

3. Гончаров Э. Г., Коваленко Л. Г. Оценка влияния рассеивающей среды на характеристики теневого прибора с помощью метода Монте-Карло.—Оптика и спектроскопия, 1980, т. 48, вып. 2.
4. Иванов А. П. Физические основы гидрооптики. Минск: Наука и техника, 1975.

Поступила в редакцию 15 января 1979 г.

УДК 681.34 : 537.213

М. Л. АЛЕКСАНДРОВ, А. Н. ПЯТАКИН, В. М. ТИХОНОВ  
(Ленинград)

## ГИБРИДНАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА «СЕТКА — ЦВМ» ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ С ИСТОЧНИКАМИ

**Введение.** При расчете физических полей все более широкое применение находят гибридные вычислительные системы (ГВС). Большая эффективность использования аналоговых методов при решении краевых задач общеизвестна, а создание ГВС типа «сетка — ЦВМ» позволяет широко автоматизировать процесс расчета и задания узловых токов при решении уравнения с источниками поля и значительно ускорить процесс решения по сравнению с чисто аналоговыми или цифровыми методами. Входящая в состав ГВС цифровая машина должна быть достаточно мощной для того, чтобы не только проводить необходимые расчеты, но и обеспечивать автоматизацию решения задачи при поиске оптимальных параметров исследуемого устройства. Для создания ГВС такого класса наиболее подходящими являются машины серии ЕС ЭВМ. Вопросы соединения аналогового и цифрового процессоров при создании ГВС «сетка — ЦВМ» на базе ЕС ЭВМ при использовании сеток переменной структуры рассмотрены в работах [1, 2].

В настоящей работе изложены математические принципы моделирования электрических полей с источниками на фиксированной омической сетке, требования, предъявляемые к элементам токоввода в узлы сетки; приведены характеристики применяемых элементов токоввода, выполненных на аналоговом запоминающем устройстве. Описана разработанная ГВС и основные ее возможности.

**Математические принципы моделирования плоских электрических полей с источниками.** Исследование полей электронно-оптических систем при наличии в межэлектродном пространстве свободных зарядов, распределенных с плотностью  $\rho(x, y)$ , приводит к необходимости решения уравнения Пуассона для потенциала  $U(x, y)$  электрического поля:

$$\Delta U(x, y) = -\rho(x, y)/\epsilon_0 \quad (1)$$

( $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума).

Для напряжений в узлах омической сетки с шагом  $R$  (рис. 1, *a, б*) справедливо уравнение

$$\sum_{i=1}^4 V_i - 4V_0 = I_0 R, \quad (2)$$

аналогичное конечно-разностному уравнению поля для квадратной геометрической сетки с шагом  $h$  [3]:

$$\sum_{i=1}^4 U_i - 4U_0 = -\frac{h^2 \rho(x, y)}{\epsilon_0} + \delta, \quad (3)$$

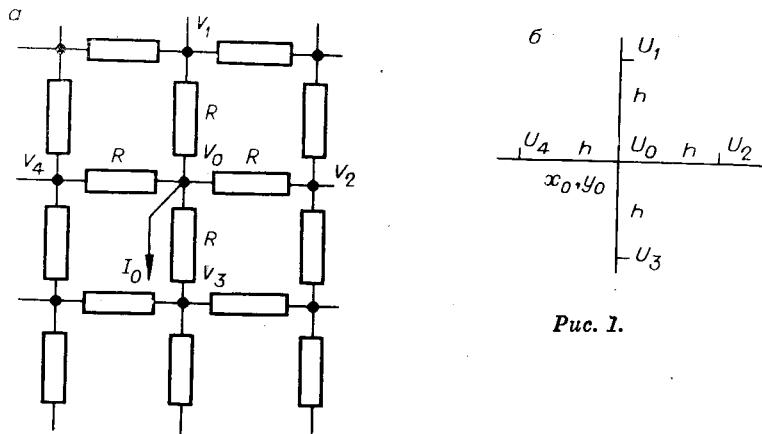


Рис. 1.

