

- последовательностей.— «Изв. АН СССР, сер. мат.», 1941, № 5.
3. Wiener N. Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series. N. Y., "John Wiley", 1949.
 4. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М., «Мир», 1974.
 5. Дженкинс Г., Ватс Д. Спектральный анализ и его приложения. Т. I. М., «Мир», 1971.
 6. Харкевич А. А. Борьба с помехами. М., Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963.
 7. Миркин Л. И., Рабинович М. А., Ярославский Л. П. Метод генерирования гауссовых псевдослучайных чисел на ЭВМ.— «Журн. вычисл. мат. и мат. физ.», 1972, т. 12, № 5.
 8. Bingham C., Godfrey M. D., Tukey I. W. Modern techniques of power spectrum estimation.— "TRANS. IEEE Audio and Electroacoustics", 1967, vol. AU-15, N 2.
 9. Ушаков А. Н. Алгоритм восстановления поверхности на ЦВМ по линиям равных значений.— В кн.: Вопросы кибернетики, № 38. М., 1978.

Поступила в редакцию 3 апреля 1978 г.

УДК 533.6.08 : 621.375.826

В. П. КУЛЕШ

(Москва)

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ОБЪЕМА ЛДИС

Основная задача исследования структуры измерительного объема состоит в выявлении источников погрешности измерения скорости течения газа или жидкости, прямо или косвенно связанных с параметрами дифференциальной оптической системы (ДОС) и с особенностями формирования измерительного объема. К числу важнейших источников погрешности, характерных непосредственно для ДОС, относятся:

нормальная регулярность интерференционного поля в измерительном объеме ЛДИС, т. е. нерегулярность, связанная с дифракционной неопределенностью направления волнового вектора в области фокусировки ограниченного по сечению пучка лазерного света [1, 2];

нерегулярность интерференционного поля, определяемая отклонениями направления волнового вектора в результате оптической несимметрии геометрии дифференциального осветителя ЛДИС и влияния некачественных оптических элементов на волновые фронты лазерных пучков;

погрешность установки и нестабильность угла между зондирующими лазерными пучками. Эта погрешность определяется преимущественно средствами измерения и контроля величины угла и структуры интерференционного поля.

1. Нормальная нерегулярность интерференционного поля. Систематизируем в этой части статьи известные результаты, относящиеся к анализу нормальной нерегулярности интерференционного поля в измерительном объеме как источника погрешности измерений. Анализ и обсуждения проведем для совершенной дифференциальной оптической схемы ЛДИС, содержащей идеальные оптические элементы и монохроматический источник с гауссовым распределением интенсивности в сечении светового пучка.

На рис. 1 изображена дифференциальная схема ЛДИС, в которой для удобства анализа лазер Л, объективы O_1, O_2 и расщепитель замене-

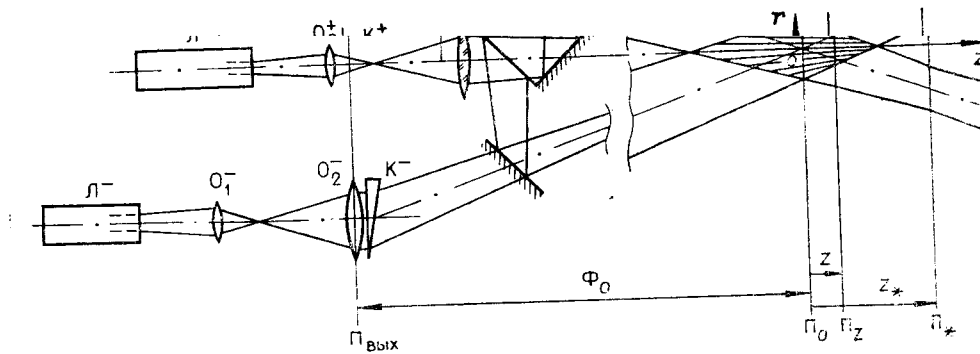


Рис. 1.

