4. **Ковалев А. М., Котов В. Н., Лубков А. А., Токарев А. С.** Графический дисплей «Дельта».— Автометрия, 1974, № 4.
5. **Бабат Е. Г.** Графическое программирование для автономной дисплейной станции «Дельта».— Препринт № 80. Новосибирск: изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1978.
6. **ФОКАЛ.** Инструкция 0.141.019, 1972.
7. **Ходоров Б. И.** Общая физиология возбудимых мембран. М.: Наука, 1975.
8. **Moore J. W., Ramon F.** On Numerical Integration of the Hodgkin and Huxley Equations for a Membrane Action Potential.— J. Theor. Biol., 1974, N 45, p. 249—273.
9. **Береговой Н. А., Буш А. В.** Математическое моделирование и диалоговая графика в исследованиях мембран нервных клеток.— В кн.: Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ. [Тезисы докл. Всесоюз. конф.]. Новосибирск: изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1979, с. 226—227.

Поступила в редакцию 3 августа 1979 г.

УДК 621.317.772

М. К. ЧМЫХ
(Красноярск)

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ ФАЗЫ С ДИСКРЕТНОЙ ОРТОГОНАЛЬНОЙ ОБРАБОТКОЙ

При измерении сдвига фаз сигналов перспективным является направление, основанное на ортогональной обработке сигналов [1], алгоритм которого в обобщенной форме имеет следующий вид:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\int_0^{T_{\text{изм}}} s(t)\, g_c(t)\, dt}{\int_0^{T_{\text{изм}}} s(t)\, g_s(t)\, dt}, \tag{1}$$

где $s(t)$ — входной сигнал, представляющий в рассматриваемом случае аддитивную смесь полезного сигнала $U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ и помехи $\xi(t)$; $g_c(t) = \cos\omega_0 t$, $g_s(t) = \sin\omega_0 t$ — опорные сигналы с единичной амплитудой ($\omega_0 = 2\pi F = 2\pi/T$ — частота входного сигнала); $T_{\text{изм}}$ — время измерения. Цифровые измерители этого направления могут строиться по двум методам [2]. В первом методе операции перемножения и интегрирования (1) осуществляются на аналоговом уровне с последующим аналого-цифровым преобразованием (АЦП) и цифровой обработкой. Второй метод использует дискретизацию и АЦП непосредственно входного сигнала, т. е. является дискретной формой алгоритма (1). Данный метод является более перспективным. При его реализации эффективно используются цифровые микроузлы, в том числе и микропроцессоры, и благодаря исключению ряда инструментальных погрешностей может быть обеспечена более высокая точность измерения. Ниже сделан анализ погрешностей цифровых измерителей фазы с дискретизацией входного сигнала, обусловленных воздействием различного рода помех. Подобная задача ставилась в [3], где получены оценочные соотношения.

Для решения этой задачи воспользуемся соотношением (1), в котором весовые функции $g_{c,s}(t)$ представляются в виде дискретизированных гармонических функций с интервалом T_0:

$$g_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos\omega_0 t\,\delta(t - nT_0), \quad g_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sin\omega_0 t\,\delta(t - nT_0). \tag{2}$$

Для компактности обозначим

$$a_c = \int_0^{T_{\text{изм}}} s(t)\, g_c(t)\, dt, \quad a_s = \int_0^{T_{\text{изм}}} s(t)\, g_s(t)\, dt. \tag{3}$$

Дальнейшее решение задачи, в основу которого положен спектральный метод, заключается в представлении весовых интегралов $\int\limits_0^{T_{\text{изм}}} s(t)\, g_{c,s}(t)\, dt$ в виде линейного фильтрующего звена с частотными характеристиками $G_{c,s}(\omega)$, на входе которого воздействует сигнал $s(t)$.

Можно доказать, что частотная характеристика $G_{c,s}(\omega)$ выражается через спектральную характеристику весовой функции $g_{c,s}(t)$ следующим соотношением:

$$G_{c,s}(\omega) = \overline{g(\omega)}\, e^{j\omega T_{\text{изм}}}, \tag{4}$$

где $\overline{g(\omega)}$ — функция, комплексно-сопряженная функции $g_{c,s}(\omega)$; $g(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} g_{c,s}(\tau)\, e^{j\omega\tau} d\tau$ — спектральная характеристика весовой функции, ограниченной интервалом $0 - T_{\text{изм}}$.

