право и считывание информации осуществляется левой группой. Тогда считывающий элемент k-го кольца первым достигнет границы между числами A и $A+1$. Его срабатывание будет сигналом на переключение «двойной щетки» с левой группы считывающих элементов на правую. Теперь к числовой границе первым (из действующих считывающих элементов) подойдет считывающий элемент 1-го кодового кольца. К этому времени все недействующие считывающие элементы из левой группы уже перейдут с числа A на число $A+1$, а правая группа будет считывать число A. Переключение считывающего элемента 1-го кольца дает команду на переключение «двойной щетки» с правой группы на левую, и число A будет сразу же заменено числом $A+1$.

Как видно из приведенного примера, для управления переключениями «двойной щетки» требуются сигналы от двух кодовых колец. При движении шкалы слева направо переключающие сигналы поступают от левого считывающего элемента k-го кольца и единственного считывающего элемента 1-го кольца. Если шкала будет двигаться справа налево, то потребуются управляющие сигналы от правого считывающего элемента k-го кольца и от того же считывающего элемента 1-го кольца. Поскольку в предлагаемой «двойной щетке» расположение считывающих элементов отлично от традиционного и управляющие сигналы поступают не от одного, а от двух считывающих элементов, мы условно называем такую «двойную щетку» модифицированной. Аппаратурные затраты для реализации ее те же, что и для реализации обычной «двойной щетки».

ВЫВОДЫ

1. Применение для реализации СОК многодорожечных двоичных шкал затрудняет устранение неоднозначности и считывания информации на числовой границе. Предлагаемые [1] методы «двойной щетки» и «двойного кодирования» снижают дискретность отсчета углов в два раза.

2. СОК может быть реализована на основе «зацепления» кодовых колец. В этом случае оказывается возможным устранение неоднозначности считывания информации на числовой границе без снижения дискретности отсчета углов двумя способами: по сигналам опережающего и запаздывающего кодовых колец и модифицированной «двойной щеткой».

3. Оценка аппаратурных затрат показывает, что способ модифицированной «двойной щетки» предпочтительнее.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Абрамсон И. Т., Лапкин Л. Я., Носиков О. В.** Принципы построения преобразователей информации, работающих в системе остаточных классов.— Автометрия, 1969, № 2.
2. **Абрамсон И. Т., Лапкин Л. Я.** Многоотсчетные преобразователи угла в код вычетов.— Автоматика и вычислительная техника, № 6210—73, деп.
3. **Панов Г. И.** Об эффекте «зацепления» кодовых колец.— Автоматика и телемеханика, 1962, т. XXIII, № 2.
4. **Шарин Ю. С., Лысаков М. А.** Масштабное преобразование измеряемой величины в кодовых датчиках положения.— В кн.: Информационное обеспечение, адаптация, динамика и прочность систем. Куйбышев: Кн. изд-во, 1976.

Поступило в редакцию 8 мая 1979 г.;
окончательный вариант — 26 ноября 1979 г.

УДК 519.583.6 : 681.3

А. С. ЗАГОРУЙКО

(Новосибирск)

О КОМБИНИРОВАННЫХ С ОБОБЩЕННЫМ МЕТОДОМ ХОРД СПОСОБАХ МНОГОМЕРНОЙ МИНИМИЗАЦИИ

В работе описываются алгоритмы комбинированных методов многомерной минимизации, включающие обобщенный метод хорд [1] и покоординатный или случайный спуск, на основе решения тестовых задач сравниваются их программные реализации с целью установления среди них иерархии по надежности получения результата и быстродействию. Приведены условия, позволяющие распространить указанные методы на общую задачу нелинейного программирования.

Можно считать, что данная работа является в определенной мере продолжением [2]. Поэтому, чтобы избежать излишних повторений, изложение сопровождается ссылками на [2].

Как и в [2], рассматриваются задачи, в которых необходимо найти с требуемой точностью минимум скалярной функции $\Phi(\mathbf{x})$, заданной в евклидовом пространстве на n-мерном гиперпараллелепипеде, т. е. задачи с двусторонними ограничениями $(\underline{p}_i, \overline{p}_i)$ на каждый оптимизируемый параметр $\underline{p}_i \leqslant x_i \leqslant \overline{p}_i \, (i=\overline{1, n})$.

