

Авторы выражают благодарность М. Л. Аграновскому, Р. Д. Баглаю, Л. С. Гурину, Б. И. Колосову, Т. Э. Кренкелю за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Розенфельд А. Распознавание и обработка изображений. М., «Мир», 1972.
2. Вьено Ж.-Ш., Смигильский П., Руайе А. Оптическая голография. Развитие и применение. М., «Мир», 1973.
3. Cooley J. V., Tuckey J. V. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series.— "Mathem. Comput.", 1965, vol. 19, p. 297—301.
4. Хьюит Э., Росс К. Абстрактный гармонический анализ. Т. 1. М., «Наука», 1976; Т. 2. М., «Мир», 1975.
5. Виленкин Н. Я. Специальные функции и теория представлений групп. М., «Наука», 1965.
6. Грибанов Ю. И., Мальков В. Л. Спектральный анализ случайных процессов. М., «Энергия», 1974.
7. Трахтман А. М., Трахтман В. А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. М., «Сов. радио», 1975.
8. Стейн И., Вейс Г. Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах. М., «Мир», 1974.
9. Бурбаки Н. Интегрирование. Векторное интегрирование, мера Хаара, свертка и представления. М., «Наука», 1970.
10. Усиков Д. А. Применение абстрактного гармонического анализа для быстрого распознавания изображений.— Препринт № 335. М., изд. ИКИ АН СССР, 1977.
11. Тхабисимов Д. К. Быстрый корреляционный анализ на группе движений и однородных масштабных преобразований плоскости ( $M(2) \times R_+$ ). Препринт № 367. М., изд. ИКИ АН СССР, 1977.
12. Casasent D., Psaltis D. Position, rotation and scale invariant optical correlation.— "Appl. Opt.", 1976, vol. 15, N 7, p. 1795—1800.
13. Casasent D., Psaltis D. Space-bandwidth product and accuracy of the optical Mellin transform.— "Appl. Opt.", 1977, vol. 16, N 6, p. 1472.

*Поступила в редакцию 24 ноября 1978 г.*

УДК 535.317.1 : 519.272.13

**Ю. А. БЫКОВСКИЙ, А. С. ЗАЙЦЕВ, А. И. ЛАРКИН,  
А. А. МАРКИЛОВ, С. Н. СТАРИКОВ**  
(Москва)

### КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ЭЛЕМЕНТНОЙ СТРУКТУРЫ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Определение параметров изображений объектов, представляющих собой совокупность отдельных элементов, является распространенной задачей во многих практических приложениях. Как правило, к основным искомым характеристикам относятся число элементов (общее или на участках изображения), средний размер элементов и распределение элементов по размерам. В работах [1, 2] показана целесообразность использования оптических методов, в частности, базирующихся на корреляционном анализе, для получения указанных параметров объектов, представленных в виде двухградационных изображений. Однако к настоящему времени задача не полностью решена, поскольку имеется потребность в сокращении времени обработки результатов, получаемых непосредственно оптическим путем, и в ослаблении ограничений на форму элементов, образующих анализируемый объект.

В настоящей работе рассматривается возможность получения элементных характеристик объектов, представленных в виде двухградаци-

онных изображений, по одномерным функциям автокорреляции. Основное внимание обращается на снижение требований к форме элементов объекта и повышение оперативности получения окончательных результатов.

Пусть обрабатываемый транспарант с изображением анализируемого объекта состоит из прозрачных участков (односвязных элементов выпуклой формы) и непрозрачного поля между ними. Коэффициент пропускания по интенсивности  $t(x, y)$ , заданный на области транспаранта  $D$ , имеет вид

$$t(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in \text{элементу}; \\ 0, & (x, y) \notin \text{элементу}. \end{cases} \quad (1)$$

Введем функцию  $\varphi_{\Delta x}(y)$ , равную значениям одномерной (по оси  $x$ ) функции автокорреляции пропускания  $t(x, y)$ , вычисленной со смещением  $\Delta x$  (рис. 1, а):

$$\varphi_{\Delta x}(y) = \int_{x \in D} t(x, y) t(x - \Delta x, y) dx. \quad (2)$$

