

зарегистрированного изображения при малых разрешениях и энергии сигнала.

Проведенный анализ характеристик алгоритмов показал достаточно высокую эффективность оптимальных алгоритмов распознавания и возможность применения несложных алгоритмов отбора «зеркальных» изображений при свободной альтернативе.

На частном примере проиллюстрировано, что в ряде случаев можно построить более простые неоптимальные алгоритмы распознавания, по эффективности приближающиеся к оптимальным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кравцов Ю. А. и др. Статистические проблемы в теории дифракции.— УФН, 1975, т. 115, вып. 2.
2. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику. М.: Мир, 1970.
3. Волохатюк В. А., Кочетков В. М., Красовский Р. Р. Вопросы оптической локации. М.: Сов. радио, 1971.
4. Goodman J. Some Effects of Laser-Induced Scintillation on Optical Radar Performance.— Proc. IEEE, 1965, vol. 53, p. 1688—1700.
5. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 2. М.: Сов. радио, 1975.
6. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М.: изд. ВЦ АН СССР, 1968.

*Поступила в редакцию 6 февраля 1978 г.;
окончательный вариант — 3 января 1979 г.*

УДК 629.197.7

Е. В. ПОСТНИКОВ, А. В. ЭКАЛО

(Ленинград)

РЕКУРРЕНТНЫЙ ФИЛЬТР С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ АДАПТАЦИЕЙ

В настоящее время при решении задач управления для оценки состояния динамических систем широко используется метод статистической фильтрации Калмана. Неточность априорных данных, необходимых для реализации фильтра Калмана, может привести к расходимости процесса фильтрации [1]. Одним из наиболее эффективных подходов к обеспечению устойчивости процесса оценивания является использование адаптивных методов калмановской фильтрации. Большая часть этих методов требует выполнения существенных ограничений и значительных вычислительных затрат [1, 2]. Так, например, алгоритмы, основанные на применении метода максимального правдоподобия или байесовского подхода, разработаны лишь для стационарных систем с известными распределениями вероятностей неопределенных параметров [1]. Для использования корреляционных алгоритмов наряду со стационарностью системы необходим значительный объем измерительной информации [2].

С практической точки зрения более интересными представляются алгоритмы, основанные на адаптивном введении в систему фиктивного шума. Эти алгоритмы не накладывают существенных требований на систему, имеют универсальный характер и достаточно просто реализуются. Основная идея таких алгоритмов заключается в увеличении ковариации шума возмущений, действующих в системе, при обнаружении расходимости процесса оценивания, что можно интерпретировать как добавление

в систему фиктивного гауссова шума с нулевым средним. Обнаружение расходимости обычно выполняется в соответствии с критерием Неймана — Пирсона путем сравнения квадратичной формы от невязки измерения с фиксированным порогом [3]. Существенным недостатком данных алгоритмов является их высокая чувствительность к ошибкам измерений для приемлемых вероятностей правильного обнаружения расходимости и как следствие к снижению точности вырабатываемых оценок. Предлагаемый в настоящей статье алгоритм адаптивного введения шума использует последовательный критерий отношения вероятностей, что позволяет заметно улучшить характеристики алгоритма.

Постановка задачи. Рассматривается задача оценивания состояния линейной (линеаризованной) динамической системы с дискретным временем:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \Phi_k x_k + \Gamma_k \omega_k, \\z_k &= H_k x_k + v_k,\end{aligned}$$

где x_k — вектор состояния системы; Φ_k — переходная матрица состояния; ω_k — вектор гауссова белого шума возмущений с ковариационной матрицей Q_k ; Γ_k — матрица передачи шума; z_k — вектор измерения; v_k — вектор гауссова белого шума измерений с нулевым средним и ковариационной матрицей R_k ; H_k — матрица связи. Предполагается, что неадекватность модели системы реальным условиям в некоторые моменты времени приводит к расходимости стандартного фильтра Калмана. Для обеспечения устойчивости процесса оценивания предлагается использовать адаптивный алгоритм фильтрации, структура которого включает: а) фильтр Калмана, б) процедуру обнаружения расходимости оценивания и в) процедуру ее подавления.