Все алгоритмы комбинированных методов программно реализованы на ФОРТРАНе на ЭВМ АСВТ М-4030 и имеют общую часть, включающую следующие модули, описанные в [2]: KSEDI — для задания $\Phi(\mathbf{x})$ в явном или численном виде, KBXODA — для ввода численной информации, KOOPT — для одномерной минимизации, KMIMA — для определения границ одномерного поиска, KSCH — для реализации алгоритма внешних штрафных функций в случае выхода параметров за допустимые пределы.

В основу «чистого» метода хорд положен алгоритм, описанный в [1]. Были рассмотрены две его модификации, в которых обращение матрицы невязок заменено решением соответствующей системы линейных уравнений.

Алгоритм Х1. Формируются $(n+1)$ векторов начальных приближений следующим образом. Первый вектор — начальное приближение $\mathbf{x}^0$ из области определения функции $\Phi(\mathbf{x})$. В каждом последующем i-м $(i=\overline{1, n})$ векторе по сравнению с $\mathbf{x}^0$ меняется на постоянное относительное приращение ε только одна i-я компонента.

Алгоритм Х2. Формирование матрицы начальных приближений отличается от формирования в Х1 тем, что относительное приращение i-й компоненты соответствующего вектора генерируется случайным образом из ε — окрестности компоненты $\mathbf{x}^0$.

В дальнейшем, там, где алгоритмы Х1 и Х2 можно не разделять, будем их обозначать через Х.

Условная схема Х: $\mathbf{x}^0$, n детерминированных или случайных приращений, метод хорд.

Комбинированные методы включают в себя релаксационные методы спуска (покоординатный и случайный спуски) и метод хорд. Причем названные способы спуска органически сочетаются с методом хорд, участвуя в формировании матрицы начальных приближений (системы $n+1$ векторов).

Алгоритм ХСП1. Первый вектор — это $\mathbf{x}^0$. Каждый последующий i-й вектор $\mathbf{x}^i$ получается путем покоординатной релаксации по i-й компоненте:

$$\mathbf{x}^i = \mathbf{x}^{i-1} + h_i \mathbf{s}^i \qquad (i=\overline{1, n}), \tag{1}$$

где $\mathbf{s}^i = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)^{\mathrm{T}}$ — вектор направления спуска, i-я компонента s_i^i которого равна единице, а остальные компоненты нулевые (т — знак транспонирования вектора); h_i — шаг спуска, определяемый в результате работы подпрограммы одномерной минимизации KOOPT [2].

Условная схема: $\mathbf{x}^0$, n покоординатных спусков, метод хорд.

Соответственно тому, распространяется ли случайный спуск на всю систему векторов или только на один из них, а формирование остальных векторов детерминировано или случайно, комбинированный метод со случайным спуском, в свою очередь, подразделяется на три способа минимизации.

Алгоритм ХСП2. Первый вектор $\mathbf{x}^{01}$ получается путем спуска по вектору направления $\mathbf{s}^0$, каждая компонента s_i^0 которого представляет собой случайную величину η_i, равномерно распределенную в замкнутом интервале $[1, -1]$ и пронормированную:

$$\mathbf{x}^{01} = \mathbf{x}^0 + h_0 \mathbf{s}^0, \tag{2}$$

$$s_i^0 = \eta_i \Big/ \left(\sum_{j=1}^{n} \eta_j^2 \right)^{0,5} \quad (i = \overline{1, n}). \tag{3}$$

Каждый последующий вектор $\mathbf{x}^i (i=\overline{1, n})$ формируется так же, как в Х1, но исходить надо из $\mathbf{x}^0 = \mathbf{x}^{01}$.

Условная схема: один случайный спуск, n детерминированных приращений, метод хорд.

Алгоритм ХСП3. *Условная схема*: один случайный спуск, n случайных приращений, метод хорд.

