

3. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М., «Мир», 1971.  
4. Веряскин Ф. Ф., Выдрин Л. В., Давыдов В. Т., Мантуш Т. Н., Нежевенко Е. С., Панков Б. Н., Твердохлеб П. Е. Оптико-электронный процессор для распознавания изображений.—«Автометрия», 1975, № 3, с. 73—77.

Поступила в редакцию 25 июля 1978 г.

УДК 621.372.54

А. Н. УШАКОВ

(Москва)

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ АДАПТИВНЫХ МЕТОДОВ ФИЛЬТРАЦИИ ШУМА НА ИНТЕРФЕРОГРАММАХ

**Введение.** В последнее время интерференция превратилась в мощный инструмент измерения, анализа и контроля различных физических параметров тел (степени деформации, качества обработки поверхности, распределения температуры тела, величины перемещения, скорости и т. д.). Возрастание объема исследований и все повышающиеся требования к точности измерений ставят задачу автоматической обработки интерферограмм. Анализ зарегистрированных интерферограмм показал, что наряду с полезным сигналом на них присутствует шум (в основном аддитивный) [1]. В связи с этим возникает задача оценки полезного сигнала по наблюдаемой интерферограмме. В настоящей статье рассматриваются адаптивные методы оценки полезного сигнала, наблюдаемого на фоне белого шума, для сигналов, близких к одномерным. Приведены результаты выделения линий интерференционных максимумов и минимумов на отфильтрованной интерферограмме и ее восстановления с помощью ЭВМ.

В работе [1] для одномерной фильтрации интерферограмм (обработка ведется по каждой строке анализа) использован эмпирический квазивинеровский фильтр; приведен также результат построения режекторного фильтра, в котором на основе визуального анализа графика квадратного модуля преобразования Фурье (КМПФ) наблюдаемого сигнала строится передаточная функция в виде бинарной маски. В данной же статье проанализированы вопросы двумерной фильтрации (обрабатывается вся интерферограмма); рассмотрен фильтр, строящийся на основе модели энергетического спектра сигнала, с автоматическим определением параметров передаточной функции; для сравнения приведены результаты фильтрации эмпирическим винеровским и квазивинеровским фильтрами.

**Фильтрация сигнала.** Задача построения оптимальной оценки сигнала по заданному критерию зависит от характера априорных сведений о сигнале, шуме и их смеси. Зададим в качестве критерия фильтрации среднеквадратическое отклонение между отфильтрованной и «идеальной» интерферограммой (интерферограммой без шума) и ограничим класс оценок линейными. Тогда для построения оптимальной линейной оценки сигнала, наблюдаемого на фоне аддитивного шума, необходимо и достаточно знать корреляционные функции сигнала и шума или их энергетические спектры [2, 3]. Для сигналов, заданных на бесконечной области, передаточная функция оптимального фильтра имеет вид

$$H(\omega_x, \omega_y) = U(\omega_x, \omega_y) / [U(\omega_x, \omega_y) + N(\omega_x, \omega_y)], \quad (1)$$

где  $U(\omega_x, \omega_y)$  — энергетический спектр сигнала,  $N(\omega_x, \omega_y)$  — энергетический спектр шума.

При построении энергетического спектра сигнала на ЭВМ используется дискретное преобразование Фурье. В этом случае можно показать, что при некоторых дополнительных ограничениях для сигналов, заданных на конечной области наблюдения, передаточная функция оптимального линейного фильтра аналогична (1):

$$H_{l,m} = U_{l,m}/(U_{l,m} + N_{l,m}),$$

где  $U_{l,m}$  — отсчеты энергетического спектра сигнала,  $N_{l,m}$  — отсчеты энергетического спектра шума.

Рассмотрим специфику построения аддитивной оценки полезного сигнала, наблюдаемого на фоне белого шума, для сигналов, близких к одномерным по известной плотности вероятности шума. В отсутствие информации об энергетическом спектре полезного сигнала (такой случай чаще всего встречается на практике) в качестве его оценки используют разность между КМПФ наблюдаемого сигнала  $R_{l,m}$  и энергетическим спектром шума (оценкой энергетического спектра наблюдаемого сигнала служит его КМПФ [1]); тогда

$$H_{l,m} = R_{l,m} - N_0/R_{l,m},$$

где  $N_0$  — спектральная плотность белого шума. Назовем такой фильтр (фильтр 1) эмпирическим квазивинеровским фильтром. В работах [4, 5] предлагается сглаживать КМПФ наблюдаемого сигнала для улучшения оценки его энергетического спектра; тогда в качестве передаточной функции (фильтр 2) можно взять

$$H_{l,m} = V_{l,m} - N_0/V_{l,m},$$

где  $V_{l,m}$  — результат свертки КМПФ наблюдаемого сигнала со сглаживающей функцией (так называемый эмпирический винеровский фильтр)\*.