Описание алгоритма. Обнаружение и подавление расходимости фильтрации осуществляются параллельно с оцениванием состояния динамической системы. Для обнаружения расходимости используется различие двух гипотез относительно распределения последовательности значений элементов $v_k = z_k - H_k \hat{x}_k$, где \hat{x}_k — экстраполированная оценка вектора состояния, обновляющей последовательности фильтра Калмана. При гипотезе H_0 (нет расходимости) невязка v_k имеет гауссово распределение с нулевым средним и ковариационной матрицей $Y_k = H_k P'_k H_k^T + R_k$ (P'_k — ковариационная матрица ошибки \hat{x}_k). При возникновении расходимости v_k приобретает смещение m_x , элементы которого со временем, вообще говоря, увеличиваются. Будем предполагать, что при гипотезе H_1 (есть расходимость) v_k имеет гауссово распределение со средним m_x и прежней ковариационной матрицей Y_k , где m_x — вектор параметров процедуры обнаружения.

Пусть α и β — заданные вероятности ошибок I и II рода. В соответствии с последовательным критерием отношения вероятностей Вальда [4], если

$$B < M_k < A,$$

где

$$B = \ln(\beta/(1 - \alpha)), \quad A = \ln((1 - \beta)/\alpha),$$

$$M_k = \sum_{i=1}^k \lambda_i = \sum_{i=1}^k \left(m_x^T Y_i^{-1} v_i - \frac{1}{2} m_x^T Y_i^{-1} m_x \right), \quad (1)$$

то продолжается дальнейший анализ и процесс оценивания осуществляется по схеме Калмана. При $M_k \geq A$ принимается гипотеза H_1 , при $M_k \leq B$ — гипотеза H_0 . Однако так как фильтрация начинается в предположении истинности гипотезы H_0 , то ее принятие в процессе фильтрации не содержит новой информации о состоянии фильтра и нижний порог можно из рассмотрения исключить.

Накопление суммы M_k начинается с нулевого значения ($M_k = 0$) в начальный момент времени. Пока расходимости нет, по мере поступления невязок v_k значение M_k становится все более отрицательным. В некоторый момент фильтр переходит в расходящийся режим, и M_k начинает возрастать. В принципе неопределенность момента наступления расходимости требует построения такого количества критериев, каким было число шагов фильтрации, или, другими словами, требует того, чтобы накопление сумм M_k начиналось на каждом новом шаге фильтрации. Этого можно избежать, если изменять верхний порог на величину отрицательного смещения $M_k - \mu_k$, где $\mu_k = \min_{i \in [1, k-1]} \{M_i\}$, оставляя тем самым

прежней начальную ширину допустимого коридора для M_k , попадание в который требует продолжения выбора. Таким образом, если $M_k - \mu_k < 0$, то $A_k = A_{k-1} + M_k - \mu_k$, $A_0 = A$; если $M_k - \mu_k > 0$, то $A_k = A_{k-1}$. Такая схема обеспечивает уменьшение порога при уменьшении M_k . При увеличении же текущего значения M_k порог остается таким, каким он был при наименьшем из всех предыдущих значений M_k .

Поскольку заранее неизвестно, какой знак будет иметь смещение отдельных компонент последовательности v_k при расходимости, следует одновременно накапливать и анализировать 2^p сумм M_k , где p — размерность вектора v_k . Учитывая, что расходимость процесса оценивания по отдельным переменным состояниям происходит неравномерно, для ускорения обнаружения представляется целесообразным строить процесс обнаружения по координатно. Тогда в (1) вместо векторов m_x и v_i используются их j -е компоненты ($j = 1, \dots, p$), а матрица Y_i^{-1} заменяется на ее соответствующий диагональный элемент.