где  $\delta$  — погрешность замены дифференциального уравнения (1) конечно-разностным (3), которая приводит к методической погрешности полученного на омической сетке распределения потенциалов по сравнению с теоретически точным:

$$\delta = 2 \sum_{i=2}^{\infty} \frac{h^{2i}}{(2i)!} \left( \frac{\partial^{2i} U}{\partial x^{2i}} + \frac{\partial^{2i} U}{\partial y^{2i}} \right). \quad (4)$$

Здесь производные вычисляются в точке  $(x_0, y_0)$ . При нулевых начальных скоростях электронов

$$\rho(x, y) = j(x, y)/(U(x, y)2e/m)^{1/2}, \quad (5)$$

где  $j(x, y)$  — плотность электронного тока;  $e$  и  $m$  — соответственно заряд и масса электрона.

Из сравнения (2) и (3) с учетом (5) следует, что при моделировании на электрической сетке уравнения (1) для случая нулевых начальных скоростей электронов из узловых точек необходимо выводить токи

$$I(x, y) = h^2 j(x, y)/R\varepsilon_0(U(x, y)2e/m)^{1/2}. \quad (6)$$

Поскольку величина плотности тока  $j(x, y)$  и распределение потенциалов  $U(x, y)$  заранее неизвестны, решение уравнения (1) осуществляется методом последовательных приближений для трубок тока с применением закона «степени трех вторых» [4, 5]. При этом (6) преобразуется к виду

$$I(x, y) = \frac{4}{9} \frac{l_h}{l(x, y)} \frac{U_{\Delta}^{3/2}}{\sqrt{U(x, y)}} \left( \frac{h}{x_{\Delta}} \right)^2 \frac{1}{R}, \quad (7)$$

где  $l_h$ ,  $l(x, y)$  — ширина токовой трубки у катода и в данной точке  $(x, y)$  соответственно;  $x_{\Delta}$  — расстояние от катода до ближайшей вычисляемой эквипотенциали  $U_{\Delta}$ ;  $R$  и  $h$  — омический и геометрический шаги сеток соответственно.

**Краткий анализ методов организации элементов токоввода.** В принципе возможны два метода задания пространственного заряда:

1. С помощью регулируемых сопротивлений стоков [4]:  $R(x, y) = U(x, y)/I(x, y)$ , где  $I(x, y)$  рассчитывается по формуле (7). При этом вытекающие токи оказываются линейно зависимыми от узловых напряжений.

2. С помощью элементов, осуществляющих вывод из узлов заданных значений токов, не зависящих от узловых напряжений.

Первый метод принципиально исключает получение вблизи катода отрицательных потенциалов, прерывающих итерационный процесс; легко

поддается автоматизации с помощью цифровых сопротивлений, управляемых ЦВМ. Поскольку вытекающие из узлов токи в этом случае зависят от узловых потенциалов, то происходит сглаживание скачков в распределении потенциалов  $i$ -го и  $i+1$ -го приближений, итерационный процесс при прочих равных условиях сходится быстрее, чем во втором методе, и узловые потенциалы более устойчивы к отклонениям стоковых

$$v(x, y) = V_0(x, y) / \nu(x, y),$$

где  $V_0(x, y)$  — распределение узловых потенциалов в той же задаче при нулевых граничных условиях и исходных токах  $I(x, y)$ . Описываемая (8) «введенная погрешность» делает бессмысленным чрезмерное уменьшение шага разбиения  $h$  с целью снижения методической ошибки.

Сравнительный анализ различных способов организации токоввода следует проводить по следующим критериям:

- 1) возможность организации вычислительной системы «сетка — ЦВМ» с целью широкой автоматизации вычислительных процессов и задания токов;
- 2) экономический фактор (затраты оборудования, электроэнергии);
- 3) производительность элементов токоввода, оцениваемая временем установки заданных значений токов (сопротивлений);
- 4) погрешность задания токов по сравнению с расчетными значениями.

