

Ю. Г. ЗАВЬЯЛОВ, А. М. ЛИТВИНОВ, В. П. МИШТА  
(Киев)

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РАБОТЫ ПОДОГРЕВНОГО ХЛОРИСТО-ЛИТИЕВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ВЛАЖНОСТИ

Подогревные хлористо-литиевые преобразователи влажности широко распространены в системах автоматического контроля и регулирования микроклимата благодаря своим высоким метрологическим и эксплуатационным качествам. Дальнейшее совершенствование конструкции ПХЛПВ и расширение области применения сдерживаются отсутствием математического описания его работы. Известные попытки математического описания либо приводят к сложным системам нелинейных дифференциальных уравнений, решать которые в рамках инженерных расчетов проблематично [1, 2], либо слабо связаны с конструктивными параметрами в результате чрезмерной формализации методов расчета на основе теории автоматического регулирования [3], либо не полны [4]. Кроме того, ни одна из теорий не предсказывает конкретное (т. е. до числовых значений) поведение ПХЛПВ при изменении параметров среды.

В данной работе рассматривается математическая модель ПХЛПВ, пригодная для практического применения при проектировании. На ее основе можно также предсказать поведение датчика (в зависимости от его конструктивных параметров) при малых изменениях относительной влажности среды.

Для стационарного рабочего состояния ПХЛПВ при постоянной влажности среды характерно отсутствие влагообмена со средой, что является следствием равенства парциальных давлений водяного пара в среде и у поверхности датчика:

$$\varphi_c P(T_c) = \varphi_0 P(T). \quad (1)$$

При относительной влажности среды, большей, чем  $\varphi_0$ , равенство (1) достигается увеличением температуры датчика (величина  $\varphi_0$  имеет слабую зависимость от температуры [5]). Отсюда следует, что математическое моделирование работы ПХЛПВ должно базироваться на исследовании процесса нагрева его поверхности, приводящего к автоматическому выполнению равенства (1).

Не останавливаясь на конкретном описании конструкции ПХЛПВ, которая хорошо известна [1, 2, 6], рассмотрим некоторые допущения, необходимые для дальнейшей работы.

1. Прием ПХЛПВ в виде бесконечно длинного цилиндра. Возможность такого представления отвечает его обычной цилиндрической форме с соотношением между высотой и диаметром цилиндра  $H \gg 2R$ . Кроме того, конструкцией часто предусматривается изоляция торцов датчика плохо проводящими тепло материалами, а температура, являющаяся выходным параметром, измеряется в его средней части.

2. Будем считать, что теплоемкость внутренней части цилиндра равна нулю. Это допущение не принципиально, несмотря на то что термометр, измеряющий температуру ПХЛПВ, обычно располагают внутри цилиндра. При таком расположении термометр является пассивным элементом, не потребляющим тепла в стационарном состоянии. В случае же нестационарных процессов он также будет пассивным элементом, ухудшающим временные параметры ПХЛПВ. Таким образом, рассматриваем не весь ПХЛПВ, а лишь его влагочувствительный элемент (ВЧЭ), температура которого может быть измерена любым удобным способом.

3. Условимся не рассматривать подробности конструктивной структуры ВЧЭ (цилиндрическую основу, покрытую стеклотканью, хлористо-литиевую пропитку, слой электролита, электродную обмотку), приписывая каждому элементу поверхности средние для всего ВЧЭ параметры. К таким параметрам относятся плотность и теплоемкость конструкции ВЧЭ, удельная мощность тепловыделения и толщина поверхностей пленки электролита.

Величина удельной мощности тепловыделения — функция применяемого электролита, напряженности электрического поля и конфигурации электродов. Она может быть легко вычислена [7]:

$$W = (4N^2 U^2 \sigma) / H^2. \quad (2)$$

В стационарном состоянии, находясь при температуре, более высокой, чем температура среды, ВЧЭ является источником тепла. Количество тепла, отдаваемое в окружающую среду, черпается из джоулевого тепла, выделяемого током, проходящим через электродную обмотку. Поэтому каждому стационарному состоянию можно приписать среднюю толщину пленки электролита, обеспечивающую мощность  $W\delta_0$ , рассеиваемую единицей поверхности ВЧЭ.