ны эквивалентными лазерами L^+ и L^- с вдвое меньшей выходной мощностью и объективами O_1^+ , O_2^+ , O_1^- и O_2^- . Зеркала расщепителя, направляющие лазерные пучки в исследуемую область, заменены эквивалентными фазовыми клиньями, помещенными в плоскости $\Pi_{\text{вых}}$ выходных объектов.

Уже в первых работах [1, 2] по исследованию структуры интерференционного поля установлено, что пространственная частота интерференционного поля в сечении Π_z пропорциональна квадрату расстояния z от центрального сечения Π_0 , а также может иметь значительный градиент в центральном сечении Π_0 ; такая нерегулярность интерференционного поля является источником составляющей погрешности, которая может достигать нескольких процентов.

Более детальный анализ структуры измерительного объема [3, 4] показал, что трехмерное распределение интенсивности электромагнитного поля в области пересечения зондирующих пучков (см. рис. 1) может быть представлено уравнением

$$I_0(\mathbf{r}, z) = \frac{P}{2\pi r^2(z)} \exp\left\{-\frac{|\mathbf{r}|^2 + \Phi^2 z^2}{2r^2(z)}\right\} \left[\cos 2\pi \mathbf{v}(z) \mathbf{r} + \text{ch} \frac{\Delta r z}{\Phi_0 r^2(z)} \right],$$

где P — мощность излучения лазера; Φ — угол между осью зондирующего пучка и осью симметрии OZ , причем $\Phi \cong |\Delta|/\Phi_0 \ll 1$; \mathbf{r} — радиус-вектор координат точек в плоскости Π_z ; z — координата вдоль оси симметрии с началом в точке пересечения осей пучков; $\pm \Delta$ — радиус-векторы координат центров пучков эквивалентных лазеров в плоскости $\Pi_{\text{вых}}$; Φ_0 — расстояние от плоскости $\Pi_{\text{вых}}$ выходного объектива до плоскости Π_0 пересечения пучков, т. е. центральной плоскости; $r(z)$ — радиус каждого пучка в сечении z на относительном уровне интенсивности, равном $\exp\{-1/2\}$; $\mathbf{v}(z)$ — распределение пространственной частоты интерференционного поля. При этом

$$r^2(z) = r_0^2 (1 - 2\alpha z + \beta z^2). \quad (1)$$

Здесь r_0 есть радиус на относительном уровне интенсивности $\exp\{-1/2\}$ пучков в центральном сечении Π_0 , т. е. при $z=0$;

$$\mathbf{v}(z) = \mathbf{v}_0 \frac{1 - \alpha z}{1 - 2\alpha z + \beta z^2}, \quad (2)$$

где $\mathbf{v}_0 = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$; $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ — волновые векторы интерферирующих пучков;

$$|\mathbf{v}_0| = v_0 = 2 \sin \theta / (n\lambda); \quad (3)$$

v_0 — значение пространственной частоты в центральном сечении $z=0$ измерительного объема; λ — длина волны излучения лазера; n — показатель преломления среды.

Полученные выражения (1)–(2) показывают, что форма и структура интерференционного поля в измерительном объеме определяются четырьмя параметрами: радиусом r_0 , частотой v_0 и коэффициентами α и β .

Определяя минимальное значение $r(z)$ из выражения (1), найдем положение z_* на оси OZ плоскости Π_* , в которой находятся перетяжки пучков:

$$z_* = \alpha/\beta. \quad (4)$$

Отсюда следует, что коэффициент α характеризует величину несовпадения центрального сечения измерительного объема с плоскостью перетяжек пучков.

Можно показать, что при $z_* \ll \Phi_0$

$$\beta = \frac{\lambda^2}{16\pi^2 r_0^4}; \quad (5)$$

это определяет коэффициент β как параметр, сильно характеризующий степень фокусировки зондирующих пучков.

Из уравнения (2) следует, что при совершенной оптической системе ЛДИС пространственная частота интерференционного поля зависит только от продольной координаты z , причем эта зависимость с высокой степенью точности может быть выражена многочленом второго порядка

$$v(z)/v_0 = 1 + \alpha z - \beta z^2. \quad (6)$$

Рассеивающие частицы, пересекающие измерительный объем в различных сечениях z с одинаковой скоростью v , являются источниками сигналов с разными частотами f_z , пропорциональными значениям $v(z)$ пространственной частоты: $f_z = \nu v(z)$, что приводит к погрешности в измерении скорости.