Существенным недостатком первого метода задания пространственного заряда является большой диапазон отношения ( $10^3$ — $10^4$ ) требуемых сопротивлений, в то время как для токов эта величина не более 100. Это связано с тем, что наибольших значений токи, рассчитываемые по (7), достигают, как правило, в низковольтной области катода, в то время как у высоковольтных границ они минимальны.

Второй метод, реализованный на элементах аналоговой памяти, позволяет исключить промежуточное запоминание цифрового кода, соответствующего моделируемому в данном узле пространственному заряду, а значительно меньший относительный диапазон требуемых токов дает возможность использовать для их задания один байт цифрового кода, в то время как для цифровых сопротивлений достижение той же точности моделирования обходится в 10—12 разрядов. Поэтому первый метод предполагает значительные затраты оборудования при попытке автоматизации процесса вычисления и задания цифровых сопротивлений с помощью ЦВМ или существенное снижение производительности при использовании других (например, аналоговых) методов, подобных описанному в [4]. Что же касается меньшей устойчивости узловых потенциалов к нестабильности токов, чем стоковых сопротивлений, то она, как это следует из (8), наиболее существенна лишь в прикладной области, где плотность пространственного заряда максимальна. Как показали проведенные нами исследования, практически достаточно иметь в прикладной области погрешность задания токов от расчетных значений в 0,5-1%, что вызывает отклонение узловых потенциалов в этой области не более 2-3%. В области высоковольтных границ достаточно иметь токовводы с погрешностью 5—10%.

Различия в быстроте сходимости итерационного процесса или возможность получения вблизи катода отрицательных потенциалов устраняются соответствующей программной коррекцией рассчитываемых по (7) токов. В силу указанных причин нами был применен второй метод зада-

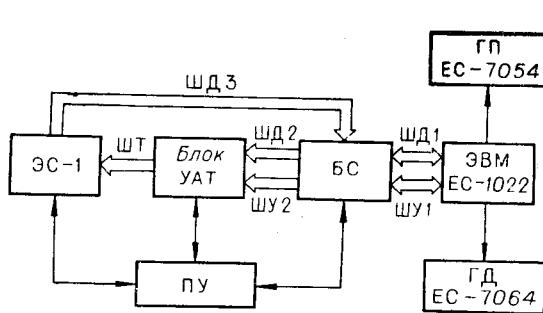


Рис. 2.

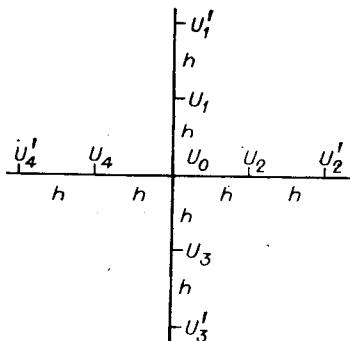


Рис. 3.

ния пространственного заряда. При разработке технического и математического обеспечения ГВС основное внимание уделялось снижению погрешности решения уравнения Пуассона для электронно-оптических систем.

**Описание разработанной гибридной вычислительной системы.** В описываемой ГВС «сетка — ЦВМ» для задания пространственного заряда применен элемент аналоговой памяти [6], на базе которого построено устройство автоматизированного токоввода (УАТ). Испытания УАТ на сеточном электроинтеграторе ЭС-1 [7] дали следующие результаты: характеристика вход-выход описывается соотношением  $I_{\text{вых}} = -0,27 \cdot 10^{-3} \times U_{\text{вх}}^2 + 0,141 U_{\text{вх}} - 0,059$  мА при диапазоне входных напряжений  $0,8 \text{ В} \leqslant U_{\text{вх}} \leqslant 7,8 \text{ В}$ ; допустимые узловые напряжения 20—150 В; погрешность разброса токов от установленных значений не хуже 4,0%; цикл записи 2,56 мс.

Рассчитанные по (7) токи при омическом шаге сетки  $R = 1 \text{ к}\Omega$  и напряжениях на границах 50—100 В лежат в подавляющем большинстве практических случаев в диапазоне 50 мкА—1 мА. Применяемые УАТ обеспечивают диапазон 60 мкА—1 мА и допускают возможность суммирования токов до 5. Появление вблизи высоковольтных границ токов, меньших 60 мкА, несущественно, так как в этом случае они выводятся из каждого узла и соответствующим образом увеличиваются до значений, попадающих в указанный диапазон.

