

3. Красильников Н. Н. Статистическая теория передачи изображений. М.: Связь, 1976.
4. Ranke O. F. Die Optische Simultanschwelle als Gegenbeweis gegen das Fechnersche Gesetz.— Z. für Biologie, 1952, Bd 105, N 3.

Поступила в редакцию 19 февраля 1979 г.;
окончательный вариант — 20 марта 1980 г.

УДК 621.391

А. Н. САФРОНОВ

(Москва)

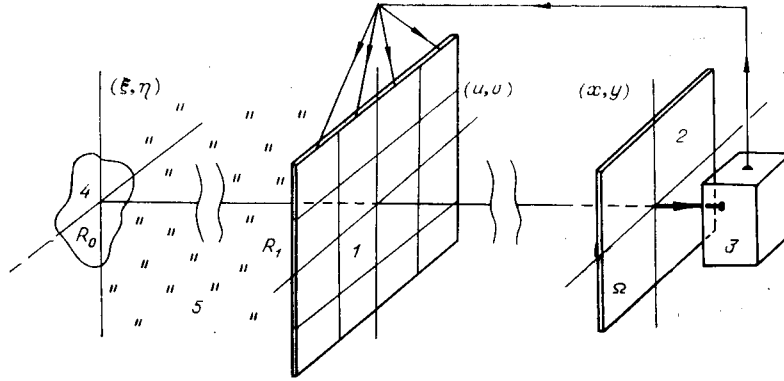
ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФАЗОВОЙ АДАПТАЦИИ В КОГЕРЕНТНОЙ ОПТИКЕ

В последнее время наметилось перспективное направление в решении задач обработки пространственной структуры принимаемого когерентного поля, искаженного турбулентной средой, основанное на привлечении адаптивных методов. Наиболее полный обзор этих методов представлен в [1], а их оптимальный характер исследован в [2].

Суть адаптивной фазовой обработки заключается в том, чтобы за время «замороженности» турбулентной среды τ_0 компенсировать искажения фазового фронта поля от объекта на входе оптической системы и получить неискаженное изображение объекта с разрешением, близким к дифракционному пределу. Коррекция фронта осуществляется непрерывным регулированием сегментов активного оптического элемента (АОЭ) в соответствии с адаптивным алгоритмом, стратегия которого подчинена максимизации на каждом шаге величины, которую обычно называют «резкостью» изображения. Было показано [3], что максимизация резкости неизбежно ведет к восстановлению практически неискаженного изображения любого сложного объекта, лежащего, однако, внутри области изопланарности турбулентной среды. Схема адаптивной системы представлена на рисунке, где АОЭ 1 изменяет пространственную фазу фронта волны от объекта 4, устройство 2 измеряет «резкость» изображения, устройство управления 3 с помощью АОЭ устраняет неоднородности, вносимые средой 5.

Как известно, специфика оптических измерений не позволяет проводить прямое наблюдение полевых переменных неэнергетического типа, а именно фазовых. Поэтому все существующие к настоящему времени функции резкости (ФР) являются функционалами $J(\mathbf{r}|\lambda)$. Эта функция описывает распределение интенсивности в плоскости (x, y) и вычисляется на основе классической электромагнитной теории при фиксированном векторе параметров λ , характеризующих конкретное распределение фазы на исходном объекте $\gamma(\alpha)$, частную конфигурацию среды $\chi(\alpha, \rho)$ $s(\alpha, \rho)$ и состояние проведенной коррекции к данному моменту времени $s(\rho)$. Таким образом, $\lambda = \{\gamma(\alpha), \chi(\alpha, \rho), s(\alpha, \rho), s(\rho)\}$. Приведенному выше требованию на ФР удовлетворяет довольно много функциональных зависимостей. Одной из них является $S(\lambda) = \int_{\Omega} \int J(\mathbf{r}|\lambda) d^2\mathbf{r}$. В работах [1, 2]

фактически не уделялось внимания тому, что возможность создания адаптивного алгоритма при приеме слабого сигнала в принципе ограничена наличием фотонного шума, существующего всегда, несмотря на то, что адаптация осуществляется за время, в течение которого в среде не



происходит существенных изменений. Это выражается в том, что регистрируемое значение ФР, даже при фиксированном векторе λ , будет изменяться случайным образом из-за наличия квантовых эффектов, сопровождающих регистрацию оптического сигнала. Таким образом, встает вопрос исследования условий, при которых измерение флуктуаций ФР является статистически надежным.