Из выражения (6) следует, что среднее значение $\langle v \rangle$ пространственной частоты интерференционного поля отличается от значения v_0 (3) частоты в центральном сечении, которое обычно принимается за коэффициент пропорциональности между значением измеренной частоты и измеряемой скоростью. Это отличие является причиной систематической погрешности в измерении скорости, с учетом выражения (5) равной

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta v}{v} = \frac{\langle v \rangle - v_0}{v_0} = -\frac{1}{3} \beta z_{\text{эф}}^2, \quad (7)$$

где $\pm z_{\text{эф}}$ есть границы по оси OZ эффективного измерительного объема.

Дисперсия σ_v^2 пространственной частоты интерференционного поля, оцениваемая с учетом (4) выражением

$$\overline{\sigma_v^2} = \frac{\sigma_v^2}{v_0^2} = \frac{1}{3} \alpha^2 z_{\text{эф}}^2 + \frac{1}{5} \beta^2 z_{\text{эф}}^4 = \beta^2 z_{\text{эф}}^2 \left(\frac{z_*^2}{3} + \frac{z_{\text{эф}}^2}{5} \right), \quad (8)$$

приводит к равной дисперсии $\overline{\sigma_v^2} = \overline{\sigma_v^2}$ результатов измерения скорости, т. е. к случайной погрешности.

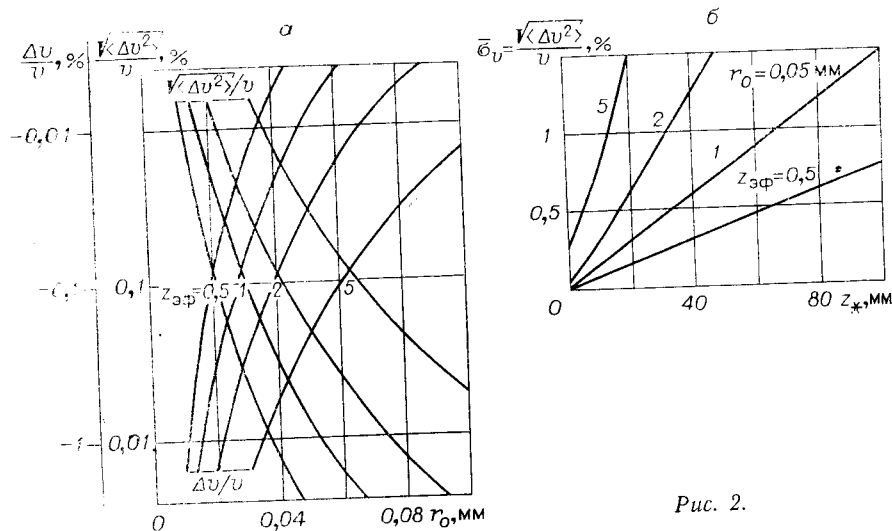


Рис. 2.

Уменьшение составляющих погрешности, связанных с нерегулярностью интерференционного поля в измерительном объеме ЛДИС, можно осуществить следующими приемами.

1. Выбор радиуса измерительного объема, максимально возможного по условиям аэродинамической задачи. На рис. 2, а показаны зависимости систематической составляющей $\overline{\Delta u}$ и среднеквадратичного значения случайной составляющей $\overline{\sigma}_v$ погрешности от радиуса r_0 измерительного объема.

2. Совмещение при настройке плоскости перетяжки пучков с центральным сечением измерительного объема. При этом $\alpha = \beta z_* = 0$ и распределение пространственной частоты становится симметричным относительно центрального сечения, а среднеквадратичное значение случайной составляющей погрешности уменьшается до величины

$$\overline{\sigma}_v = 2,8 \cdot 10^{-3} \frac{\lambda^2 z_{эф}^2}{r_0^4}.$$

На рис. 2, б показаны графики зависимости случайной составляющей погрешности от величины z_* .

