УДК 621. 383; 77.01

В. М. ЕФИМОВ, А. М. ИСКОЛЬДСКИЙ, А. Н. КОЛЕСНИКОВ
(Новосибирск)

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТРУКТУРНЫХ ШУМОВ

Фотоматериалы, порошковые люминофоры, микроканальные пластины и т. п. характеризуются дискретной структурой. Подобным «пятенным» строением обладают облачные, радиационные и другие поля. Математическому описанию дискретных (гранулярных) структур посвящено значительное количество исследований. В ряде работ анализируются поля, образованные пятнами определенной формы и постоянной [1—5] или случайной площади [6, 7] со случайным, но постоянным пропусканием в пределах пятна, пятнами определенной формы и случайной площади с фиксированной на пятне функцией пропускания [8, 9], пятнами случайной формы и площади со случайным, но постоянным пропусканием в пределах пятна [10, 11]. При этом (за некоторым исключением [10—12]) распределение пятен по полю предполагается равномерным. Число пятен на поле распределено по Пуассону. Часть исследований посвящена анализу полей, образованных плотной упаковкой однородных элементов [7, 11, 13—18].

Целью настоящей работы является создание достаточно общей модели полей, образованных перекрывающимися пятнами, и получение некоторых общих соотношений для полей, образованных плотной упаковкой однородных элементов.

Перекрывающиеся пятна. Будем понимать под пятном некоторый импульс почернения, описываемый случайной функцией $g(\mathbf{r}-\mathbf{r}_k)$ $(0\leqslant g\leqslant 1)$, где $\mathbf{r}_k=(x_k,\ y_k)$ — координаты k-го импульса. Характерные размеры импульса положим много меньшими размеров «засеиваемого» ими прозрачного поля S*.

Прозрачность поля в точке с координатами $\mathbf{r}(x,\ y)$, если на нем расположено n импульсов,

$$m_n(\mathbf{r})=\prod_{k=1}^{n}[1-g_k(\mathbf{r}-\mathbf{r}_k)].$$

Если координаты различных импульсов и их функции почернения независимы между собой и имеют одинаковую статистику, то среднее значение прозрачности поля

$$\langle m_n(\mathbf{r})\rangle=[1-\alpha_1(\mathbf{r})]^n, \tag{1}$$

где $\alpha_1(\mathbf{r})=\int d\mathbf{r}_0\langle g(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\rangle\,\varphi(\mathbf{r}_0)$ — свертка среднего значения функции почернения импульса с плотностью вероятностей его координат $\varphi(\mathbf{r}_0)$. В случае равномерного распределения координат импульсов в области S плотность $\varphi(\mathbf{r})=1/S$, если $\mathbf{r}\in S$.

Усреднение (1) по числу пятен на поле дает следующий очевидный результат:

$$\langle m(\mathbf{r})\rangle=F[1-\alpha_1(\mathbf{r})]. \tag{2}$$

Здесь $F(z)=\sum_{n=0}^{\infty}z^n p(n)$ — производящая функция распределения числа пятен $p(n)$ (для распределения Пуассона $F(z)=\exp[\langle n\rangle(z-1)]$).

* Модель легко обобщается на случай меняющегося во времени поля введением зависящего от времени импульса почернения $g(\mathbf{r},\ t)$ и заданных на объеме $V=ST$ плотности вероятностей $\varphi(\mathbf{r},\ t)$ и распределения числа импульсов почернения.

По аналогии получаем корреляционную функцию поля

$$R_m(\mathbf{r},\ \mathbf{r}+\rho)=F[1-\alpha_1(\mathbf{r})-\alpha_1(\mathbf{r}+\rho)+\alpha_2(\mathbf{r},\ \mathbf{r}+\rho)]-$$
$$-F[1-\alpha_1(\mathbf{r})]F[1-\alpha_1(\mathbf{r}+\rho)], \tag{3}$$

где

$$\alpha_2(\mathbf{r},\ \mathbf{r}+\rho)=\int d\mathbf{r}_0\langle g(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\,g(\mathbf{r}+\rho-\mathbf{r}_0)\rangle\,\varphi(\mathbf{r}_0)$$

— свертка второго смешанного момента функции почернения импульса с плотностью вероятностей его координат. Аналогичным образом определяются моментные функции прозрачности высших порядков через соответствующие моментные функции импульса почернения.