Реально величина $J(\mathbf{r}|\lambda)$ является средней интенсивностью, а конкретно зарегистрированная ее реализация $\tilde{J}(\mathbf{r}|\lambda)$ случайна и при маломощном сигнале может быть описана [4] совокупностью координат $\{\mathbf{r}_i\}$ ($i = 1, \dots, n$) случайных точек, в которых кванты света прореагировали с веществом. По своей физической природе величины $\{\mathbf{r}_i\}$ и их суммарное число n являются случайными, и при достаточно общих условиях [5] эта совокупность случайных точек представляет собой пуассоновский поток, для которого вероятность зарегистрировать значения $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n$ задается выражением

$$P(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n, n | J) = \frac{1}{n!} \prod_{i=1}^n J(\mathbf{r}_i | \lambda) \exp \left[- \int_{\Omega} J(\mathbf{r} | \lambda) d^2\mathbf{r} \right].$$

Здесь величина $J(\mathbf{r}|\lambda)$ есть средняя интенсивность, пронормированная с учетом квантовой эффективности регистрирующей среды, так что $\int_{\Omega} J(\mathbf{r}|\lambda) d^2\mathbf{r} = \langle n(\lambda) \rangle_0$ — суммарное среднее число актов взаимодействия по всей области Ω за время наблюдения Δt . В результате $\tilde{J}(\mathbf{r}|\lambda) = \sum_{i=1}^n I_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$, где I_i — характеристика интенсивности i -го центра — предполагается далее равной константе I_0 , а $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ описывает геометрическую структуру. Таким образом, регистрируемая реализация ФР имеет вид $\tilde{S}(\lambda) = \int_{\Omega} \tilde{J}(\mathbf{r}|\lambda) d^2\mathbf{r}$. Среднее значение «квантовой» дисперсии ве-

личины $\tilde{S}(\lambda)$ равно $\langle \langle \sigma_0^2(\lambda) \rangle_1 \rangle_2 = \langle \langle [\langle \tilde{S}^2(\lambda) \rangle_0 - (\langle \tilde{S}(\lambda) \rangle_0)^2] \rangle_1 \rangle_2$, угловые скобки означают процесс усреднения по пуассоновскому потоку ($\langle \dots \rangle_0$), флуктуациям среды ($\langle \dots \rangle_1$) и ансамблю объектов ($\langle \dots \rangle_2$). Легко показать, что $\langle \langle \sigma_0^2(\lambda) \rangle_1 \rangle_2 = I_0^2 \int_{\Omega} \int_{\Omega} \langle \langle J(\mathbf{r}|\lambda) \rangle_1 \rangle_2 d^2\mathbf{r}$. Упомянутый выше интервал

«замороженности» среды $\tau_0 (2 \cdot 10^{-2} - 10^{-3} \text{ с})$ определяет минимальный фотонный поток от объекта, который может быть целенаправленно скорректирован. Действительно, если за время τ_0 на каждый сегмент апертуры не приходит ни одного фотона, то осуществить коррекцию невозможно. Понятно, что для реальной системы за интервал τ_0 требуется значительно больше одного фотона на сегмент. Определяя условие эффектив-

ности фазовой адаптации в виде

$$\left[\frac{\langle \langle \langle \tilde{S}(\lambda) \rangle_0 \rangle_1 \rangle_2}{R_1/t_0^2} \right]^2 > \langle \langle \sigma_0^2(\lambda) \rangle_1 \rangle_2, \quad (4)$$

будем считать, что требуется M перемещений каждого сегмента для нахождения его правильного положения, максимизирующего ФР. Следовательно, допустимое время на каждое перемещение равно $\Delta t = \frac{\tau_0 t_0^2}{MR_1}$. Как легко понять, неравенство (1) требует, чтобы среднее целенаправленное изменение ФР, вносимое одним сегментом АОЭ, превышало среднюю величину неконтролируемого ее изменения. Здесь R_1 и t_0^2 — площади приемной апертуры и одного сегмента АОЭ соответственно.

