяет вероятность правильного различения изображений  $p$ .

На основе формул, описывающих преобразование сигнальной и помеховой составляющих изображения в нелинейной модели зрительной

системы наблюдателя, с помощью ЦВМ были рассчитаны значения  $\Psi_{\Delta}$  для каждого из законов распределения помехи, использованных в эксперименте\*.

При вычислении  $\epsilon_{\Delta \text{вых}}$  мы встретились с затруднением, сущность которого заключалась в отсутствии достаточно надежных данных относительно двумерной плотности вероятности распределения яркости в наилучшим образом совмещенных изображениях  $W_c(x_{c1}, x_{c2})$ , которая входит в формулу (1).

Вследствие этого значение  $\epsilon_{\Delta \text{вых}}$  определялось косвенным методом, в основу которого была положена следующая аппроксимация:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x_c + x_{\Pi}) W_{\Pi}(x_{\Pi}) dx_{\Pi} = kf(x_c) + b, \quad (2)$$

где  $k$  и  $b$  — коэффициенты, зависящие от среднего квадрата помехи  $\sigma^2$ . Максимальное расхождение между аппроксимируемой и аппроксимирующей функциями в интервале значений  $x_c$ , использовавшемся в расчетах, не превышало 1,3%.

Подставляя в формулу (1) вместо самой функции аппроксимирующую, получим

$$\epsilon_{\Delta \text{вых}} = k^2 \left\{ N \int_{x_{c \min 1}}^{x_{c \max 1}} \int_{x_{c \min 2}}^{x_{c \max 2}} [f(x_{c1}) - f(x_{c2})]^2 W_c(x_{c1}, x_{c2}) dx_{c1} dx_{c2} \right\}.$$

Замечая, что выражение, стоящее в фигурных скобках, представляет собой энергию разности различаемых изображений  $\epsilon'_{\Delta \text{вых}}$  при их наилучшем совмещении в отсутствие шума на выходе нелинейного звена, получим окончательно  $\epsilon_{\Delta \text{вых}} = k^2 \epsilon'_{\Delta}$ .

При расчетах были использованы полностью определяемые условиями эксперимента следующие исходные данные:  $x_{c \min} = 26$ ,  $x_{c \max} = 46$ ,  $\epsilon'_{\Delta} = 3,5$ ;  $\sigma = 15$ ,  $b = 0,262$ .

На основании рассчитанных таким образом значений  $\Psi_{\Delta}$ , представляющих собой отношение сигнала к шуму с учетом эффекта фильтрации помехи, осуществляемой наблюдателем, и известного числа изображений, составляющих исходный алфавит  $L$ , по методике, описанной в [3], вычислялись вероятности правильного различения зашумленных изображений  $p$ , которые представлены в табл. 1. Сопоставляя результаты расчета и эксперимента, отметим их вполне удовлетворительное совпадение.

**Исследование влияния степени нелинейности световой характеристики системы передачи изображений на вероятность правильного различения.** При выполнении второй части работы зашумленные изображения (6 полутоновых портретов), состоящие из 520 растровых элементов каждое, изготавливались способом, подобным уже описанному выше. Отличие заключалось в том, что аддитивная смесь сигнала и помехи, распределенной в соответствии с нормальным законом, перед выводом на фототелеграф подвергалась нелинейному преобразованию вида

$$z = 61(x/61)^{\gamma}.$$

Этим преобразованием моделировался наиболее часто встречающийся на практике вид амплитудной (световой) характеристики системы передачи изображений. В эксперименте были использованы следующие величины  $\gamma$ : 0,5; 1,0; 2,0; 3,0.

Среднеквадратичное значение помехи составляло 17 шагов квантования.

\* Точнее, здесь и далее речь идет о нелинейной модели той части зрительной системы, в которой осуществляется фильтрация зашумленного изображения.

Т а б л и ц а 2

$\gamma$	Результаты экспериментальных измерений $p$	Результаты расчета $p$
0,5	0,55	0,51
1,0	0,56	0,52
2,0	0,59	0,58
3,0	0,56	0,6

Изготовленные зашумленные изображения, по 2 реализации для каждого значения  $\gamma$ , были предъявлены для опознания 8 тренированным наблюдателям. Условия наблюдения были теми же, что и в первом эксперименте. Интересно отметить, что на зашумленных реализациях изображений, полученных при показателе степени нелинейного преобразования  $\gamma = 0,5$ , четко наблюдалась импульсная составляющая помехи, которая воспринималась наблюдателями в виде ред-

ких черных точек. Вероятность появления этих черных точек на изображениях, равная 0,06, как показал подробный анализ, может быть объяснена только наличием «ограничения» редких и больших импульсов помехи в самой зрительной системе, которые возникают при данном виде нелинейного преобразования. Это обстоятельство было учтено в дальнейших расчетах.

По данным эксперимента были вычислены средние величины вероятности правильного различения изображений наблюдателями  $p$ , приведенные в табл. 2. Среднеквадратичная ошибка измерений, обусловленная разбросом показаний наблюдателей, равнялась 0,04.

В этой же таблице указаны значения вероятности правильного различения зашумленных изображений наблюдателем, полученные расчетным путем по методике, изложенной выше.