3. Уменьшение длины $2z_{эф}$ эффективного измерительного объема, которое можно осуществить с помощью метода, описанного в работе [4]: увеличение угла между зондирующими пучками ЛДИС или порога чувствительности фотоприемника.

Кроме того, существенного уменьшения размера измерительного объема можно добиться расположением фотоприемника под углом к оси OZ и установлением в плоскости изображения приемного объектива узкой щели, пропускающей на фотокатод излучение, рассеянное лишь из центральной части измерительного объема [5].

На рис. 2, а показана зависимость систематической и случайной составляющих погрешности от длины измерительного объема.

2. **Влияние несовершенств оптической системы на структуру интерференционного поля.** Кроме нормальной нерегулярности интерференционного поля, в измерительном объеме существует, а нередко даже преобладает нерегулярность интерференционного поля, имеющая место из-за технического несоответствия параметров дифференциальной оптической системы ЛДИС расчетным.

Для исследования этого влияния проведем анализ дифференциальной оптической системы ЛДИС с предварительной фокусировкой, одно

плечо расщепителя которой содержит несовершенный элемент, например зеркало с невысоким качеством поверхности. Отнесем фазовые искажения, вносимые этим зеркалом, к плоскости $\Pi_{\text{вых}}$ (см. рис. 1) и обозначим эти искажения фазовой функцией

$$W(\xi) = W(x, y),$$

где ξ — радиус-вектор точек в плоскости $\Pi_{\text{вых}}$ с началом на оси O^+Z^+ . Разложим эту функцию в ряд Тейлора в окрестности точки $\xi = (0, 0)$:

Первый член описывает неплоскость второго порядка.

Для дальнейшего анализа предположим, что неплоскость второго порядка вносит фазовые искажения параболической формы и члены более высоких порядков в разложении пренебрежимо малы.

Тогда можно записать:

$$W(\xi) = k\mu |\xi|^2/2,$$

где μ — эффективная кривизна поверхности зеркала. Если угол падения пучка света на зеркало равен φ , то эффективная кривизна μ связана с радиусом кривизны R поверхности формулой

$$\mu = 2 \cos \varphi / R.$$

Выполнив расчет интерференционного поля в измерительном объеме для дифференциальной схемы (см. рис. 1) с такими зеркалами, получим следующее выражение для распределения относительной пространственной частоты:

$$\frac{\nu}{\nu_0} = 1 + \left(\alpha - \frac{1}{2} \Phi_0^2 \beta \mu \right) z - \beta z^2 + \frac{\Phi_0^3 \beta \mu}{4 \Delta^2} \Delta r. \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что в данном случае частота зависит не только от координаты z , но и от координаты r . Но нас интересует не мгновенная частота, а средняя за время пролета частицы через измерительный объем параллельно вектору Δ , поэтому третий член в правой части выражения (9) не повлияет на конечный результат.

Вклад неплоскости зеркала в случайную погрешность можно оценить с помощью выражения (8), в которое вместо α подставим коэффициент $\alpha - \frac{1}{2} \Phi_0^2 \beta \mu$. Предполагая, что настройка системы соответствует условию $\alpha = 0$, и пренебрегая вторым слагаемым, получим

$$\bar{\sigma}_\nu = \bar{\sigma}_\nu = 0,29 \Phi_0^2 \beta \mu z_{\text{эф}}. \quad (10)$$

На рис. 3 показана зависимость этого компонента погрешности от эффективной кривизны μ поверхности зеркала при $\lambda = 0,5$ мкм, $\Phi_0 = 2$ м. Из выражения (10) можно получить оценку допустимой кривизны отражающей поверхности

$$\mu \leq \frac{3,5 \bar{\sigma}_{\nu \text{max}}}{\Phi_0^2 \beta z_{\text{эф}}}, \quad (11)$$