Рассмотрим функцию  $\Psi_{\Delta x_0}(y)$ , пропорциональную разности функций  $\varphi_{\Delta x_0}(y)$  со значениями  $\Delta x = 0$  и  $\Delta x = \Delta x_0$  (рис. 1, б):

$$\Psi_{\Delta x_0}(y) = \frac{\varphi_0(y) - \varphi_{\Delta x_0}(y)}{\Delta x_0}. \quad (3)$$

Для каждого  $y_c$  значение  $\Psi_{\Delta x_0}(y_c)$  равно числу элементов транспаранта, пересекаемых прямой  $y = y_c$  [3], кроме значений  $y$ , являющихся граничными для проекций элементов на ось  $y$  (на рис. 1, а, б), в частности точек отрезков  $[y_0, y_1]$  и  $[y'_1, y'_0]$ . Выразим  $N$  — число элементов на транспаранте — как функционал от  $\Psi_{\Delta x_0}(y)$ :

$$N = \frac{1}{2} \int_{y \in D} \left| \frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy} \right| dy. \quad (4)$$

Доказательство соотношения (4) основывается на том, что функция  $\Psi_{\Delta x_0}(y)$  при переходе через отрезок начала проекции  $i$ -го элемента

$[y_0, y_1]$  увеличивает свое значение на 1 и, следовательно,  $\int_{y_0}^{y_1} \left| \frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy} \right| dy = 1$  (рис. 1, в, г). На отрезке окончания проекции  $i$ -го элемента  $[y'_1, y'_0]$

функция  $\Psi_{\Delta x_0}(y)$  уменьшается на 1, т. е.  $\int_{y'_1}^{y'_0} \frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy} dy = -1$ . В силу выпук-

лости элементов  $\int_{y'_1}^{y'_0} \left| \frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy} \right| dy = \left| \int_{y'_1}^{y'_0} \frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy} dy \right| = 1$ . Так как  $\frac{d\Psi_{\Delta x_0}(y)}{dy} = 0$

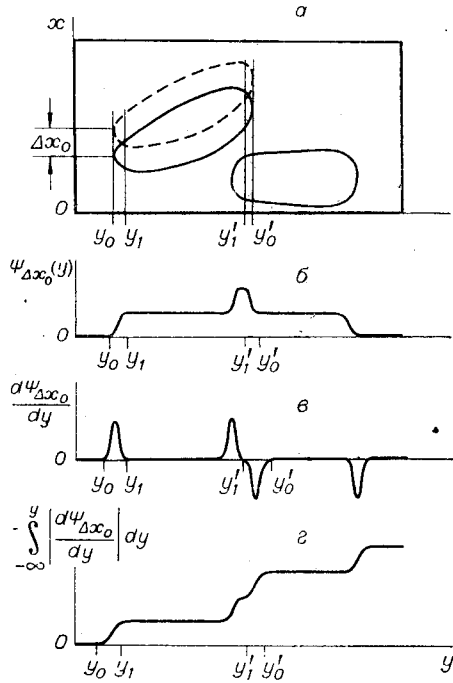


Рис. 1.

для участков оси  $y$ , не являющихся отрезками начала и окончания проекций элементов, а проекция каждого элемента дает вклад в интеграл  $\int_{y \in D} \left| \frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy} \right| dy$ , равный 2, то полное значение интеграла  $\int_{y \in D} \left| \frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy} \right| dy$  есть  $2N$ , откуда вытекает справедливость соотношения (4).

Из изложенного следует также, что число элементов  $N$  равно числу положительных (начала проекций), либо отрицательных (окончания проекций) пиков функции  $\frac{d\Psi_{\Delta x_0}(y)}{dy}$  (см. рис. 1, в).

Размер областей, в которых  $\frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy} \neq 0$ , определяется величиной смещения  $\Delta x_0$  (см. рис. 1, а) и при  $\Delta x_0$ , много меньшем минимального размера элементов на транспаранте, можно принять

$$\Psi_{\Delta x_0}(y) = \sum_{i=1}^N \text{rect} \left( \frac{y - c_i}{a_i} \right), \quad (5)$$

где  $c_i$  — координата центра проекции  $i$ -го элемента на ось  $y$ ,  $a_i$  — величина проекции и

$$\text{rect}(z) = \begin{cases} 1 & \text{при } |z| \leq \frac{1}{2}; \\ 0 & \text{при } |z| > \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (6)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \int_{y \in D} \Psi_{\Delta x_0}(y) dy &= \int_{y \in D} \sum_{i=1}^N \text{rect} \left( \frac{y - c_i}{a_i} \right) dy = \\ &= \sum_{i=1}^N a_i \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}(u) du = \sum_{i=1}^N a_i \end{aligned} \quad (7)$$

и средний размер элементов  $\langle a \rangle_y$  в направлении, совпадающем с осью  $y$ , есть

$$\langle a \rangle_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i = \frac{1}{N} \int_{y \in D} \Psi_{\Delta x_0}(y) dy. \quad (8)$$

Вращение транспаранта во входной плоскости позволяет измерять средний размер по любому направлению и анизотропию изображения.