Алгоритм ХСП4. *Условная схема*: $\mathbf{x}^0$, случайный спуск n раз, метод хорд. Случайный поиск осуществляется в соответствии с итерационным процессом (1) и формулой типа (3) для определения $\mathbf{s}^i$.

Для всех алгоритмов существенным является также допустимое количество итераций $J_{\text{доп}}$, т. е. количество решений систем линейных уравнений, приходящихся на одно формирование матрицы начальных значений. Задавая различные величины

Таблица 1

Результаты экспериментов для неквадратичных функций

Программа (алгоритм)		Номер эксперимента 9	10	11	12	Программа (алгоритм)		Номер эксперимента 9	10	11	12
ХСП1	КУ	2	2	96	163	ХСП3	То же	5	5	10	20
	КФ	132	292	4970	11 480			92	164	460	1020
	t (с)	1,6	2,1	65,5	115			2,7	2,9	10,4	17,8
ХСП2	То же	6	6	34	39	ХСП4	То же	6	6	12	19
		92	164	715	1365			236	456	835	2795
		3,0	3,2	19,6	25,4			3,2	3,8	8,9	22,1

$J_{доп}$, можно соответственно менять соотношение между объемами вычислений по методу спуска и методу хорд. Рекомендуемое значение $J_{доп}=10$—15.

Условия численных экспериментов и тестовые задачи были такие же, как в [2]. В табл. 1 представлены результаты экспериментов только для неквадратичных функций, как отражающих наиболее общий случай. Для каждого алгоритма комбинированного способа минимизации приведены три показателя: КУ — количество обращений к программе решения систем линейных уравнений, КФ — количество обращений к программе KSEDI вычисления функции $\Phi(\mathbf{x})$, t — машинное время решения задачи в секундах.

По результатам экспериментов для неквадратичных функций построена табл. 2. Показателем надежности решения задач служит процент решенных задач. По этому критерию все комбинационные методы одинаковы (решены все задачи). Для сравнения указано, что «чистым» методом хорд не был решен ни один из примеров для неквадратичных функций.

Коэффициент эффективности по быстродействию (времени) определялся так же, как и в [2]. Наилучшие результаты показал алгоритм ХСП1, для которого $M=1$ (М — место алгоритма в порядке уменьшения этого показателя). По затратам памяти алгоритмы X, ХСП1—ХСП4 практически равны.

Что касается сравнения комбинированных методов с релаксационными, рассмотренными в [2], то все они по быстродействию значительно превосходят последние. Так, если продолжить табл. 2, то лучший из релаксационных методов (модифицированный метод Пауэлла) получил бы только около двух баллов. Однако если исходить из коэффициента эффективности по затратам памяти, модифицированный метод Пауэлла предпочтителен, так как алгоритмы, построенные на основе метода хорд, требуют на $2n^2$ машинных слов больше.

Эти результаты были получены для общего случая, когда задача поиска минимума целевой функции сводилась к решению системы нелинейных уравнений путем численного вычисления градиента целевой функции и приравнивания его нулю. Лучшие результаты получаются, если градиент вычисляется аналитически. Однако это возможно только в простых случаях.

В некоторых частных случаях градиент можно совсем не определять, выбирая соответствующим образом целевую функцию. Так, при применении комбинированных методов для параметрической оптимизации электронных схем целевой функцией служила норма вектора невязок выходных характеристик оптимизируемой схемы, размерность которого должна быть равна количеству n варьируемых параметров. В частности, когда ограничение на выходной параметр представляло собой конкретную точку на требуемой кривой переходного процесса в заданном узле электронной

Таблица 2

Сравнение программ минимизации по быстродействию для неквадратичных функций

Показатель	Программа (алгоритм) X	ХСП1	ХСП2	ХСП3	ХСП4
Процент решенных задач	0	100	100	100	100
Коэффициент эффективности по быстродействию (десятибалльная система)	0	10	7,2	8,6	7,0
М	5	1	3	2	4

нированные методы на общую задачу нелинейного программирования, т. е. для определения

$$\min_{x\in Q} \Phi(\mathbf{x}),\ Q=\{\mathbf{x}\in E_n : \mathbf{g}(\mathbf{x})=0,\ \mathbf{h}(\mathbf{x})\leqslant 0\},$$

где $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ — вектор-функции ограничений соответственно типа равенства размерности l и неравенств размерности m.