На рис. 2 представлена блок-схема ГВС, в состав которой входят:

1. Сеточный электроинтегратор ЭС-1 [7] со следующими характеристиками: число узлов 5616 (18 блоков по 312 узлов), омический шаг  $1 \text{ к}\Omega \pm 0,5\%$ , опрос узлов автоматический.

2. Блок УАТ на 1024 значения с возможностью произвольного напряживания.

3. Блок связи (БС), рассчитанный на использование средства прямого управления процессора ЭВМ ЕС-1022 с обменом информации по шине данных ШД1 под управлением команд ПРЯМАЯ ЗАПИСЬ, ПРЯМОЕ ЧТЕНИЕ и сигналов шины управления ШУ1 (внешний запрос прерывания, конец обмена, синхросигналы).

4. Графопостроитель (ГП) ЕС-7054 или графический дисплей (ГД) ЕС-7064 используются для вывода эквидистенциалей или траекторий частиц.

5. Пульт управления (ПУ), предназначенный для иницирования работы системы, индикации ее состояния и ручной работы.

6. Комплекс программ матобеспечения.

Информация об узловых потенциалах по шине данных ШД3 передается в БС, где происходит преобразование формата данных и побайтная передача в ЭВМ с предварительным запросом внешнего прерывания. Синхронизация и управление процессом опроса сетки и передача данных

проводятся синхросигналами процессора по шине управления ПУ1 и управляющей программой. ЭВМ на основании введенной информации рассчитывает токи, выдавая их побайтно по команде ПРЯМАЯ ЗАПИСЬ в БС, осуществляющий их декодирование и запись соответствующих значений в УАТ по шине ШД2. Выходные токи по шине токов (ШТ) вводятся в узлы сетки, давая значения узловых потенциалов следующего приближения. Процесс итерации продолжается до совпадения  $i$ -го и  $i + 1$ -го приближений с заданной точностью. Программа расчета токов осуществляет их коррекцию с целью ускорения сходимости последовательных приближений, исключения появления отрицательных потенциалов у катода и улучшения точности решения.

Математическое обеспечение является ядром системы, определяющим в конечном итоге производительность и возможности ГВС. В комплекс программ матобеспечения входят: 1) управляющая программа, 2) программа расчета эквипотенциальных линий, 3) программа расчета траекторий заряженных частиц, 4) комплекс программ расчета вводимых токов.

Первая программа управляет обменом информации между центральным процессором и блоком связи, четвертая — определяет следующие возможности ГВС:

1. Решение уравнения (1) и уточнение полученного распределения потенциалов. В этом случае расчет токов проводится по формуле (7) при участии программ 2 и 3 приведенного перечня. Точный расчет методической погрешности полученного на сетке распределения потенциалов чрезвычайно труден, даже если известно теоретическое решение уравнения (1). Однако для плоского диода, теория которого имеет важное значение при расчете электровакуумных приборов, можно привести все необходимые соотношения. Из (3) следует, что для исключения или уменьшения методической погрешности необходимо выражение (7) дополнить рядом (4). Для плоского диода выражения (4) и (7) имеют вид

$$I_k = (4/9)(U(x_k)/R)(h/x_k)^2, \quad (9)$$

$$\delta_k = \frac{8U(x_k)}{9} \sum_{i=2}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (6i-10)(6i-7)}{(2i)! 3^{2i-2}} \left(\frac{h}{x_k}\right)^{2i}, \quad (10)$$

где  $k = 1, 2, \dots, n - 1$  — номер узла, считая от катода.