Если плотность вероятностей координат импульса слабо меняется на его характерных размерах, то

$$\alpha_1(\mathbf{r})\cong\alpha_1(\mathbf{r}+\rho)\cong\varphi(\mathbf{r})\langle s\rangle, \tag{4}$$

где $\langle s\rangle=\int d\mathbf{r}\langle g(\mathbf{r})\rangle$ — интегральное почернение в пятне;

$$\alpha_2(\mathbf{r},\ \mathbf{r}+\rho)\cong\varphi(\mathbf{r})\langle s(\rho)\rangle, \tag{5}$$

где среднее значение второго смешанного момента функции почернения

$$\langle s(\rho)\rangle=\int d\mathbf{r}\langle g(\mathbf{r})\,g(\mathbf{r}+\rho)\rangle.$$

Для прозрачных полей, когда величина $\langle n\rangle\alpha_1(\mathbf{r})\ll 1$ (зоны нечувствительности фотокатода, повреждения люминофора, малые экспозиции фотоматериала), разлагая производящую функцию распределения в (2) и (3) в ряд по малым параметрам, получим следующие соотношения:

$$\langle m(\mathbf{r})\rangle\cong 1-\langle n\rangle\alpha_1(\mathbf{r}),$$
$$R_m(\mathbf{r},\ \mathbf{r}+\rho)\cong\langle n\rangle\alpha_2(\mathbf{r},\ \mathbf{r}+\rho).$$

Площадь корреляции такого поля

$$s_{\text{кор}}(\mathbf{r})=\int d\rho\,\alpha_2(\mathbf{r},\ \mathbf{r}+\rho)/\alpha_2(\mathbf{r},\ \mathbf{r}).$$

Если выполняются условия, для которых справедливы (4) и (5), то

$$s_{\text{кор}}=\left\langle\left[\int d\mathbf{r}g(\mathbf{r})\right]^2\right\rangle\Big/\int d\mathbf{r}\langle g^2(\mathbf{r})\rangle$$

и для пятен случайной формы и площади со случайной и постоянной в пределах пятна прозрачностью

$$s_{\text{кор}}=\langle s^2\rangle/\langle s\rangle, \tag{6}$$

где $\langle s\rangle$ и $\langle s^2\rangle$ — первый и второй моменты площади пятна.

Плотная упаковка. Рассмотрим стационарное поле, состоящее из однородных плотно упакованных элементов, характеризуемых случайной площадью s и случайной, но постоянной в пределах элемента амплитудой (высотой) h, т. е.* $m(\mathbf{r})=h_k$, если $\mathbf{r}\in s_k$, а амплитуды элементов, имеющие одинаковые средние и дисперсии, не коррелированы между собой и не зависят от площади элемента. Простейшим примером такого поля является модель шахматной доски.

Среднее значение такого поля $\langle m\rangle=\langle h\rangle$.

Корреляционная функция поля

$$R_m(\rho)=\sigma_h^2\langle P(\rho)\rangle,$$

---

* Модель легко обобщается на случай, когда величина h является случайной функцией времени. Тогда $R_m(\rho,\ \tau)=R(\rho)R(\tau)$, где $R(\tau)$ — нормированный коэффициент временной корреляции.

где $P(\rho)$ вероятность точке $\mathbf{r}+\rho$ принадлежать элементу площадью s, если этому элементу принадлежит точка $\mathbf{r}$.

Так как распределение точки $\mathbf{r}$, случайным образом брошенной на поле S и попавшей на элемент площадью s, равновероятно

$$f(\mathbf{r}) = g(\mathbf{r})/s$$

($g(\mathbf{r})$ — функция, равная единице, если точка $\mathbf{r} \in s$, и нулю в противном случае), то вероятность точке $\mathbf{r}+\rho$ также принадлежать этому элементу равна

$$P(\rho) = \int d\mathbf{r} g(\mathbf{r}) g(\mathbf{r}+\rho)/s. \tag{7}$$

Усредняя (7) по конфигурациям и площадям элементов, получим соотношение для корреляционной функции поля. При этом необходимо отметить, что поскольку на большие по площади элементы случайно брошенная на поле S точка попадает чаще, то усреднение (7) по s нужно вести с плотностью вероятностей (см., например, [19])

$$\varphi^*(s) = s\varphi(s)/\langle s \rangle,$$

$\varphi(s)$ — плотность вероятностей размера площади элемента. Поэтому

$$R_m(\rho) = \sigma_h^2 \langle s(\rho) \rangle / \langle s \rangle,$$

где средняя по всем возможным конфигурациям и значениям площади автосвертка единичной функции элемента

$$\langle s(\rho) \rangle = \int d\mathbf{r} ds \langle g(\mathbf{r}) g(\mathbf{r}+\rho) \rangle \varphi(s).$$

Площадь корреляции поля (см. также (6))

$$s_{\text{кор}} = \int d\rho \langle s(\rho) \rangle / \langle s(0) \rangle = \langle s^2 \rangle / \langle s \rangle$$

совпадает с отношением второго и первого моментов площади элемента и для поля, образованного из элементов одинаковой и неслучайной площади, равна площади элемента.