Для последовательностей v_k^j ($j = 1, \dots, p$) следует накапливать по две суммы M_k , отличающиеся знаком параметра m_x^j . При этом обнаружение расходимости произойдет для той последовательности, где знак m_x^j совпадет со знаком v_k^j . Количество проверяемых критериев в данном случае уменьшается до $2p$.

После того как расходимость процесса оценивания обнаружена, появляется возможность определения наиболее правдоподобного момента появления расходимости. Пусть расходимость обнаружена после n шагов фильтрации. Введем функцию правдоподобия появления расходимости на k -м шаге ($k \leq n$):

$$\Lambda_k = \sum_{i=1}^k \ln f(v_i/H_0) + \sum_{i=k+1}^n \ln f(v_i/H_1), \quad (2)$$

где $f(\cdot)$ — условная плотность распределения вероятностей. Рассмотрим разность $U_i = \ln f(v_i/H_0) - \ln f(v_i/H_1)$. Для рассматриваемых распределений очевидно $U_i = -\lambda_i$. Тогда функцию (2) можно переписать в виде

$$\Lambda_k = - \sum_{i=1}^k \lambda_i + \sum_{i=1}^n \ln f(v_i/H_1). \quad (3)$$

В выражении (3) при фиксированном n вторая сумма есть величина постоянная, и функция правдоподобия достигает максимума в тот момент, когда станет минимальной величина $M_k = \sum_{i=1}^k \lambda_i$. Этот момент k и есть наиболее правдоподобный момент появления расходимости. Таким образом, одновременно с обнаружением расходимости можно зафиксировать и наиболее правдоподобный момент ее появления.

В соответствии с основной идеей алгоритмов адаптивного введения шума подавление расходимости обеспечивается за счет увеличения элементов ковариационной матрицы Q_k шума возмущений. Изменение проводится путем добавления диагональной матрицы q дисперсий фиктив-

ного шума. Матрица q подбирается эмпирически с учетом физических свойств системы.

После обнаружения расходящегося режима работы фильтра и фиксации наиболее правдоподобного момента появления расходимости целесообразно повторить процесс фильтрации с работающей процедурой подавления. Чтобы избежать излишнего зашумления вырабатываемых оценок, шум следует вводить только по тем переменным вектора состояния, противоположное влияние которых (определяемое, в частности, элементами матрицы H_k) на расходящуюся компоненту вектора v_k наибольшее.

При повторной фильтрации процедура обнаружения начинается работу с начального состояния. Поскольку процесс обнаружения ведется независимо по нескольким компонентам вектора v_k , то процедура подавления учитывает возможность многократного перекрытия участков возврата при возникновении расходимости по различным переменным состояниям. Другими словами, если на n -м шаге обнаружена расходимость по координате v^i с наиболее правдоподобным моментом возникновения m , а на $l > n$ шаге — расходимость по другой координате v^j с моментом возникновения d , то шум будет вводиться процедурой подавления как с момента m , так и с момента d независимо от их взаимного расположения.

Выбор количества шагов фильтрации, на которых вводится шум, может проводиться, например, следующим образом. Пусть q — эмпирически найденная ковариационная матрица фиктивного шума. Поскольку в общем случае заранее неизвестен характер неадекватности модели, используемой в фильтре, реальному физическому процессу, имеет смысл вводить шум от найденного момента m возникновения расходимости до момента n ее обнаружения, распределяя его на этом интервале равномерно. Увеличение времени обнаружения расходимости свидетельствует о незначительном несоответствии модели и реального процесса, а его уменьшение (при тех же самых параметрах процедуры обнаружения) — о существенной неадекватности. Таким образом, на каждом шаге фильтрации ковариация вводимого шума равна $q/(n - m + 1)$. Тем самым обеспечивается уменьшение интенсивности вводимого на каждом шаге шума при увеличении длины промежутка его воздействия.