Реализацию поля в плоскости, непосредственно прилегающей к АОЭ, можно представить согласно [6] в виде решения волнового уравнения в неоднородной среде в параболическом приближении

$$\begin{aligned} \tilde{E}(\rho) \exp[i\tilde{\varphi}(\rho)] = \frac{1}{\lambda d} \iint_{R_0} V \overline{I(\alpha)} \exp \left[i\gamma(\alpha) + \chi(\alpha, \rho) + is(\alpha, \rho) + \right. \\ \left. + \frac{i\pi}{\lambda d} |\alpha - \rho|^2 \right] d^2\alpha, \end{aligned}$$

где $I(\alpha)$ и $\gamma(\alpha)$ описывают распределения интенсивности и фазы по исходному объекту, а $\chi(\alpha, \rho)$ и $s(\alpha, \rho)$ — амплитудные и фазовые возмущения сферической волны, распространяющейся из точки α на объекте в точку ρ на приемном зрачке. В предположении малости угловых размеров наблюдаемого объекта (условие изопланарности) $\chi(\alpha, \rho) \simeq \chi(0, \rho)$, $s(\alpha, \rho) \simeq s(0, \rho)$, так что

$$E(\rho) \exp[i\tilde{\varphi}(\rho)] \simeq E(\rho) \exp[i\varphi(\rho)] \exp[\chi(0, \rho) + is(0, \rho)]$$

($E(\rho)$ и $\varphi(\rho)$ — реализации амплитуды и относительной фазы поля при отсутствии возмущающей среды). Считая $\chi(0, \rho)$ и $s(0, \rho)$ реализациями нормальных однородных случайных процессов, можно записать $\langle \langle J(\mathbf{r}|\lambda) \rangle_1 \rangle_2$ с учетом проведенной только фазовой компенсации $s(\rho)$ в виде

$$\begin{aligned} \langle \langle J(\mathbf{r}|\lambda) \rangle_1 \rangle_2 \simeq \frac{1}{(\lambda d)^2} \iint_{R_1} d^2\rho_1 \iint_{R_1} d^2\rho_2 \exp[-D_\chi/2 - D_\Delta/2] \times \\ \times \langle E(\rho_1) E(\rho_2) \exp[i\varphi(\rho_2) - i\varphi(\rho_1)] \rangle_2 \exp \left\{ \frac{i\pi}{\lambda d} [2\mathbf{r}(\rho_2 - \rho_1) + |\rho_1|^2 - |\rho_2|^2] \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $D_\Delta = \langle |\Delta s(0, \rho_1) - \Delta s(0, \rho_2)|^2 \rangle_1$ и $\Delta s \equiv s(0, \rho) - s(\rho)$. Вообще говоря, $\Delta s(0, \rho) \neq 0$. В реальных адаптивных системах относительно легко компенсировать малые пространственные частоты фазовой функции $s(0, \rho)$ и значительно труднее компенсировать высокие, так как в этом случае усложняется сама установка и увеличивается время обработки принимаемого сигнала. Поэтому разумно считать, что полная компенсация наступает для пространственных частот, по модулю меньших некоторой ω_0 , и полностью отсутствует для $|\omega| > \omega_0$. Исходя из этого, для случая слабой (и с хорошей степенью точности для случая сильной [7]) турбулентности

$$D_\Delta(0, \rho_1 - \rho_2) = \frac{4,78}{(\omega_0 \rho_0)^{5/3}} \int_1^\infty \frac{d\xi}{\xi^{8/3}} [1 - J_0(\xi \omega_0 |\rho_1 - \rho_2|)] \times$$

$$\times \int_0^1 dt t^{5/3} \cos^2 \left[\frac{\omega_0^2 d \xi^2}{2kt} (1-t) \right] \simeq$$

$$\simeq \begin{cases} (1/(\omega_0 \rho_0)^{5/3}) [A (\omega_0 |\rho_1 - \rho_2|)^{5/3} - B (\omega_0 |\rho_1 - \rho_2|)^2] & \text{для } |\rho_1 - \rho_2| < 1/\omega_0, \\ C / (\omega_0 \rho_0)^{5/3} & \text{для } |\rho_1 - \rho_2| \gg 1/\omega_0, \end{cases}$$