Функция  $\Psi_{\Delta x_0}(y)$  может быть использована для получения распределения элементов по размерам в направлении оси  $y$ . Рассмотрим автокорреляцию  $q(y)$  функции  $\frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy}$ , используя выражение (5):

$$\begin{aligned} q(y) &= \frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy} * \frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy} = 2 \sum_{i=1}^N \delta(y) - \sum_{i=1}^N \delta(y - a_i) - \\ &- \sum_{i=1}^N \delta(y + a_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \left[ \delta \left\{ y - \left( c_k - c_i + \frac{a_i - a_k}{2} \right) \right\} + \right. \\ &+ \delta \left\{ y - \left( c_k - c_i - \frac{a_i - a_k}{2} \right) \right\} - \delta \left\{ y - \left( c_k - c_i + \frac{a_k + a_i}{2} \right) \right\} - \\ &\left. - \delta \left\{ y - \left( c_k - c_i - \frac{a_k + a_i}{2} \right) \right\} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Первая сумма в (9)  $\left( 2 \sum_{i=1}^N \delta(y) \right)$  локализована в точке  $y = 0$  и пропор-

циональна удвоенному числу элементов изображения. Вторая сумма  $\left(\sum_{i=1}^N \delta(y - a_i)\right)$  представляет собой распределение элементов по размерам, взятое со знаком минус, третья сумма  $\left(\sum_{i=1}^N \delta(y + a_i)\right)$  также дает рас-

пределение по размерам, так как она совпадает со второй суммой после замены  $y$  на  $-y$  (рис. 2). Часть выражения (9), стоящая под знаком двойной суммы, содержит члены с несовпадающими индексами, зависящие от разностей  $c_k - c_i$ , не представляет интереса и является помехой. Подавление членов с несовпадающими индексами может быть достигнуто введением периодической модуляции по углу  $\Theta$  — ориентации транспаранта обрабатываемого изображения относительно оси  $y$ . В этом случае разности  $c_k - c_i$  будут периодическими функциями, зависящими от  $\Theta$ , в то время как величины  $a_i$  остаются постоянными. Удаление членов с несовпадающими индексами в выражении (9) обеспечивается подавлением частоты модуляции угла  $\Theta$ .

Оценим случаи, когда возможно определение распределения элементов по размерам и числа элементов с помощью выражения (9). Условием применимости данного способа является малость отношения изменения величин  $a_i(\Delta a)$  к изменению разностей  $c_k - c_i(\Delta c)$  при варьировании угла  $\Theta$ :  $\eta = \Delta a / \Delta c \ll 1$ . Ограничения на форму анализируемых элементов определяются допустимой эллиптичностью  $p$  — отношением минимального и максимального размеров элемента. Пусть  $l_{\min}$  — наименьшее расстояние между центрами элементов,  $D_{\max}$  — наибольший размер элементов, тогда с учетом малости  $\Theta$  имеем  $\Delta c = l_{\min} \Theta^2 / 2$  и  $\Delta a = D_{\max} (1 - p^2) \Theta^2 / 2$ , откуда условие  $\eta \ll 1$  может быть представлено в виде

$$p^2 \gg 1 - l_{\min} / D_{\max}. \quad (10)$$

Соотношение (10) показывает, что ограничение на форму элементов обусловлено плотностью их распределения по полю изображения, и при плотностях, обеспечивающих выполнение условия  $l_{\min} / D_{\max} \geq 1$ , это ограничение снимается.

Таким образом, анализ одномерной функции  $\Psi_{\Delta x_0}(y)$  (выражение (3)), пропорциональной разности двух значений одномерных функций автокорреляции обрабатываемого изображения, позволяет получить число элементов изображенного двухградационного объекта, а также средний размер элементов и распределение элементов по размерам относительно выбранного направления. Ограничение на форму элементов объекта заключается в том, что они должны быть выпуклыми и односвязными.