4. Условимся считать, что ВЧЭ изотермичен. В стационарном состоянии выполнение этого предположения обеспечивается предыдущими допущениями. Отклонение от изотермичности в радиальном направлении возможно при нестационарном процессе, так как тепловыделение происходит лишь в поверхностном слое ВЧЭ. Однако при небольшой скорости изменения температуры ВЧЭ, ограниченной величиной коэффициента адсорбции воды моногидратом хлористого лития, который имеет величину  $\approx 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ г/см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{гП}$ , и обычном соотношении между теплоемкостью и теплопроводностью ВЧЭ в направлении его радиуса это отклонение не является большим.

5. Полагаем, что для теплообмена ВЧЭ с окружающей средой можно воспользоваться граничными условиями III рода в приближении коэффициента теплообмена [8].

6. И, наконец, пренебрегаем теплотами, затрачиваемыми во время нестационарного процесса на испарение воды и кристаллизацию хлористого лития. Оценки показывают, что при изменении парциального давления водяных паров среды примерно на 13,3 гП (10 мм рт. ст.), чему соответствует изменение относительной влажности воздуха от 40 до 80% при температуре 22°C, указанные теплоты не превышают  $10^{-4} \text{ Вт/см}^2$ , в то время как за счет внешнего источника питания в ВЧЭ рассеивается  $\approx 10^{-1} \text{ Вт/см}^2$ .

На основании изложенного можно записать уравнение теплового баланса элементарного объема цилиндрического ВЧЭ в виде

$$W\delta - \alpha(T - T_c) = C\rho\Delta R \frac{dT}{dt}. \quad (3)$$

В стационарном случае [7] это уравнение описывает обычное равенство тепловых потоков:  $W\delta_0 - \alpha(T_0 - T_c) = 0$ .

При изменении парциального давления водяного пара среды в результате сорбции воды происходит изменение толщины слоя электролита на величину

$$\Delta\delta = \frac{K(1+\gamma)}{\rho_H} \int_0^t [\varphi_0 P(T) - \varphi'_c(t) P(T_c)] dt. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получаем основное уравнение, описывающее работу ВЧЭ:

$$W \left[ \delta_0 + \frac{K(1+\gamma)}{\rho_H} \int_0^t [\varphi_0 P(T) - \varphi'_c(t) P(T_c)] dt \right] - \alpha(T - T_c) = C\rho\Delta R \frac{dT}{dt}. \quad (5)$$

Применим это уравнение для описания динамических свойств ВЧЭ. Дифференцируя по времени, преобразуем его к удобному для дальнейшего исследования виду:

$$\frac{d^2T}{dt^2} + \frac{\alpha}{C\rho\Delta R} \frac{dT}{dt} - \frac{WK(1+\gamma)}{C\rho\Delta R\rho_H} [\varphi_0 P(T) - \varphi'_c(t) P(T_c)] = 0. \quad (6)$$

Рассмотрим поведение ВЧЭ при изотермическом скачкообразном изменении относительной влажности среды, переводящем ВЧЭ из одного стационарного состояния в другое. Для этого величину разности парциальных давлений, фигурирующую в уравнении (6), перепишем в виде, содержащем величину скачка относительной влажности:

$$\varphi_0 P(t) - \varphi'_c(t) P(T_c) = \varphi_0 [P(T_0) - P(T)] - \Delta\varphi_c P(T_c). \quad (7)$$

Полученное выражение содержит нелинейную функцию, что не дает возможности решить уравнение (6) аналитически. Явный вид этой функции известен [9]:

$$P(T) = A \exp \left\{ -\frac{B}{TK} \right\}. \quad (8)$$

При значениях констант  $A = 1,0543 \cdot 10^9 \text{ гП}$  и  $B = 5155,5 \text{ К}$  эта функция описывает зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры с точностью до третьего знака в области  $50 < T < 60 \text{ }^\circ\text{C}$ . Разлагая  $P(T)$  в ряд Тейлора вблизи точки  $T_0$ , получим, что при условии  $(T - T_0) \leq 3 - 5^\circ$  возможна линейзация уравнения (6). Таким изменениям температуры поверхности ВЧЭ соответствуют изменения относительной влажности среды на 5–20%. Линейзация уравнения (6), в котором сделана замена переменных  $T - T_0 = \Theta$ , приводит его к виду

$$\Theta'' + \frac{\alpha}{C\rho\Delta R} \Theta' + \frac{WK(1+\gamma)}{C\rho\Delta R\rho_H} \varphi_0 \frac{\partial P(T_0)}{\partial T} \Theta = \frac{WK(1+\gamma)}{C\rho\rho_H\Delta R} \Delta\varphi_c P(T_c). \quad (9)$$