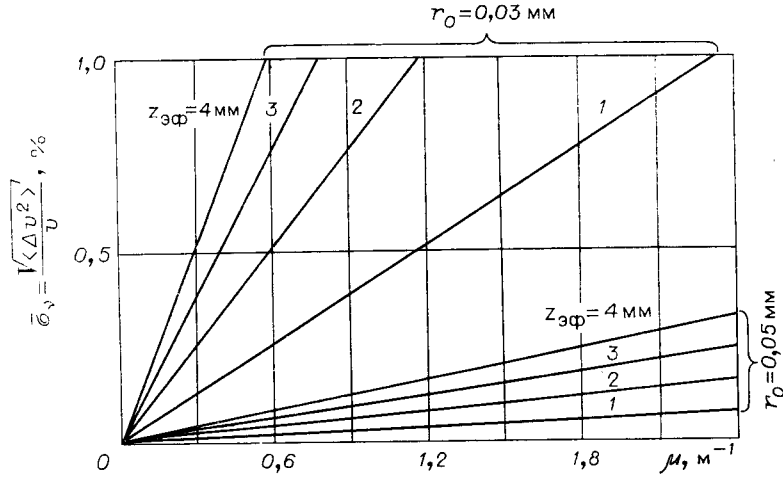


Рис. 3.

где $\bar{\sigma}_{v \max}$ — максимальное значение соответствующей составляющей погрешности.

Качество поверхности, определенное по числу интерференционных полос m , для зеркала, установленного под углом 45° к падающему пучку света, может быть оценено формулой

$$m = D^2 \mu / (4\sqrt{2}\lambda),$$

где D — характерный размер рабочей части поверхности зеркала (для зеркала, имеющего форму плоского диска, D — диаметр).

Подставив в эту формулу значение μ (11), получим выражение для оценки необходимого качества поверхности зеркала расщепителя

$$m \leq \frac{D^2 r_0^4 \bar{\sigma}_{v \max}}{\lambda^3 \Phi_0^2 z_{\text{эф}}^2}.$$

(Здесь и далее погрешность $\bar{\sigma}_{v \max}$ выражена в процентах.)

Если размер измерительного объема не ограничен приемной оптикой, то

$$z_{\text{эф}} = r\sqrt{2q/\vartheta},$$

где q — приведенный порог чувствительности фотоприемника $\bar{I}_{\text{пор}} = \exp\{-q\}$. Так как на пути зондирующих пучков расположено несколько зеркал, то нетрудно показать, что при одинаковых размерах необходимое и достаточное качество поверхности определяется условием

$$m \leq \frac{D^2 r_0^3 \vartheta \bar{\sigma}_{v \max}}{\sqrt{2q(n_1 + n_2)} \lambda^3 \Phi_0^2},$$

где n_1 и n_2 — число отражающих поверхностей в каждом плече оптической системы. Например, в четырехзеркальном расщепителе оптической системы ЛДИС, предназначенной для формирования измерительного объема с параметрами $r_0 = 0,05$ мм, $\vartheta = 1^\circ$, $\bar{\sigma}_{v \max} = 0,1\%$, $q = 1$, $\lambda = 0,5 \times 10^{-3}$ мм, $\Phi_0 = 2000$ мм, зеркала должны иметь неплоскостность поверхности не более 0,12 интерференционной полосы на диаметре 30 мм.

Оптическая несимметрия геометрии зондирующих пучков проявляется в различии длин оптических путей двух плеч осветителя, т. е.

эффективных расстояний от узла фокусировки до точки пересечения осей зондирующих пучков. В результате этого оба пучка не могут быть сфокусированы в измерительном объеме одновременно. Рассмотрим случай, когда один пучок, обозначаемый, например, знаком «+», сфокусирован в область пересечения на расстоянии Φ_0 от объектива O_2^+ (см. рис. 1). Длина второго плеча, все элементы и параметры которого будем обозначать индексом «-», на величину s больше.

Аналогично предыдущему рассмотрению получим выражение для распределения пространственной частоты в измерительном объеме

$$\frac{v}{v_0} = 1 + \left(\alpha + \frac{s}{2} \beta \right) z - \beta z^2.$$

Отсюда для оценки влияния несимметрии оптической системы на погрешность измерения скорости находим

$$\bar{\sigma}_v \approx 0,29\beta s z_{\text{эф}}.$$

Для полного измерительного объема, когда $z_{\text{эф}} = r_0 \sqrt{2q}/\theta$, получается следующая оценка:

$$\bar{\sigma}_v \approx 0,25 \cdot 10^{-2} \frac{s \lambda^2 \sqrt{q}}{r_0^3 \theta};$$

например, несимметрия плеч s , равная 10 мм, в оптической системе с теми же параметрами, что и в предыдущем примере, вызывает составляющую среднеквадратичной погрешности порядка 0,25%.