Таким образом, свойства измерителей с дискретизацией определяются спектральными характеристиками дискретизированных гармонических функций $g_{c,s}(t)$, ограниченных интервалом $0 - T_{\text{изм}}$. Спектральные характеристики могут быть найдены по общим правилам преобразования Фурье. В частности, для косинусоидальной функции после соответствующих преобразований можно получить следующее выражение спектральной характеристики в тригонометрической форме:

$$g_c(\omega) = \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ e^{j[(np+1)\omega_0 - \omega]T_{\text{изм}}/2} \frac{\sin[(np+1)\,\omega_0 - \omega]\, T_{\text{изм}}/2}{(np+1)\,\omega_0 - \omega} + \right.$$
$$\left. + e^{j[(np-1)\omega_0 - \omega]T_{\text{изм}}/2} \frac{\sin[(np-1)\,\omega_0 - \omega]\, T_{\text{изм}}/2}{(np-1)\,\omega_0 - \omega} \right\}, \tag{5}$$

где $\Omega = 2\pi/T_0$, $p = \Omega/\omega_0$.

Аналогично для дискретизированной синусоидальной функции, ограниченной интервалом $0 - T_{\text{изм}}$, будем иметь

$$g_s(\omega) = \frac{j}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ e^{j[(np-1)\omega_0 - \omega]T_{\text{изм}}/2} \frac{\sin[(np-1)\,\omega_0 - \omega]\, T_{\text{изм}}/2}{(np-1)\,\omega_0 - \omega} - \right.$$
$$\left. - e^{j[(np+1)\omega_0 - \omega]T_{\text{изм}}/2} \frac{\sin[(np+1)\,\omega_0 - \omega]\, T_{\text{изм}}/2}{(np+1)\,\omega_0 - \omega} \right\}. \tag{6}$$

Для дальнейшего использования спектральных характеристик необходимо представить выражение для погрешностей в обобщенной форме. Для этого запишем сигналы $a_{c,s}$ на выходе каналов измерителя в виде

$$a_c = a_{c0} + \Delta a_c, \quad a_s = a_{s0} + \Delta a_s,$$

где $a_{c0} = U_m \sin(\omega_0 T_{\text{изм}} + \varphi) G_c(\omega = \omega_0)$, $a_{s0} = U_m \sin(\omega_0 T_{\text{изм}} + \varphi) G_s(\omega = \omega_0)$ — значения сигналов на выходе каналов при отсутствии на входе помех в момент времени $t = T_{\text{изм}}$. Учитывая, что значения частотных характеристик, полученные из (4)—(6) при $\omega = \omega_0$, равны

$$G_c(\omega = \omega_0) = \frac{T_{\text{изм}}}{2T_0} e^{j\omega_0 T_{\text{изм}}}, \quad G_s(\omega = \omega_0) = j\frac{T_{\text{изм}}}{2T_0} e^{-j\omega_0 T_{\text{изм}}},$$

будем иметь

$$a_c = U_m (T_{\text{изм}}/2T_0) \sin\varphi + \Delta a_c, \quad a_s = U_m (T_{\text{изм}}/2T_0) \cos\varphi + \Delta a_s. \tag{7}$$

4*

Таблица 1

p	k					
	0	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1	1
2	0	1	0	1	0	1
3	0	1	1	0	1	1
4	0	1	0	1	0	1
5	0	1	0	0	1	0
6	0	1	0	0	0	1

Таблица 2

p	k					
	0	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	1	−1	0	1	−1
4	0	1	0	−1	0	1
5	0	1	0	0	−1	0
6	0	1	0	0	0	−1

Выражение для сдвига фаз с учетом (7) запишется следующим образом:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{a_{c0}+\Delta a_c}{a_{s0}+\Delta a_s} = \operatorname{arctg}\frac{\sin\varphi+\Delta a_c^*}{\cos\varphi+\Delta a_s^*}, \qquad (8)$$