Из (9) и (10) следует, что для получения в узлах методически точных решений из  $k$ -го узла необходимо выводить ток  $I_k^T$ , определяемый не (9), а выражением

$$I_k^T = I_k(1 + A_k),$$

где  $A_k$  — методическая относительная погрешность в задании токов по формуле (9) без учета (10) в  $k$ -м узле,

$$A_k = 2 \sum_{i=2}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (6i-10)(6i-7)}{(2i)! (3k)^{2i-2}}, \quad (11)$$

поскольку  $x_k = kh$ , где  $h$  — геометрический шаг сетки.

Указанная погрешность (11) не зависит от числа шагов разбиения  $n$  и достигает наибольших значений в первых узлах ( $A_1 = 0,1694\dots$ ,  $A_2 = 0,02529$ ). Данное обстоятельство позволяет в ряде случаев при расчете электровакуумных приборов методом трубок тока с применением закона «степени трех вторых» после завершения итерационного процесса корректировать выводимые по (7) токи в близлежащих к катоду узлах, где относительная методическая погрешность решения (1) максимальная и равна для  $k$ -го узла в плоском диоде

$$\Delta_k = \frac{4}{9k^{4/3}} \left( \sum_{i=1}^k i^{1/3} A_i + k \sum_{i=k+1}^{n-1} \frac{A_i}{i^{2/3}} - \frac{k}{n} \sum_{i=1}^{n-1} i^{1/3} A_i \right),$$

$n$  — число шагов разбиения,  $A_i$  определяется по (11).

После завершения основного итерационного процесса специальная программа просматривает значения четырех производных ряда (4), заменяя их конечными разностями (рис. 3):

$$\frac{2h^4}{4!} \left( \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} \right) \approx \frac{2}{4!} [U'_1 + U'_2 + U'_3 + U'_4 - 4(U_1 + U_2 + U_3 + U_4) + 12U_0], \quad (12)$$

и, если (12) достигает заметных по сравнению с (7) в данном узле значений (5—15% и более), проводит коррекцию токов в соответствии с правой частью (12).

Наибольшая погрешность решения, обеспечиваемая ГВС в узлах при катодной области, не более 4%, а вблизи высоковольтных границ измеряется долями процента.

2. Решение уравнения Лапласа для кусочно-однородной диэлектрической среды. На границе раздела двух диэлектриков с проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  имеет место скачок нормальной составляющей напряженности электрического поля [8]:  $E_{n2} - E_{n1} = (\epsilon_1/\epsilon_2 - 1)E_{n1}$ , где  $E_{n1}$  и  $E_{n2}$  — нормальные к границе раздела составляющие напряженности в средах  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  соответственно. Можно показать, что для моделирования этого скачка в узлы, лежащие на границе раздела, необходимо задавать токи  $I(x, y) = -(1 - \epsilon_1/\epsilon_2)E_{n1}h/R$ . Так как значение компоненты поля  $E_{n1}$  неизвестно, расчет ведется методом последовательных приближений, где в качестве нулевого можно взять распределение потенциалов при  $\epsilon_1 = \epsilon_2$ . Применимые элементы УАТ предназначены только для вывода токов из узлов. Поэтому указанную задачу можно решать лишь в случаях, когда нормальная составляющая поля вдоль всей границы направлена из среды с меньшей (большей) диэлектрической проницаемостью в среду с большей (меньшей) диэлектрической проницаемостью. Во втором случае решение достигается «отражением» полученного решения относительно лапласовского ( $\epsilon_1 = \epsilon_2$ ).

Аналогично решается задача расчета полей в проводящей среде со скачком проводимости.