Функция $\Phi(\mathbf{x})$ и ограничения $g_i(\mathbf{x})=0(i=\overline{1,\ l})$ участвуют непосредственно в формировании матрицы невязок как отклонения $\Phi(\mathbf{x})$ и $g_i(\mathbf{x})$ от нуля. Ограничения вида $h_j=x_i-\bar{p}_i\leqslant 0$ и $h_{j+1}=\underline{p}_i-x_i\leqslant 0$ для i-го оптимизируемого параметра x_i включаются в двусторонние ограничения на этот параметр, предусмотренные функционально для указанных методов минимизации. С каждым из оставшихся k ограничений типа неравенств общего вида $h_i(\mathbf{x})$ $(i=\overline{1,\ k})$ следует поступать так: а) если оно не удовлетворяется, т. е. $h_i(\mathbf{x})>0$, то величина $h_i(\mathbf{x})$ берется в качестве невязки; б) если удовлетворяется, т. е. $h_i(\mathbf{x})\leqslant 0$, то невязка генерируется случайным образом на интервале $[-\varepsilon/2,\ \varepsilon/2]$. Рекомендуемое значение $\varepsilon=E/n$, где E — задаваемая точность определения минимума $\Phi(\mathbf{x})$.

Этот прием позволяет, с одной стороны, привести в процессе счета к выполнению данного ограничения, с другой — при его выполнении ликвидировать возможную особенность матрицы невязок.

Условием применения комбинированных методов для общей задачи нелинейного программирования является равенство

$$1+l+k=n. \tag{4}$$

В качестве примера приведем одну из решенных тестовых задач [3]:

$$\Phi(\mathbf{x})=(x_1+3x_2+x_3)^2+4(x_1-x_2)^2\ (n=3);$$
$$g_1=x_1+x_2+x_3-1\quad (l=1),$$
$$h_i(x)=-x_i\ (i=1,\ 2,\ 3),\ \ h_4=3-4x_3-6x_2+x_1^3$$
$$(m=4),\ \mathbf{x}^0=(0,\ 1;\ 0,\ 7;\ 0,\ 2)^{\mathrm{T}},\ \mathrm{E}=10^{-6}.$$

Ограничения $h_i=-x_i(i=1,\ 2,\ 3)$ были включены в двусторонние ограничения на каждом параметре $(0\leqslant x_i\leqslant\infty)$. Таким образом, $k=1$, поэтому условие (4) выполняется. Полученное решение $x_1=0$, $x_2=0$, $x_3=1$ более точное, чем в [3], поскольку $\Phi(\mathbf{x})=1$, а не 1,83, как в [3]. Время счета составило несколько секунд.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Безносов Г. П., Ефименко В. В., Загоруйко А. С., Стукалин Ю. А.** Обобщенный метод хорд в задачах моделирования на ЭВМ статики и динамики нелинейных схем.— В кн.: Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ. [Материалы конф.]. Новосибирск: изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1974.
2. **Загоруйко А. С.** Результаты сравнения релаксационных методов многомерной минимизации на ЭВМ.— Автометрия, 1979, № 5.
3. **Евтушенко Ю. Г., Жадан В. Г.** Двойственный метод решения общей задачи нелинейного программирования.— В кн.: Исследование операций. Вып. 5, М.: изд. ВЦ АН СССР, 1976.

Поступило в редакцию 29 мая 1979 г.

УДК 621.382.8.001.57 : 681.3

В. Б. ЦЫТЕНКО

(Новосибирск)

ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ МДП-ТРАНЗИСТОРА ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ СХЕМОТЕХНИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ

Основными функциями автоматизированной системы проектирования интегральных схем (ИС) являются разработка и модернизация принципиальных электрических схем ИС с использованием ЭВМ для проведения их анализа и оптимизации.