Для поля, образованного выпуклыми элементами, часто оказывается более целесообразным связать корреляционную функцию поля с распределением длины секущей $f_\alpha(l)$ в направлении сдвига аргумента корреляционной функции ($\operatorname{tg} \alpha = \eta/\xi$).

Корреляционная функция поля $m(x, y)$ вдоль какой-либо прямой определяется вероятностью того, что лежащая на прямой, проходящей через (x, y), точка $(x+\xi, y+\eta)$ принадлежит тому же элементу, которому принадлежит точка (x, y), т. е. вероятностью того, что расстояние от точки (x, y) до границы элемента вдоль рассматриваемой прямой превосходит величину $\sqrt{\xi^2+\eta^2}$:

$$R_m(\xi, \eta) = \sigma_h^2 \int\limits_{\sqrt{\xi^2+\eta^2}}^{\infty} du f_\alpha^*(u). \tag{8}$$

Распределение $f_\alpha^*(u)$ расстояния от точки (x, y) на секущей до границы области связано с распределением длины секущей $f_\alpha(l)$ следующим соотношением [19]:

$$f_\alpha^*(u) = \int\limits_u^{\infty} dl f_\alpha(l) / \langle l(\alpha) \rangle, \tag{9}$$

где $\langle l(\alpha)\rangle$ — средняя длина секущей в направлении данной прямой. Из (8) и (9) после замены порядка интегрирования вытекает, что

$$R_m(\xi,\eta)=\sigma_h^2\int\limits_{\sqrt{\xi^2+\eta^2}}^{\infty}dl\left(l-\sqrt{\xi^2+\eta^2}\right)f_\alpha(l)/\langle l(\alpha)\rangle.$$

Для изотропных полей

$$R_m(\rho)=\sigma_h^2\int\limits_{\rho}^{\infty}dl\,(l-\rho)\,f(l)/\langle l\rangle.$$

Площадь корреляции поля при этом связана с моментами секущей следующим образом:

$$s_{\text{кор}}=2\pi\int\limits_0^{\infty}d\rho\rho R_m(\rho)/R_m(0)=\pi\langle l^3\rangle/3\langle l\rangle.$$

Рассмотрим в качестве примера изотропного поля с выпуклыми элементами круг радиусом R, рассекаемый независимыми прямыми линиями, когда угол наклона прямых распределен равномерно от 0 до 2π, а расстояние от центра круга до прямой — равномерно от 0 до R. Если число прямых распределено по Пуассону с параметром $\langle n\rangle=\lambda\pi R$, то при $R\to\infty$ распределение длины секущей элемента поля подчиняется показательному закону

$$f(l)=\exp[-l/\langle l\rangle]/\langle l\rangle,$$

где средняя длина секущей $\langle l\rangle=1/\lambda$.