Линейное неоднородное уравнение (9) при начальных условиях

$$\Theta'(0) = 0, \quad \Theta(0) = 0 \quad (10)$$

имеет три типа решений, зависящих от соотношения между его коэффициентами. Общая форма их такова:

$$\Theta(t) = \frac{\Delta\varphi_c}{\varphi_0} \frac{P(T_c)}{dP(T_0)/dT} f_k(t),$$

где  $f_k(t)$  — временной множитель, зависящий от конструктивных параметров ВЧЭ. Его характеристиками являются постоянная затухания

$$\sigma = -\alpha/2C\rho\Delta R$$

и собственная частота

$$\omega = \left[ \left( \frac{\alpha}{2C\rho\Delta R} \right)^2 - \frac{WK(1+\gamma)}{C\rho\Delta R\rho_H} \varphi_0 \frac{\partial P(T_0)}{\partial T} \right]^{1/2}.$$

От величины  $\omega$ , а следовательно, от параметров ВЧЭ зависит поведение датчика в нестационарных процессах. Рассмотрим возможные случаи.

Если собственная частота  $\omega$  — положительное число, не равное нулю, то функция  $f_1(t)$  изменяется с течением времени тем медленнее, чем больше  $\omega$ . Поведение ВЧЭ характеризуется замедленным аperiodическим движением к новому положению равновесия:

$$f_1(t) = 1 + \frac{\omega - \sigma}{2\omega} \exp\{-(\sigma + \omega)t\} - \frac{\sigma + \omega}{2\omega} \exp\{-(\sigma - \omega)t\}.$$

Это решение представлено кривой 1 на рисунке.

Условию  $\omega = 0$  соответствует критический режим — наивысшая скорость аperiodического процесса перехода ВЧЭ в новое стационарное состояние. Функция  $f_2(t)$  имеет вид

$$f_2(t) = 1 - (1 - \sigma t) \exp\{-\sigma t\}.$$

Это решение представлено кривой 2 на рисунке.

Колебательное решение соответствует минимому значению  $\omega$ . Временная функция такова:

$$f_3(t) = 1 - e^{-\sigma t} \sin(\omega t + \arctg(\omega/\sigma)) / \sin \arctg(\omega/\sigma).$$

Это решение представлено кривой 3 на рисунке.

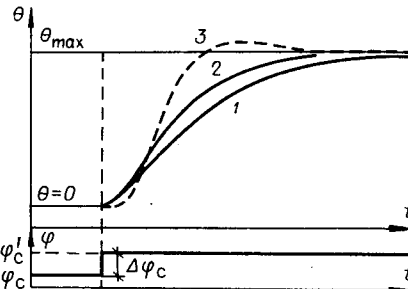
В практических реализациях ПХЛПВ наблюдение таких режимов работы затруднено из-за большой постоянной времени теплопередачи от ВЧЭ к термометру, который превышает  $\omega^{-1}$ . Однако в экспериментальных исследованиях при подходящих условиях наблюдаются все три типа описанных здесь решений [1, 10].

Таким образом, цепой некоторых упрощений выведено основное уравнение и построена математическая модель работы влагочувствительного элемента подогревного хлористолитиевого преобразователя влажности. В области малых изотермических скачков относительной влажности среды удалось получить аналитические решения, описывающие поведение ВЧЭ в зависимости от параметров его конструкции. Сформулированные здесь условия могут являться отправным пунктом при конструировании ПХЛПВ, хотя они строго обоснованы лишь для малых изменений влажности воздуха. Для больших скачков влажности среды необходимо решение нелинейного уравнения, однако существенно принципиальных отличий не предполагается.

Изложенные выводы имеют особо важное значение в связи с тем, что ПХЛПВ нашли широкое применение в научных исследованиях, а также в АСУ ТП. Стабильность характеристик ПХЛПВ и наличие приведенного в настоящей статье математического описания работы датчика делают возможной обработку на ЭВМ результатов эксперимента с реальным учетом статистики и динамики температурно-влажностного поля, т. е. среды, в которой было проведено исследование.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

В статье приняты следующие условные обозначения и аббревиатуры: ПХЛПВ — подогревный хлористолитиевый преобразователь влажности; ВЧЭ — влагочувствительный элемент;  $P(T)$  — функциональная зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры;  $T$  — температура поверхности ВЧЭ;  $T_0$  — температура