где $\Delta a_c^* = \dfrac{2T_0}{T_{\text{изм}}}\dfrac{\Delta a_c}{U_m}$, $\Delta a_s^* = \dfrac{2T_0}{T_{\text{изм}}}\dfrac{\Delta a_s}{U_m}$. Разлагая (8) в ряд по степеням $\Delta a_{c,s}^*$ и ограничиваясь первыми членами разложения, получим следующее выражение для погрешности измерения сдвига фаз

$$\Delta\varphi = (\Delta a_c/U_m)(2T_0/T_{\text{изм}})\cos\varphi - (\Delta a_s/U_m)(2T_0/T_{\text{изм}})\sin\varphi. \qquad (9)$$

Выражение (9) с учетом спектральных характеристик каналов фазоизмерителя позволяет исследовать погрешности для различных видов помех. Рассмотрим погрешности для наиболее распространенных помех.

Погрешность измерения при воздействии помех с частотами, кратными частоте сигнала (погрешность, обусловленная нелинейными искажениями сигнала). В этом случае помеха $\xi(t)$ представима следующим образом:

$$\xi(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{mk}\sin(k\omega_0 t+\psi_k),$$

где U_{mk}, ψ_k — амплитуда и фаза k-й гармоники. Значения $\Delta a_{c,s}$, определяющие погрешность измерения (9), равны

$$\Delta a_{c,s} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{mk}G_{c,s}(\omega=k\omega_0)\sin(k\omega_0 t+\psi_k)/t = T_{\text{изм}}. \qquad (10)$$

Спектральная характеристика $g_{c,s}(\omega=k\omega_0)$, через которую выражается $G_{c,s}(\omega=k\omega_0)$, зависит от p. В табл. 1 и 2 приведены значения $g_c(\omega=k\omega_0)(2T_0/T_{\text{изм}})$ и $g_s(\omega=k\omega_0)(2T_0/T_{\text{изм}})$. (Здесь и в дальнейшем будем считать $\omega_0 T_{\text{изм}} = z2\pi$, где z — целое число.)

Как видно из таблиц, для $p\geqslant 3$ ближайшая гармоника, которая приводит к погрешности, соответствует $k=p-1$. Погрешность измерения сдвига фаз может быть получена подстановкой (10) в (9) с учетом значений $G_{c,s}(\omega=k\omega_0)$. Для $p\geqslant 3$

$$\Delta\varphi = \sum_{n=1}^{\infty}[k_{f(pn+1)}\cos\varphi\sin\psi_{pn+1} + k_{f(pn-1)}\cos\varphi\sin\psi_{pn-1}] -$$
$$- \sum_{n=1}^{\infty}[k_{f(pn+1)}\sin\varphi\cos\psi_{pn+1} - k_{f(pn-1)}\sin\varphi\cos\psi_{pn-1}] =$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty}[k_{f(pn+1)}\sin(\psi_{pn+1}-\varphi) + k_{f(pn-1)}\sin(\psi_{pn-1}+\varphi)],$$

где $k_{fn} = U_{mn}/U_m$.

Погрешность, обусловленная нелинейными искажениями, зависит от фазы гармоник. При априорно неизвестных фазах гармоник погрешность можно оценить среднеквадратическим значением, равным

$$\sigma_{\varphi} = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[k_{f(pn+1)}^{2} + k_{f(pn-1)}^{2}\right]}.$$

Практически при проектировании измерителей фазы такого типа необходимо выбрать количество интервалов дискретизации из расчета исключения наиболее интенсивных гармоник.

Анализ спектральных характеристик на кратных частотах позволяет также сделать некоторые другие выводы и рекомендации. Как видно из табл. 2, значения спектральной характеристики (на основной частоте) для $p=1$ и $p=2$ равны нулю, т. е. для интервалов дискретизации, равных T, $T/2$ (T — период входных сигналов), при использовании вышеприведенного алгоритма (2) измерение фазы невозможно.