Корреляционная функция поля в этом случае

$$R_m(\rho)=\sigma_h^2\exp\left[-\rho/\langle l\rangle\right],$$

а площадь корреляции $s_{\text{кор}}=2\pi\langle l\rangle^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Savelli M.** Etude a un Modele Suggéré par des Recherches sur les Propriétés de la Transparence des Emulsions Photographiques.— Comp. Rend., 1957, vol. 244, p. 871.
2. **Marathay A. S., Skinner T. J.** Multilevel — Grain Model for Light Recording Media.— JOSA, 1969, vol. 59, N 4, p. 455.
3. **Резник М. Х.** Обнаружение точечного излучателя в присутствии фоновых помех негауссового типа.— ОМП, 1972, № 3.
4. **Филимонов Р. П., Коваленко Л. Г., Абакшин Ю. Е.** Представление случайного двумерного поля каскадным процессом.— ОМП, 1975, № 6.
5. **Гончаров Э. Г., Коваленко Л. Г.** Применение модели двумерного случайного поля для выявления и оценки структурных признаков изображения.— Автометрия, 1979, № 5.
6. **Picinbono M. B.** Modèle Statistique Suggéré par la Distribution de Grains d'Argent dans la Films Photographiques.— Comp. Rend., 1955, vol. 240, p. 2206.
7. **О'Нейл.** Введение в статистическую оптику. М.: Мир, 1966.
8. **Tamoto Y., Isaka H.** A Study of a Random Dot Model Theory. I. Development of Theoretical Equations Taking the Intragrain Transmittance Distribution into Consideration.— Jap. J. Appl. Phys., 1977, vol. 16, N 5.
9. **Benton S. A.** Approximations for Granularity Theory.— Photogr. Sci. and Eng., 1977, vol. 21, N 4.
10. **Benton S. A.** Properties of Granularity Wiener Spectra.— JOSA, 1971, vol. 61, N 4.
11. **Ефимов В. М., Искольдский А. М., Нестерихин Ю. Е.** Электронно-оптическая фотосъемка в физическом эксперименте. Новосибирск: Наука, 1978.
12. **Baudry P., Desprez R., Presteille D.** Recent Contribution to the Study of Photographic Granularity.— J. Phot. Sci., 1968, vol. 16, p. 132.
13. **Webb F. H.** Some Theoretical Considerations of Photographic Graininess and Granularity.— JOSA, 1955, vol. 45, p. 379.
14. **Fray G. A.** Coarseness of Photographic Grain.— JOSA, 1963, vol. 53, p. 361.
15. **Fray G. A.** Resolving Power of Photographic Emulsions.— JOSA, 1963, vol. 53, N 3, p. 368.

16. **Деньщиков К. К.** Имитатор инфракрасных фонов облачного неба для исследования помехозащищенности оптико-электронных САР.— Изв. высш. учебн. заведений. Приборостроение, 1969, т. 12, № 10, с. 38.
17. **Левшин В. Л.** Пространственная фильтрация в оптических системах пеленгации. М.: Сов. радио, 1971.
18. **Казаков В. А., Африканов С. А.** Об имитации случайных гауссовых фонов.— ОМП, 1977, № 9, с. 10.
19. **Овчаров А. А.** Прикладные задачи теории массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1969.

Поступила в редакцию 22 октября 1979 г.

УДК 681.142.36

В. А. ТИХОМИРОВ, И. Н. ТРОИЦКИЙ, О. И. ХАРИТОНОВА

(Москва)

АВТОМАТИЧЕСКОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ ОТ ОБЪЕКТОВ С ЗЕРКАЛЬНОЙ И ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЯМИ

В различных практических приложениях методов распознавания и контроля параметров возникает задача автоматического анализа изображений с целью выделения признаков, характеризующих качество поверхности изображенного предмета. В настоящей работе рассматривается задача распознавания изображений предметов с зеркальной и шероховатой поверхностями, полученных в когерентном свете при условии, что оптическое разрешение и энергия при регистрации малы. Критерием зеркальности является относительная (к длине волны света) величина элементов микроструктуры поверхности объекта, определяющая особенности изображений [1]. В качестве признака для распознавания используем различие статистических характеристик зарегистрированных изображений двух указанных типов.

Изображение зеркального предмета представляет собой детерминированную картину, включающую одно или несколько ярких пятен в зависимости от формы и ракурса наблюдения [2]. Разложенное растром анализирующего устройства на N элементов зарегистрированное изображение представляется совокупностью целых случайных чисел n_i ($i = 1, \ldots, N$), равных числам фотоотсчетов в элементах растра. Числа n_i возникают с вероятностями, определяемыми законом Пуассона [3]

$$P(n_i) = \frac{\bar{n}^{n_i}}{n_i!} e^{-\bar{n}}. \qquad (1)$$

Здесь $\bar{n}$ равно либо $(\bar{n}_с + \bar{n}_ф)$, либо $\bar{n}_ф$, где $\bar{n}_с$ и $\bar{n}_ф$ — соответственно вызванные сигналом и фоном составляющие среднего значения. Изображение предмета с шероховатой поверхностью состоит из множества пятен со случайными значениями освещенности, при этом средний размер пятна равен элементу разрешения оптической системы [2]. Изображения, полученные при незначительных изменениях условий (ракурс, длина волны, поворот осветителя), оказываются декоррелированными. Распределение вероятностей n_i в зарегистрированном изображении описывается законом Бозе — Эйнштейна [4] при равенстве элементов разрешения оптики и растра анализатора и времени регистрации, меньшем, чем время когерентности источника света:

$$P(n_i) = \frac{e^{-\bar{n}_ф}}{1 + \bar{n}_с} \sum_{j=0}^{n_i} \frac{1}{j!} \bar{n}_ф^{\,j} \left(\frac{\bar{n}_с}{1 + \bar{n}_с} \right)^{n_i - j}. \qquad (2)$$