поверхности ВЧЭ в стационарном состоянии;  $\Theta = T - T_0$  — отклонение температуры ВЧЭ от стационарного состояния при нестационарном процессе;  $\varphi_0$  — относительная влажность у поверхности насыщенного раствора LiCl;  $\varphi_c$  — относительная влажность среды;  $\varphi'_c(t)$  — относительная влажность среды, изменяющаяся со временем;  $\varphi'_c$  — новое значение относительной влажности среды при ее скачкообразном изменении;  $\Delta\varphi_c = \varphi'_c - \varphi_c$  — величина изотермического скачка влажности;  $H$  — высота ВЧЭ;  $R$  — радиус ВЧЭ;  $N$  — число витков одного электрода ВЧЭ;  $U$  — напряжение питания ВЧЭ;  $\delta_0$  — средняя толщина поверхностной пленки электролита в стационарном состоянии;  $\delta$  — средняя толщина поверхностной пленки электролита в нестационарном состоянии;  $\Delta\delta = \delta - \delta_0$  — изменение средней толщины поверхностной пленки электролита при переходном процессе;  $W$  — объемная мощность тепловыделения в пленке насыщенного раствора LiCl за счет прохождения электрического тока;  $\sigma(T)$  — проводимость насыщенного раствора LiCl ( $\text{Ом} \cdot \text{см}$ )<sup>-1</sup>;  $\rho_n$  — плотность насыщенного раствора LiCl;  $K$  — коэффициент адсорбции воды насыщенным раствором LiCl;  $\gamma$  — растворимость LiCl в воде;  $\rho$  — средняя плотность конструкции ВЧЭ;  $C$  — средняя теплоемкость конструкции ВЧЭ;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена;  $dS$  — элемент поверхности ВЧЭ;  $\Delta V = \Delta R dS$  — элемент объема ВЧЭ;  $\Delta R$  — толщина ВЧЭ;  $\Delta V' = \delta_0 dS$  — элемент объема ВЧЭ, где происходит тепловыделение;  $\sigma$  — затухание ВЧЭ ( $\text{с}^{-1}$ );  $\omega$  — собственная частота ВЧЭ ( $\text{с}^{-1}$ ).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Костырко К. Исследование динамических свойств хлористо-литиевого датчика точки росы. — Измерение, автоматика, контроль. Варшава, 1969, № 8.
2. Суряжикова Е. Н., Мерзвинская О. В. Математическая модель электролитического датчика влажности. — Труды ЛИАП, 1973, вып. 80.
3. Щербань А. Н. и др. Математическая модель подогревного хлористо-литиевого первичного преобразователя влажности как элемента системы управления. — В кн.: Автоматизированные системы управления и приборы автоматки. Вып. 32. Харьков; Вища школа, 1974, с. 150—156.
4. Никонова В. В., Кочетов С. М. Анализ инерционности электролитических подогревных датчиков влажности. — Труды НИИ ГМП, 1976, вып. 33.
5. Веккер Б. Л., Гершкович Е. А. Определение относительной влажности над насыщенными растворами ряда солей в диапазоне температур от 0 до 60 °С. — Пачные приборы, 1976, № 9.
6. Усольцев В. А. Датчик влажности с подогревным электролитическим чувствительным элементом. — Труды НИИ ГМП, 1967, вып. 18.
7. Литвинов А. М., Мишта В. П., Завьялов Ю. Г. Стационарный режим работы подогревного электролитического преобразователя влажности. — В кн.: Алгоритмизация и управление химико-технологическими производствами. Киев: Техника, 1978.
8. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967.
9. Штрауф Е. А. Молекулярная физика. М.: ГИТТЛ, 1949.
10. Бернгард Р., Гейнце Д. Методы определения динамических характеристик хлористо-литиевых подогревных гигрометрических датчиков в эксплуатационных условиях. — Приборы и системы управления, 1974, № 10.

Поступило в редакцию 19 марта 1979 г.

УДК 539.213.27/28 : 548.735+539.264 : 548.735

В. И. ДОЦЕНКО, Г. С. ЮРЬЕВ  
(Новосибирск)

### ДЕЙСТВИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА СТРУКТУРУ НЕКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО СУЛЬФИДА МЫШЬЯКА

Изменения оптических свойств в пленках стекол системы As—S одними авторами связываются с фотоструктурными превращениями, другими — с фотохимическими [1]. Однако многие авторы отмечают, что происходит перестройка структуры вещества под воздействием излучения [1—4]. В работах [1, 2] использовалось излучение вольфрамовой спирали или ртутной лампы. При этом изменение дифракционных картин истолковывалось как подтверждение локального изменения в структуре