Значения спектральных характеристик дискретизированных гармонических функций на основной частоте при $p \geqslant 3$ не зависят от сдвига δ-последовательности. Учитывая это, можно предложить более общий алгоритм, в котором весовые функции $g_{c,s}$ в (1) представляются в следующем виде:

$$g_c(t) = \cos\omega_0 t \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0 - \tau_c);$$
$$g_s(t) = \sin\omega_0 t \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0 - \tau_s). \tag{11}$$

Из общей формы $g_{c,s}(t)$ (11) можно получить, кроме (2), еще две частных, имеющих большой практический интерес:

$$g_c(t) = \cos\omega_0 t \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0), \quad g_s(t) = \sin\omega_0 t \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0 - T/4); \tag{12}$$

$$g_c(t) = \cos\omega_0 t \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0 - T/4), \quad g_s(t) = \sin\omega_0 t \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0). \tag{13}$$

Алгоритм, использующий (12), пригоден при измерении сдвига фаз при любом шаге дискретизации, в том числе при $T_0 = T$ и $T_0 = T/2$, при которых измеритель сдвига фаз реализуется особенно просто, так как не требуется выполнения операции умножения на синус-косинусные функции. При $T_0 = T$ необходимо только проводить суммирование результатов дискретизации, а при $T_0 = T/2$ — суммирование и вычитание. При количестве шагов дискретизации за период $p = 4z$ (z — целое число) алгоритмы, использующие (12) и (13), реализуются одинаково. При количестве $p = 4z + 2$ ($p = 6$, 10 и т. д.) более целесообразно использование (13), так как в этом случае обеспечивается меньшее (на 2) число ненулевых уровней дискретизации. Это особенно существенно при малых p. В частности, при $p = 6$ измерение выполняется всего при двух одинаковых по абсолютному значению уровнях. При этом исключается влияние всех четных гармоник и обычно наиболее интенсивной третьей гармоники сигнала.

Погрешность измерения при воздействии сосредоточенной по спектру помехи на частотах, не кратных частоте сигнала. В этом случае для определения $\Delta a_{c,s}$ необходимо пользоваться общими выражениями для спектральных характеристик. Практически наиболее интенсивными оказываются помехи вблизи основной частоты. При действии гармонической помехи со случайной фазой, отстроенной относительно сигнала на частоту $\Omega = \omega_п - \omega_0$,

$$\xi(t) = U_{mп} \sin(\omega_п + \psi_п),$$

величины Δa_c и Δa_s, определяющие погрешность измерения, равны

$$\begin{aligned}\Delta a_c &= \frac{U_{m\text{п}}}{2T_0}\frac{\sin\frac{\Omega T_{\text{изм}}}{2}}{\Omega/2}\sin\left(\frac{\Omega T_{\text{изм}}}{2}+\psi_\text{п}\right),\\ \Delta a_s &= \frac{U_{m\text{п}}}{2T_0}\frac{\sin\frac{\Omega T_{\text{изм}}}{2}}{\Omega/2}\cos\left(\frac{\Omega T_{\text{изм}}}{2}+\psi_\text{п}\right).\end{aligned} \tag{14}$$

После подстановки (14) в (9) и соответствующих преобразований получим

$$\Delta\varphi = \frac{1}{q}\frac{\sin\frac{\Omega T_{\text{изм}}}{2}}{\Omega T_{\text{изм}}/2}\sin\left(\frac{\Omega T_{\text{изм}}}{2}+\psi_\text{п}-\varphi\right),$$

где $q = U_m/U_{m\text{п}}$.

При априорно неизвестной фазе помехи $\psi_\text{п}$ среднеквадратическая погрешность измерения сдвига фаз

$$\sigma_\varphi = \frac{\sqrt{2}}{q}\frac{\sin\frac{\Omega T_{\text{изм}}}{2}}{\Omega T_{\text{изм}}}.$$

Среднеквадратическая погрешность зависит от $\Omega T_{\text{изм}}$. При $\Omega T_{\text{изм}} \geqslant \pi$ максимальное значение $\sigma_{\varphi\,\max} = \sqrt{2}/q\Omega T_{\text{изм}}$.