Особенностью расчета в данном случае было то, что  $f(x)$  описывала нелинейные преобразования, имеющие место как в зрительной системе, так и в системе передачи изображений. На рисунке представлены зависимости  $y = f(x)$  для ряда значений  $\gamma$ : 0,5; 1,0; 2,0; 3,0 (соответственно кривые 1, 3, 4). Отметим также, что при использовании аппроксимирующей функции (2) для расчета  $\epsilon_{\Delta_{\text{вых}}}$  необходимо иметь в виду, что коэффициенты  $k$  и  $b$ , входящие в нее, зависят также и от  $\gamma$ . Максимальное расхождение между аппроксимируемой и аппроксимирующей функциями в интервале значений  $x_c$ , использовавшееся в расчетах, не превышало 5,4%,  $\epsilon_{\Delta} = 2,15$ . Сопоставление результатов расчета и эксперимента указывает на их вполне удовлетворительное совпадение.

Таким образом, предлагаемая нелинейная модель зрительной системы находит достаточно хорошее экспериментальное подтверждение.

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Вероятность правильного различения зашумленных изображений наблюдателем в общем случае зависит как от закона распределения аддитивной зашумляющей помехи, так и от степени нелинейности амплитудной характеристики системы, по которой передается изображение. Эта зависимость тем сильнее выражена, чем больше контраст изображений и чем выше уровень помехи.

2. Наблюдатель обеспечивает примерно ту же вероятность правильного различения изображений, зашумленных гладкой некоррелированной помехой, что и устройство, включающее в свой состав нелинейное звено, амплитудная характеристика которого совпадает с характеристикой восприятия яркости зрительной системы наблюдателя, за которым включен оптимальный (например, фильтровый) приемник (см. табл. 1, 2).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Байдаков М. П., Красильников Н. Н., Пастухов О. В., Потоцкий В. К. К вопросу о различении наблюдателем зашумленных изображений.— Автометрия, 1970, № 3.
2. Байдаков М. П., Красильников Н. Н., Пастухов О. В. О различении человеком изображений в гауссовом шуме.— Автометрия, 1973, № 1.

3. Красильников Н. Н. Статистическая теория передачи изображений. М.: Связь, 1976.
4. Ranke O. F. Die Optische Simultanschwelle als Gegenbeweis gegen das Fechnersche Gesetz.— Z. für Biologie, 1952, Bd 105, N 3.

Поступила в редакцию 19 февраля 1979 г.;  
окончательный вариант — 20 марта 1980 г.

УДК 621.391

А. Н. САФРОНОВ

(Москва)

### ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФАЗОВОЙ АДАПТАЦИИ В КОГЕРЕНТНОЙ ОПТИКЕ

В последнее время наметилось перспективное направление в решении задач обработки пространственной структуры принимаемого когерентного поля, искаженного турбулентной средой, основанное на привлечении адаптивных методов. Наиболее полный обзор этих методов представлен в [1], а их оптимальный характер исследован в [2].

Суть адаптивной фазовой обработки заключается в том, чтобы за время «замороженности» турбулентной среды  $\tau_0$  компенсировать искажения фазового фронта поля от объекта на входе оптической системы и получить неискаженное изображение объекта с разрешением, близким к дифракционному пределу. Коррекция фронта осуществляется непрерывным регулированием сегментов активного оптического элемента (АОЭ) в соответствии с адаптивным алгоритмом, стратегия которого подчинена максимизации на каждом шаге величины, которую обычно называют «резкостью» изображения. Было показано [3], что максимизация резкости неизбежно ведет к восстановлению практически неискаженного изображения любого сложного объекта, лежащего, однако, внутри области изопланарности турбулентной среды. Схема адаптивной системы представлена на рисунке, где АОЭ 1 изменяет пространственную фазу фронта волны от объекта 4, устройство 2 измеряет «резкость» изображения, устройство управления 3 с помощью АОЭ устраняет неоднородности, вносимые средой 5.

Как известно, специфика оптических измерений не позволяет проводить прямое наблюдение полевых переменных неэнергетического типа, а именно фазовых. Поэтому все существующие к настоящему времени функции резкости (ФР) являются функционалами  $J(\mathbf{r}|\lambda)$ . Эта функция описывает распределение интенсивности в плоскости  $(x, y)$  и вычисляется на основе классической электромагнитной теории при фиксированном векторе параметров  $\lambda$ , характеризующих конкретное распределение фазы на исходном объекте  $\gamma(\alpha)$ , частную конфигурацию среды  $\chi(\alpha, \rho)$   $s(\alpha, \rho)$  и состояние проведенной коррекции к данному моменту времени  $s(\rho)$ . Таким образом,  $\lambda = \{\gamma(\alpha), \chi(\alpha, \rho), s(\alpha, \rho), s(\rho)\}$ . Приведенному выше требованию на ФР удовлетворяет довольно много функциональных зависимостей. Одной из них является  $S(\lambda) = \int_{\Omega} \int J(\mathbf{r}|\lambda) d^2\mathbf{r}$ . В работах [1, 2]

фактически не уделялось внимания тому, что возможность создания адаптивного алгоритма при приеме слабого сигнала в принципе ограничена наличием фотонного шума, существующего всегда, несмотря на то, что адаптация осуществляется за время, в течение которого в среде не