где ρ_0 — длина когерентности сферической волны, а постоянные $A, B, C \simeq 1$. При больших значениях $F \equiv kR_1/d$ по большей части диапазона интегрирования $|\rho_1 - \rho_2| \gg (\lambda d)^{1/2}$, и, следовательно, при слабой турбулентности $D_\chi \simeq 2\sigma_\chi^2$, и в случае сильной турбулентности $D_\chi \simeq 2\sigma_\chi^2$, так как $\rho_0 \ll (\lambda d)^{1/2} \ll |\rho_1 - \rho_2|$. Далее полагается $D_\chi = 2\sigma_\chi^2$ по полному диапазону интегрирования.

Считая объект шероховатым, так что среднее значение по ансамблю реализаций равно $\langle \exp [i\gamma(\alpha_1) - i\gamma(\alpha_2)] \rangle_2 = \delta(\alpha_1 - \alpha_2)$, и используя центральную предельную теорему, можно показать, что действительная $E_r(\rho)$ и мнимая $E_i(\rho)$ части комплексной амплитуды $E(\rho) \exp [i\varphi(\rho)]$ являются гауссовскими случайными процессами с нулевыми средними и

$$\langle E_r(\rho) E_r(\rho + \mathbf{m}) \rangle_2 = \langle E_i(\rho) E_i(\rho + \mathbf{m}) \rangle_2,$$

$$\langle E_r(\rho) E_i(\rho + \mathbf{m}) \rangle_2 = -\langle E_i(\rho) E_r(\rho + \mathbf{m}) \rangle_2.$$

Применяя статистическую теорию для огибающей и фазы стационарного нормального узкополосного шума [8], получим

$$\langle E(\rho) E(\rho + \mathbf{m}) \exp [i\varphi(\rho + \mathbf{m}) - i\varphi(\rho)] \rangle_2 = \frac{W}{2R_1 W_0} \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{i\pi}{\lambda d} (|\mathbf{m}|^2 + 2\mathbf{m}\rho) \right\} \int_{R_0} \int I(\alpha) \exp \left[-\frac{2\pi i}{\lambda d} \mathbf{m}\alpha \right] d^2\alpha,$$

где $W_0 = \int_{R_0} \int I(\alpha) d^2\alpha$ и $W = \int_{R_1} \int \langle |E(\rho)|^2 \rangle_2 d^2\rho$. При сделанных предположениях подынтегральное выражение становится зависимым только от разности $\rho_1 - \rho_2$. Если в качестве конфигурации приемной апертуры выбрать квадрат, то

$$\langle \langle J(\mathbf{r}|\lambda) \rangle_1 \rangle_2 = \frac{2 \exp [-\sigma_\chi^2] \kappa W}{W_0 (\lambda d)^2} \int_{R_0} \int I(\alpha) d^2\alpha \left\{ \int_0^{\sqrt{R_1}} \int_0^{\sqrt{R_1}} \left(1 - \frac{\mu}{\sqrt{R_1}} \right) \left(1 - \frac{\nu}{\sqrt{R_1}} \right) \times \right.$$

$$\left. \times \exp \left[-\frac{1}{2} D_\Delta(0, \mu, \nu) \right] \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda d} (x - \xi) \mu \right\} \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda d} (y - \eta) \nu \right\} d\mu d\nu \right\},$$

где $D_\Delta = D |\rho_1 - \rho_2|^2 / \rho_0^2$ при $|\rho_1 - \rho_2| \leq \omega_0^{-1}$ и $D_\Delta = D / (\omega_0 \rho_0)^2$ при $|\rho_1 - \rho_2| > \omega_0^{-1}$.