Разработанная ГВС существенно повышает производительность решения задач теории поля с источниками и, следовательно, найдет широкое применение при расчете электронно- и ионно-оптических систем, а дальнейшее развитие математического обеспечения позволит расширить круг решаемых проблем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Атлавинас В. Б. Вопросы сопряжения аналогового и цифрового процессоров при создании гибридной вычислительной системы на базе Единой системы ЭВМ.— В кн.: Вычислительная техника и краевые задачи. Вып. 18. [Межвуз. сб.]. Рига: изд. Рижского политехн. ин-та, 1977, с. 72.
2. Звиргадиниш Ф. П., Мачанс А. Ф., Родэ В. С. Вопросы работы специализированного процессора и ЕС ЭВМ.— В кн.: Вычислительная техника и краевые задачи. Вып. 19. [Межвуз. сб.]. Рига: изд. Рижского политехн. ин-та, 1979, с. 24—33.
3. Бухман В. Е., Волынский Б. А. Модели для решения краевых задач. М.: Физматгиз, 1960, с. 215—251.
4. Григоршин И. Л. О моделировании электрических полей с пространственным зарядом на сетке сопротивлений.— В кн.: Расчет физических полей методами моделирования/Под ред. Л. А. Люстерника, Б. А. Волынского. М.: Машгиз, 1968, с. 333—339.
5. Лукошков В. С. Моделирование источников поля в электролитической ванне при решении задач математической физики.— В кн.: Электроника. [Научн.-техн. сб.]. М.: изд. ГКРЭ, 1958, № 7, 8.
6. Тутыгин В. С. Аналоговые запоминающие устройства на многоустойчивых элементах.— Приборы и системы управления, 1977, № 6, с. 39.

7. Александров М. Л. и др. Электроинтегратор для решения задач электронной и ионной оптики.— ПТЭ, 1974, № 2, с. 273.
8. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Т. 2. М.: Энергия, 1967.

*Поступила в редакцию 15 мая 1978 г.;  
окончательный вариант — 3 октября 1979 г.*

УДК 531.768.681.3.01

Е. И. КАЛИШ  
(Новосибирск)

## ЭЛЕКТРОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА АБСОЛЮТНОГО ЛАЗЕРНОГО ГРАВИМЕТРА

Наибольшая точность определения абсолютного значения ускорения силы тяжести  $g$  в настоящее время достигается при использовании баллистических методов, которые позволяют непосредственно использовать эталоны длины и времени для измерения параметров движения тела, свободно движущегося в поле силы тяжести Земли [1—3]. В начале 70-х годов в Институте автоматики и электрометрии СО АН СССР был разработан и изготовлен первый советский гравиметр для высокоточного определения абсолютного значения  $g$  методом свободного падения тела [3]. После того как доказали работоспособность прибора и возможность его транспортировки [4], были начаты работы по определению  $g$  на Международных исходных и опорных пунктах в Ледово (Москва), Потсдаме, Севре (Париж) и Сингапуре, а также проведение работ по международной программе изучения неприливных вариаций силы тяжести и стабильности гравитационного поля Земли во времени.

Все гравиметры, использующие для измерений  $g$  баллистические методы, функционально состоят из трех основных частей: баллистического блока, реализующего свободное движение тела; оптической системы, предназначенной для регистрации координат положения движущегося тела (как правило, с помощью лазерного интерферометра); электронно-вычислительной системы, осуществляющей измерение параметров движения свободно падающего тела и вычисление абсолютного значения ускорения силы тяжести. Настоящая работа посвящена описанию электронно-вычислительной системы, разработанной для лазерного гравиметра, созданного в ИАиЭ СО АН СССР.

Определение абсолютного значения ускорения силы тяжести в указанном лазерном гравиметре осуществляется посредством измерения времени прохождения свободно падающим телом соответствующих участков пути на двух интервалах траектории падения. В том случае когда начала интервалов совпадают, значение  $g$  находится из выражения

$$g = (S_2/T_2 - S_1/T_1)2/(T_2 - T_1) + \Delta g, \quad (1)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — времена прохождения интервалов пути  $S_1$  и  $S_2$  соответственно;  $\Delta g$  — поправка, учитывающая влияние градиента силы тяжести, лунно-солнечное притяжение, а также инструментальную погрешность [5].

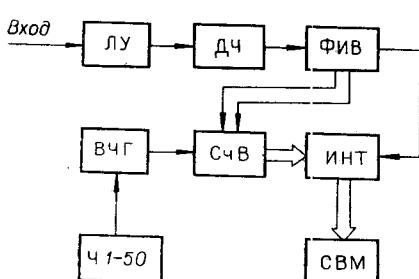


Рис. 1.