Рассмотренные выше фильтры строились в отсутствие информации об энергетическом спектре полезного сигнала. На основе предположения близости полезного сигнала к гармоническому выдвинем следующую модель энергетического спектра сигнала: он отличен от нуля на некоторой ограниченной области  $Z$ , а вне ее равен нулю (т. е. на области  $Z$  присутствует сигнал и шум, а на остальной части, которую обозначим через  $Z_1$ , — только шум). Используя эту модель, фильтрацию можно провести следующим образом: 1) на основе некоторого критерия разбить КМПФ наблюдаемого сигнала на две подобласти —  $Z$  и  $Z_1$ ; 2) для области  $Z$  построить передаточную функцию фильтра  $H_{l,m}(Z)$ \*\*\*, в качестве которой можно взять  $H_{l,m}(Z) = R_{l,m} - N_0/R_{l,m}$  или  $H_{l,m}(Z) = V_{l,m} - N_0/V_{l,m}$ . Если при этом область  $Z$  намного меньше  $Z_1$ , можно положить  $H_{l,m}(Z) = 1$  (режекторный фильтр).

Для автоматического разбиения КМПФ наблюдаемого сигнала на подобласти  $Z$  и  $Z_1$  гипотезу о том, принадлежит данная точка к  $Z$  или к  $Z_1$ , будем принимать на основе одного из следующих критериев: идеального наблюдателя, минимального риска или минимаксного критерия. В этом случае для разбиения на подобласти должны быть известны плотность вероятности КМПФ смеси сигнала и шума, плотность вероятности КМПФ шума, априорная вероятность наблюдения шума и зада-

\* Значение спектральной плотности белого шума не изменяется, если использовать нормированную сглаживающую функцию.

\*\* Разбивать на подобласти можно не КМПФ, а любую другую область, связанную с КМПФ взаимно-однозначным преобразованием. Зная это преобразование, всегда можно впоследствии перейти к КМПФ.

\*\*\* Из изложенного выше следует, что вне области  $Z$  передаточная функция равна нулю.

ны потери в связи с пропуском сигнала и ложной тревогой [6]. Из этих величин с точностью до параметров известна плотность вероятности КМПФ шума  $p_{\text{ш}}(S)$ , которую можно рассчитать по плотности вероятности шума в пространственной области. Плотность вероятности КМПФ смеси сигнала и шума необходимо задавать априори. Неизвестные параметры плотности вероятности смеси сигнала и шума, плотности вероятности шума и значение априорной вероятности шума  $P_{\text{ш}}$  будем определять автоматически по наименьшему среднеквадратическому отклонению между экспериментально вычисленной нормированной гистограммой КМПФ наблюдаемого сигнала и теоретической нормированной гистограммой  $h_t(S)$ , под которой в данном случае подразумевается сумма плотности вероятности смеси сигнала и шума, умноженной на априорную вероятность смеси сигнала и шума  $P_{\text{см}}$ , и плотности вероятности шума, умноженной на априорную вероятность наблюдения шума, т. е.

$$h_t(S) = P_{\text{см}} p_{\text{см}}(S) + P_{\text{ш}} p_{\text{ш}}(S),$$

где  $P_{\text{см}} = 1 - P_{\text{ш}}$ .

Таким образом, на основе модели с использованием сведений о законе распределения шума по заданной плотности вероятности смеси сигнала и шума и заданному критерию автоматически определяется порог. КМПФ наблюдаемого сигнала разбивается по порогу на подобласти, и фильтр строится отдельно для каждой из них.

**Эксперименты по фильтрации интерферограмм.** Для оценки эффективности фильтров и алгоритмов выделения линий интерференционных максимумов и минимумов строится модельная интерферограмма: в ЭВМ формируется поверхность второго порядка, по ней строится «идеальная» интерферограмма (рис. 1, б), на «идеальную» интерферограмму нанесен аддитивный белый гауссовый шум [7], некоррелированный с сигналом и составляющий 5% мощности сигнала (рис. 1, а). Графики сечения «идеальной» и зашумленной интерферограмм приведены на рис. 2. Такая зашумленная интерферограмма была взята в качестве наблюдаемого сигнала.