Функции  $\varphi_0(y)$  и  $\varphi_{\Delta x_0}(y)$  могут быть получены оптическим путем, дальнейшие операции определения характеристик элементов объекта целесообразно выполнять над электрическими сигналами. Оптическая часть схемы установки, использующая некогерентное освещение, показана на рис. 3. Свет от источника падает под углом  $\alpha$  на транспарант Т с анализируемым изображением. На расстоянии  $2F_1$  от транспаранта находится объектив  $O_1$  с фокусным расстоянием  $F_1$ , далее свет проходит через объектив  $O_2$ , расположенный на расстоянии  $2F_1$  от объектива  $O_1$  по оптической оси системы, а затем через объектив  $O_3$ , расположенный на расстоянии  $2F_3$  от объектива  $O_2$ . Призма Пр делит световой пучок на два. Первый пучок после плоскопараллельной пластины ПП вновь попадает на транспарант Т под углом  $\alpha$ . Объектив  $O_3$  формиру-

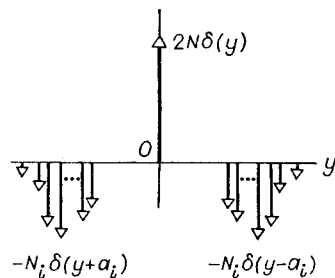


Рис. 2.

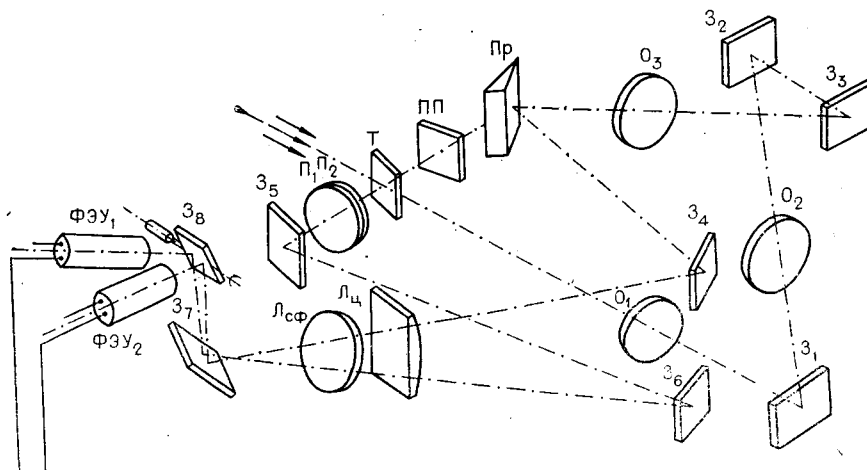


Рис. 3.

ет в плоскости прозрачного его прямое изображение в масштабе 1:1. Поворотом пластины ПП задается смещение  $\Delta x_0$  между изображением, которое строит оптическая система, и изображением на прозрачном. Скрещенные поляризаторы  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  служат для регулировки интенсивности света в данном пучке. Система из сферической ( $L_{сф}$ ) и цилиндрической ( $L_{ц}$ ) линз преобразует распределение интенсивности в функцию  $\varphi_{\Delta x_0}(y)$ . Второй пучок, отразившись от призмы Пр, также направляется в систему линз ( $L_{сф}$ ,  $L_{ц}$ ) и обеспечивает получение функции  $\varphi_0(y)$ . В плоскости формирования распределений интенсивности, пропорциональных  $\varphi_0(y)$  и  $\varphi_{\Delta x_0}(y)$ , помещаются два фотоэлектронных умножителя (ФЭУ). Сканирование распределений в направлении  $y$  обеспечивается вращающимся зеркалом  $Z_8$ . Время сканирования определяет длительность обработки и составляло в проводившихся экспериментах  $\sim 10^{-3}$  с. Сигналы с фотоэлектронных умножителей ФЭУ<sub>1,2</sub> вычитаются в балансном усилителе (получение  $\Psi_{\Delta x_0}(y)$ ), и затем результирующий сигнал дифференцируется. Временной сигнал после дифференцирования соответствует функции  $\frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy}$ .