3. Экспериментальное исследование структуры измерительного объема.

Известные методы измерения структуры измерительного объема обеспечивают лишь измерение частоты v_0 интерференционного поля в центральном сечении путем измерения угла 2θ между зондирующими пучками [6].

Для измерения же распределения пространственной частоты интерференционного поля в измерительном объеме нами предложена установка, схема которой приведена на рис. 4. Фотоприемник, состоящий из объектива 2, узкой щели 3 и фотодиода 4, расположен на подвижной каретке 1 таким образом, чтобы исследуемое сечение измерительного объема находилось в плоскости, сопряженной с плоскостью щели 3. Перемещение и отсчет координаты по оси OZ осуществляется микрометрическим винтом 5. В направлении оси Ox , перпендикулярной интерференционным плоскостям, перемещение осуществляется микрометрическим винтом 6, а отсчет координаты проводится с помощью лазерного го-

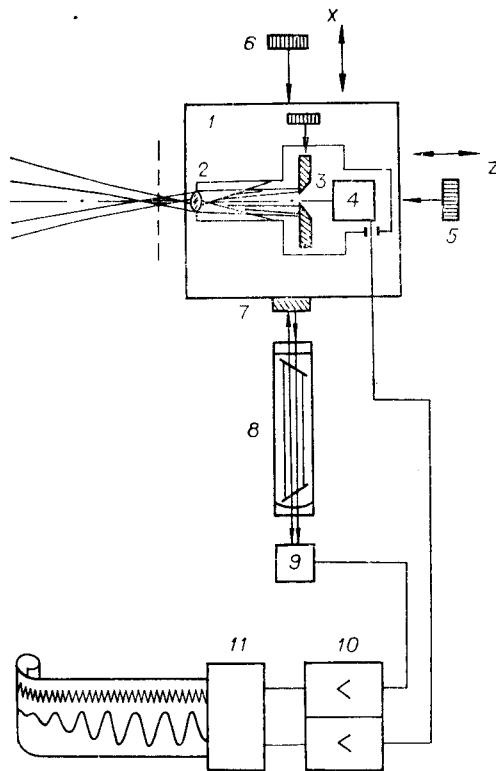


Рис. 4.

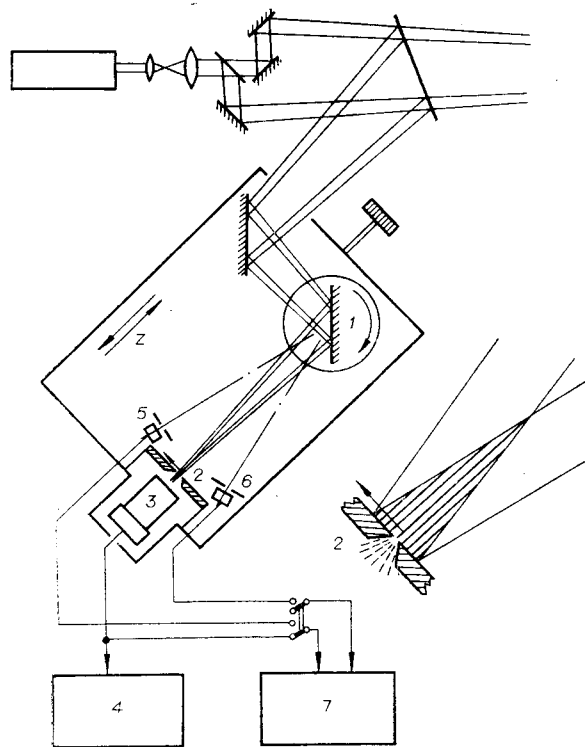


Рис. 5.