Погрешность измерения при воздействии узкополосных и широкополосных нормальных шумов. Для узкополосных и широкополосных помех среднеквадратическая погрешность измерения сдвига фаз определяется по формуле

$$\sigma_\varphi = \frac{2T_0}{T_{\text{изм}}U_m^2}\sqrt{\sigma^2(\Delta a_c)\cos^2\varphi+\sigma^2(\Delta a_s)\sin^2\varphi} = \frac{2T_0}{T_{\text{изм}}}\frac{\sigma_a}{U_m}, \tag{15}$$

так как $\sigma(\Delta a_c) = \sigma(\Delta a_s) = \sigma_a$. Определение среднеквадратической погрешности σ_a сводится к интегрированию энергетического спектра помехи с учетом квадрата модуля спектральной характеристики

$$\delta_a^2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty S(\omega)\,|G_{c,s}(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty S(\omega)\,|g(\omega)|^2 d\omega,$$

где $S(\omega)$ — энергетический спектр шума.

Для узкополосных шумов достаточно провести интегрирование в области основной частоты.

Практически можно считать энергетический спектр в «полосе пропускания» канала фазоизмерителя (вблизи $\omega = \omega_0$) постоянным и равным $S(\omega = \omega_0) = S_0$. Тогда

$$\sigma_a^2 = \frac{S_0}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\sin^2\frac{\Omega T_{\text{изм}}}{2}}{(\Omega/2)^2}d\Omega = \frac{1}{(2T_0)^2}S_0T_{\text{изм}}, \tag{16}$$

так как $\int_0^\infty \frac{\sin^2 x}{x^2}dx = \frac{\pi}{2}$.

Среднеквадратическая погрешность измерения фазы может быть получена путем подстановки (16) в (15):

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\frac{S_0}{U_m^2 T_{\text{изм}}}},$$

т. е. для узкополосных шумов при указанных предположениях среднеквадратическая погрешность совпадает с погрешностью оптимального измерителя [1].

Для широкополосных шумов интегрирование нужно проводить во всех областях $\omega = (pn \pm 1)\omega_0$. Для равномерного энергетического спектра широкополосных шумов S_0 среднеквадратическая погрешность может быть рассчитана по формуле

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\frac{S_0 m}{U_m^2 T_{\text{изм}}}},$$

где m — число областей $\omega = (pn \pm 1)\omega_0$, которые перекрываются со спектром шума.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Пестряков В. Б.** Фазовые радиотехнические системы. М.: Сов. радио, 1968, с. 376—378.
2. **Кузнецкий С. С., Чмых М. К.** Уточнение классификации цифровых методов измерения сдвига фаз.— В кн.: Измерение параметров радиотехнических сигналов и цепей в физических исследованиях. Красноярск: изд. Ин-та физики СО АН СССР, 1977, с. 125—130.
3. **Кузнер А. Б., Ибрагимов И. Х.** Анализ погрешности определения фазы дискретным преобразованием Фурье.— В кн.: Фазоизмерительные системы и устройства. Томск: изд. ТГУ, 1974, с. 47.

Поступила в редакцию 6 сентября 1979 г.;
окончательный вариант — 1 февраля 1980 г.

УДК 621.317.7.085.36 : 621.3.019.4

Э. К. ШАХОВ

(Пенза)

МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ИНТЕГРИРУЮЩИХ ЦИФРОВЫХ ПРИБОРОВ

Характерным для современного состояния техники интегрирующего цифрового измерения является то обстоятельство, что достигнутые к настоящему времени точностные характеристики ЦИП и АЦП не всегда могут быть реализованы из-за недостаточной степени помехоподавления. Действительно, известны, например, реализации интегрирующих ЦИП, разрешающая способность и линейность которых позволяют различать до $10^5 - 10^6$ градаций измеряемого напряжения без переключения предела. Очевидно, что в условиях воздействия помех, соизмеримых с полезным сигналом, достижение столь высокой разрешающей способности имеет смысл лишь в том случае, если одновременно обеспечивается значение коэффициента подавления $\sim 100 - 120$ дБ.

Однако коэффициент помехоподавления при применении традиционного метода повышения помехоустойчивости [1], основанного на синхронизации интервала интегрирования с периодом помехи, практически ограничен значением $\sim 70 - 80$ дБ, что связано с инерционностью устройства автоподстройки частоты, которое не успевает отслеживать быстрые флуктуации частоты сетевой помехи. Именно поэтому в последнее время предпринимаются попытки изыскания иных путей повышения помехо-