Подключение пересчетного прибора позволяет по числу импульсов одной полярности измерять число элементов на изображении. Полученные результаты подтвердили отсутствие влияния формы элементов на точность измерения их числа. Погрешность определения числа элементов не превышала 1%. Данная схема рассчитана на анализ двумерных изображений, однако экспериментально определялось число объемных элементов при непосредственной обработке трехмерных объектов при условии, что проекции элементов на плоскость, перпендикулярную пучку, не перекрываются (отсутствие тени) и глубина анализируемой сцены не превышает глубины резкости оптической системы.

Средний размер элементов в выделенном направлении определяется интегрированием по времени сигнала после балансного усилителя (см. выражение (8)). Различие между действительными и измеренными средними размерами не превышало погрешности измерений и составляло  $\sim 10\%$ . На рис. 4 показано одно из изображений, подвергавшихся обработке.

Для определения распределения элементов объекта по размерам необходимо временной сигнал после балансного усилителя и дифференцирующей цепочки подать на автокоррелятор с введением модуляции по углу ориентации прозрачного  $\Theta$ . Экспериментальная провер-

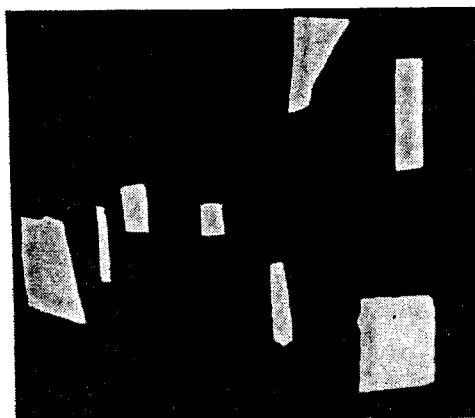


Рис. 4.

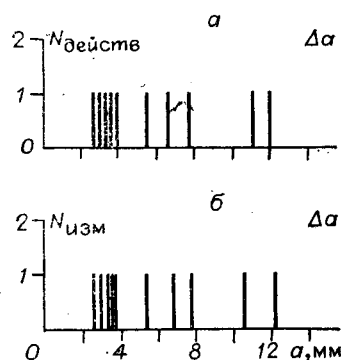


Рис. 5.

ка метода осуществлялась с использованием электронного коррелятора, на наборном поле которого задавалась последовательность импульсов, совпадающая с анализируемым сигналом  $\frac{d\Psi_{\Delta x_0}}{dy}$ . На рис. 5 показаны действительное распределение элементов по размерам на одном из обрабатываемых транспарантов (рис. 5, а) и полученное экспериментально (рис. 5, б). Различие между действительными и полученными распределениями во всех экспериментах не превышало погрешности измерений и составляло  $\sim 10\%$ . Размеры обрабатывавшихся изображений —  $24 \times 36 \text{ мм}^2$ .

Предлагаемая методика определения числа элементов изображений объектов, среднего размера и распределения элементов по размерам не налагает ограничений на форму элементов, кроме их выпуклости и односвязности. Оптическая часть схемы использует некогерентное освещение, преобразование светового распределения в электрический сигнал выполняется сканированием по одной координате. Электронные операции включают в себя вычитание, дифференцирование, интегрирование, автокоррелирование (последнее — только при нахождении распределения элементов по размерам) электрического сигнала. Экспериментально реализована обработка изображений за время  $\sim 10^{-3}$  с. Погрешность определения числа элементов  $< 1\%$ , среднего размера и распределения элементов по размерам  $\sim 10\%$ . Минимальный размер анализируемых элементов может быть доведен до величины  $\sim 50 \text{ мкм}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Колесников А. А., Лаптева Н. В. О возможности анализа мелкоструктурных изображений корреляционным методом.— ЖТФ, 1974, т. 44, вып. 9.
2. Беккер А. М., Бухтоярова Н. И., Вейнер К. А., Горелик В. П., Николаев С. Н., Турухано Б. Г. Автоматический корреляционный анализатор размеров бактериальных колоний.— В кн.: Тезисы докладов II Всесоюзной конференции по голографии. Ч. I. Киев, изд. ИФ АН УССР, 1975.
3. Букин О. А., Быковский Ю. А., Ларкин А. И., Маркилов А. А., Стариков С. Н. Анализ микроструктуры треков по функции автокорреляции изображения.— В кн.: Оптическая обработка информации. Под ред. С. Б. Гуревича. Л., «Наука», 1978.

Поступила в редакцию 17 августа 1978 г.