модинного измерителя перемещений, построенного по схеме трехзеркального резонатора. Зеркало 7 установлено жестко на подвижной каретке 1 нормально к оси лазера. Интенсивность излучения со стороны заднего зеркала лазера 8 в такой системе зависит от положения зеркала 7 и гармонически меняется при перемещении фотоприемника вдоль оси лазера. Период изменения интенсивности соответствует перемещению фотоприемника на половину длины волны излучения лазера, т. е. при использовании гелий-неонового лазера равен $0,3164 \text{ мкм}$. Выходы фотодиода 9, регистрирующего интенсивность этого излучения, и фотоприемника через усилители постоянного тока 10 подключены соответственно к двум каналам шлейфового осциллографа 11.

При перемещении фотоприемника по оси OX на ленте шлейфового осциллографа регистрируются одновременно профиль интенсивности света в заданном сечении и синусоида, период которой соответствует перемещению на $0,3164 \text{ мкм}$.

Такой прибор (см. рис. 4) обладает достаточно малой погрешностью (порядка $0,1\%$) и позволяет исследовать всю структуру измерительного объема, включая характеристики интерференционной составляющей и распределение аддитивного компонента интенсивности. Однако высокая чувствительность к посторонним вибрациям и значительная трудоемкость расшифровки полученных осциллограмм ограничивают область применения его лабораторными экспериментами.

Для непрерывного измерения и контроля частоты и распределения частоты интерференционного поля в измерительном объеме в условиях аэродинамической трубы разработан другой прибор (рис. 5), в котором измерительный объем сканируется вращающимся зеркалом 1 перед щелью 2 фотоприемника 3. Частота переменной составляющей фотоэлектрического сигнала, пропорциональная линейной скорости сканирования и частоте интерференционных полос, измеряется аппаратурой 4,

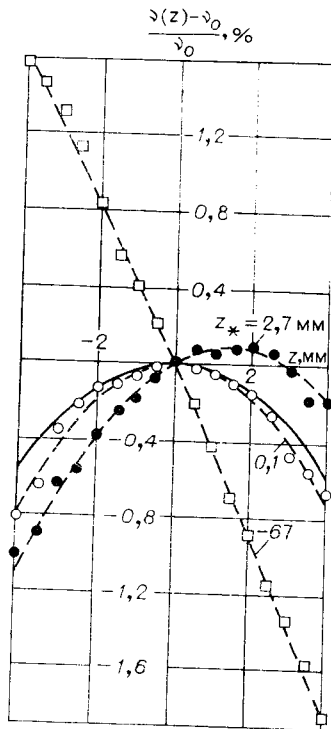


Рис. 6.

частоты, рассчитанное для данной оптической системы на основании теоретического анализа.

Так как из теоретического анализа известно, что распределение пространственной частоты представляет собой параболу второго порядка, при оперативном контроле характеристик измерительного объема достаточно производить измерение только в трех сечениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lading L. A Fourier optical model for laser Doppler velocimeter.— "Opto-electronics", 1972, vol. 4, N 4, p. 385—398.
2. Hanson S. Broadening of the measured frequency spectrum in a differential laser anemometer due to interference plane gradients.— "J. Phys. D: Appl. Phys.", 1973, vol. 6, N 2, p. 164—171.
3. Кулеш В. П. Анализ оптической системы ЛДИС методом Фурье.— «Труды ЦАГИ», 1976, вып. 1750, с. 70—82.
4. Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Журавель Ф. А. О пространственном разрешении и точности лазерных доплеровских измерителей скорости.— «Опт. и спектр.», 1976, т. 41, вып. 2, с. 293—300.
5. Becker H. A., Hottel M. C., Williams G. G. On the lightscatter technique for the study of the turbulence and mixing.— "J. Fluid Mech.", 1967, vol. 30, p. 2, p. 259—284.
6. Абрамов Л. И., Витковский В. В., Ильин В. И., Казаков В. В., Кулеш В. П., Орлов А. А., Петунин А. Н. Лазерный доплеровский измеритель скорости для физических исследований газовых потоков.— «Труды ЦАГИ», 1976, вып. 1755, с. 97—121.

Поступила в редакцию 21 октября 1977 г.;
окончательный вариант — 20 июня 1978 г.