В результате несложных математических преобразований легко показать, что условие (1) эффективного функционирования адаптивного алгоритма по критерию максимума ФР в системе с детектированием в плоскости формируемого изображения может быть выписано в довольно наглядном виде ($D \sim 1$):

$$\exp \left[-\frac{D}{(\omega_0 \rho_0)^2} - \sigma_\chi^2 \right] \gamma \left(\frac{\tau_0}{MR_1/t_0^2} \right) \bar{n} t_0^2 \gg \frac{R_1}{t_0^2}, \quad (3)$$

где \bar{n} — среднее число фотонов, попадающих на единицу площади апертуры в единицу времени; γ — квантовая эффективность детекторов. В правой части неравенства содержится величина, равная количеству сегментов, а это означает, что детектирование в плоскости изображения яв-

ляется нежелательным для устройств с большим значением этой величины. Неэффективность системы в этом случае следует из того, что фотоны от всех частей АОЭ смешиваются в каждом из детекторов, и в результате относительный вклад от одного сегмента в приращение ФР становится незначительным и сравнимым с величиной «квантовых» пульсаций. Левая часть неравенства соответствует эффективному числу фотонов, приходящих на один сегмент в пространстве и во времени. Экспоненциальный множитель может интерпретироваться как коэффициент поглощения фотонов, зависящий от соотношения параметров турбулентной среды и самой системы, причем наиболее оптимальное их соотношение с энергетической точки зрения достигается при $t_0 \simeq \rho_0$.

В заключение отметим, что приведенное условие в некоторой степени зависит от типа алгоритма функционирования. Синтез и реализация алгоритмов, позволяющих проводить уже не последовательную, а параллельную (одновременную) подстройку сегментов АОЭ, позволит в будущем смягчить требования, предъявляемые к быстродействию АОЭ и энергетическим характеристикам сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бакут П. А. и др. Методы обработки световых полей при наблюдении объектов через турбулентную среду.— Зарубеж. радиоэлектроника, 1977, № 1.
2. Бакут П. А., Троицкий И. Н., Харитонова О. И. Адаптивные методы улучшения качества оптических изображений.— Автометрия, 1979, № 4.
3. Muller R. A., Buffington A. Real-Time Correction of Atmospherically Degraded Telescope Images through Image Sharpening.— JOSA, 1974, vol. 64, p. 1200.
4. Бакут П. А. и др. Исследование оптимальных условий регистрации голограмм интенсивности и оптических изображений.— Квант. электроника, 1975, т. 2, № 8.
5. Троицкий И. Н. Выбор отношения сигнал/шум и размера считывающей апертуры в радиографии.— Дефектоскопия, 1974, № 2.
6. Lutomirski R., Yura H. Propagation of a Finite Optical Beam in an Inhomogeneous Medium.— Appl. Opt., 1971, vol. 10, p. 1652.
7. Fante R. L. Some Results on the Effect of Turbulence on Phase-Compensated Systems.— JOSA, 1976, vol. 66, p. 730.
8. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. М.: Сов. радио, 1961.

Поступила в редакцию 4 апреля 1979 г.

УДК 519.853

Г. Д. РОДИОНОВ, М. Т. ХОДОНОВ, Б. М. ШТОКМАН, М. И. ШТОКМАН
(Новосибирск)

ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ НЕЛИНЕЙНОЙ ГЛОБАЛЬНОЙ МИНИМИЗАЦИИ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ

1. **Введение.** Задача о нелинейной глобальной минимизации (НГМ) является одной из самых часто встречающихся в прикладной математике и программировании. Для определенности сформулируем задачу НГМ в следующем достаточно общем виде. Пусть имеется функция $f(\lambda)$, зависящая нелинейно от N -мерного вектора параметров λ . Необходимо найти минимумы этой функции $f^{(k)}$ ($k=0, 1, \dots$) и соответствующие стационарные векторы $\lambda^{(k)}$, среди которых должен быть глобальный минимум $f^{(0)}$:

$$f^{(k)} = f(\lambda^{(k)}), \quad k = 0, \dots, n_{\min} - 1. \quad (1)$$