При выборе параметра m_x^j процедуры обнаружения нужно иметь в виду следующее. В тех случаях когда фильтр предназначен для работы в условиях слабой неадекватности модели, приводящей к появлению малых смещений, для минимизации времени обнаружения значение m_x^j целесообразно выбирать в пределах $(0,2 - 0,5)\sigma_{v_j}$, где σ_{v_j} — среднеквадратическое отклонение невязки наблюдаемой координаты. Если ошибки модели значительны и приводят к появлению больших смещений, значение m_x^j должно находиться в пределах $(2 - 3)\sigma_{v_j}$. Когда же характер неадекватности модели заранее неизвестен, выбор малых (больших) значений параметра m_x^j приводит к увеличению времени обнаружения в случае больших (малых) ошибок модели. Поэтому в общем случае может быть рекомендовано значение $(1 - 2)\sigma_{v_j}$ параметра m_x^j .

Необходимо отметить, что, в отличие от принятой в процедуре обнаружения расходимости гипотезы о постоянстве смещения m_x^j , последнее имеет существенно нестационарный характер с тенденцией нарастания. Нестационарность смещения имеет сложную природу, определяемую свойствами системы и ошибками ее модели. Поэтому выбор наилучшего значения m_x^j (так же, как и матрицы q) следует осуществлять по результатам моделирования предполагаемых ситуаций.

Результаты моделирования. Для экспериментальной проверки эффективности разработанного алгоритма было проведено моделирование процесса фильтрации на ЭВМ на примере задачи оценивания траектории баллистического спуска в атмосфере Земли по данным измерений декартовых координат положения объекта. Модель движения объекта учиты-

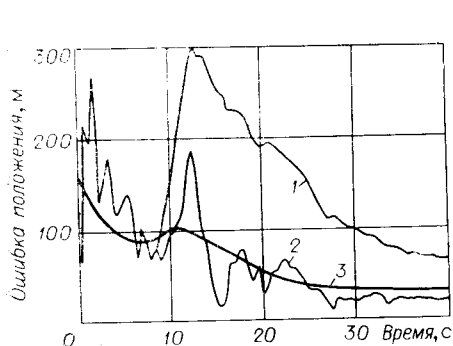


Рис. 1.

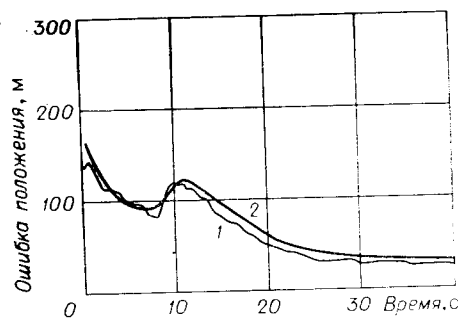


Рис. 2.

вала влияние аэродинамической силы и силы тяжести. Земля предполагалась вращающимся однородным шаром.

Для создания режима неадекватности уравнения динамики в фильтре не учитывали ряд факторов, действующих при моделировании траектории реального движения. К числу таких факторов относились: несоответствие значений аэродинамических параметров объекта; импульсы дополнительных ускорений, получаемых объектом; случайные отклонения плотности атмосферы от номинальных значений.

В рассматриваемом примере вектор состояния включает декартовы координаты положения объекта и проекции вектора скорости, а матрица связи H — (3×6) — матрица с единицами на главной диагонали. Поэтому обнаружение расходимости проводится по каждой из трех наблюдаемых переменных вектора состояния, а именно, по каждой из координат положения объекта.

Из уравнений движения объекта следует, что расходимость по координатам положения наступает лишь после расходимости по проекциям вектора скорости в процессе интегрирования неучтенных ошибок в ускорениях. Исходя из этого процедура подавления расходимости вводит фиктивный шум только по одной компоненте вектора скорости, соответствующей той координате, по которой была обнаружена расходимость. Величина дисперсии шума по проекциям вектора скорости вычисляется через величину оценки проекции вектора скорости согласно эмпирической формуле

$$q_{ji} = |\hat{x}^j|^{\xi},$$

где ξ — параметр процедуры подавления расходимости. Суммарная интенсивность шума, вводимого при расходимости, определяется величиной оценки соответствующей переменной вектора состояния. Далее суммарная дисперсия распределяется по шагам равномерно на всем интервале появления расходимости.

Моделирование процесса фильтрации показало высокую эффективность предложенного алгоритма независимо от вида возмущений. В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены временные зависимости ошибок оценок положения объекта для случая, когда объект получал в течение 1,5 с импульс дополнительных ускорений в 70 м/с^2 по координатам x и y через 7,5 с после начала фильтрации. Кривая 1 соответствует фактической ошибке оценки стандартного фильтра Калмана, кривая 2 — фактической ошибке оценки адаптивного алгоритма. Кривая 3 показывает расчетную ошибку оценки, получаемую из ковариационной матрицы ошибки оценки адаптивного фильтра. Среднеквадратические отклонения шума измерений составляли 100 м по каждой координате. Значения параметров — $m_x^j = 200 \text{ м}$ ($j = 1, 2, 3$), $\xi = 1,4$. Вероятности ошибок I и II рода — 0,005. Обнаружение расходимости процесса фильтрации происхо-

дит дважды: сначала по координате y , а затем по координате x . При этом, несмотря на различие моментов обнаружения расходимости по каждой из координат, возврат осуществляется в одну и ту же точку появления импульса дополнительных ускорений на 6 шагов по координате y и на 8 шагов по координате x .

На рис. 2 представлены результаты фильтрации для тех же условий, что и в первом случае, но полученные осреднением по 135 реализациям последовательности измерений. Кривая 1 соответствует фактической, а кривая 2 — расчетной ошибкам оценок положения объекта. Можно отметить хорошее согласие расчетной и фактической ошибок оценок положения, что свидетельствует об удовлетворительной работе фильтра.

Сравнение последовательного алгоритма для тех же исходных данных с работой фильтра, процедура обнаружения которого использует критерий Неймана — Пирсона, показало, что последний дает суммарную ошибку оценки положения по всей траектории в 2,3 раза больше.

Результаты моделирования процесса адаптивной фильтрации также показали, что при действии неучтенных в модели факторов типа ошибки в значении коэффициента лобового сопротивления объекта (до 20%), импульсных ускорений (до 100 м/с²), вариаций плотности атмосферы (до 10%), обуславливающих различный характер нестационарности смещений, оптимальные значения параметров алгоритма лежат в диапазонах $m_x^j = 120 - 200$ м, $\xi = 1,2 - 1,5$.

Таким образом, предложенная адаптивная модификация фильтра Калмана может быть использована для оценивания состояния нестационарных систем в условиях неадекватности модели динамики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Leondes C. T., Pearson J. Kalman Filtering for the System with Parameter Uncertainties.— Int. J. Contr., 1973, vol. 17, p. 785—804.
2. Mehra R. K. Approaches to Adaptive Filtering.— IEEE Trans. on Automatic Control, 1972, vol. AC-17, p. 693—698.
3. Quigly A. L. C. An Approach to the Control of Divergence in Kalman Filter Algorithms.— Int. J. Contr., 1973, vol. 17, p. 744—746.
4. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973.

*Поступила в редакцию 21 апреля 1978 г.;
окончательный вариант — 21 августа 1979 г.*

УДК 681.5.015.26 : 681.3

Л. Г. КОВАЛЕНКО

(Ленинград)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА НА ЭВМ

Натурный оптический эксперимент весьма дорог и трудоемок, что связано как со сложностью реализации самой оптической системы, так и с возможностью обеспечения заданных условий опыта. Зачастую требуется сохранить неизменными одни условия эксперимента при строго дозированном, контролируемом изменении других, например при определении характеристики системы как отклика на определенное входное воздействие, оценке влияния различных конструктивных элементов системы на параметры выходного оптического сигнала в случае неизмен-