Исходный сигнал задан на конечной области наблюдения, поэтому его спектр пространственных частот является бесконечным. Это приводит к увеличению неустранимой ошибки оптимального линейного фильтра, которая для случая белого шума определяется эффективной площадью энергетического спектра полезного сигнала. Одна из причин бесконечности спектра — разрыв значения сигнала и его производных на границе области определения. Устранение разрывов сигнала позволяет уменьшить эффективную площадь энергетического спектра полезного сигнала, а следовательно, и ошибку фильтрации. Для этой цели можно умножать сигнал на гладкую функцию, плавно спадающую к краям (маскирующую функцию). В данной работе эксперименты проводились как на маскированной, так и на немаскированной интерферограмме. В качестве маскирующей функции для исходного сигнала, заданного на квадратной области  $[-T/2, T/2; -T/2, T/2]$ ; со средним нулевым значением была взята косинусоидальная функция

$$I(x, y) = i(x) i(y) [8],$$

$$\text{где } i(t) = \begin{cases} 0,5 + 0,5 \cos 2\pi \left(3 - 5 \frac{|t|}{T}\right) & \text{при } 0,4T < |t| \leq 0,5T; \\ 1 & \text{при } |t| \leq 0,4T. \end{cases}$$

Эффект маскирования заметен при сравнении рис. 3, а—в, где представлены логарифмы КМПФ полезного сигнала, его перспективная проекция и перспективная проекция логарифма КМПФ маскированного

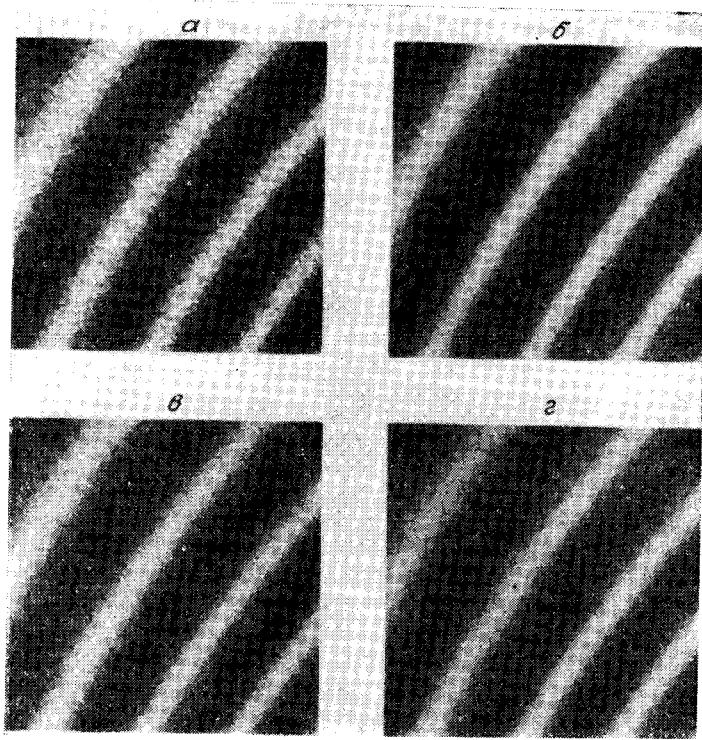


Рис. 1.

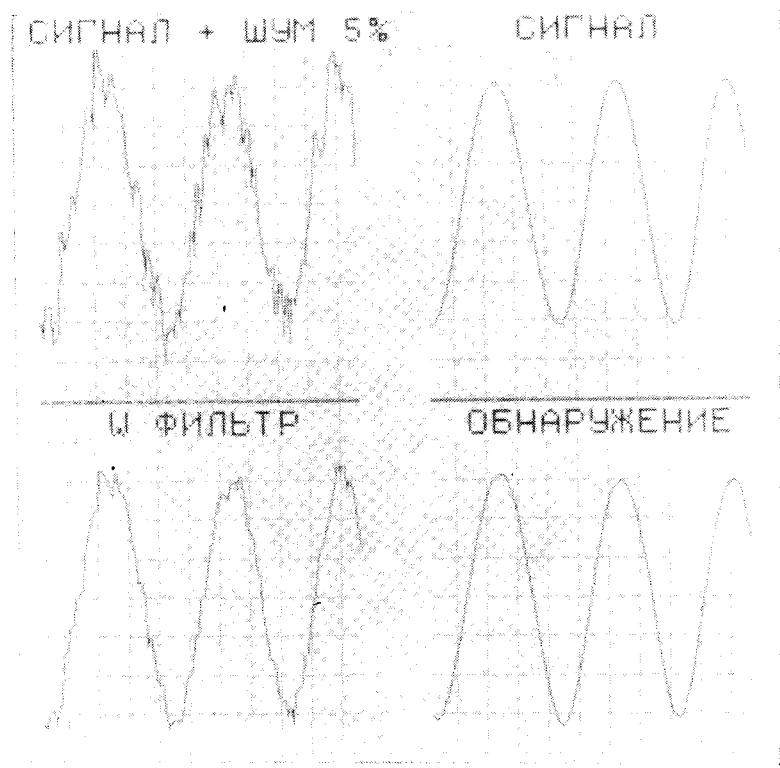


Рис. 2.

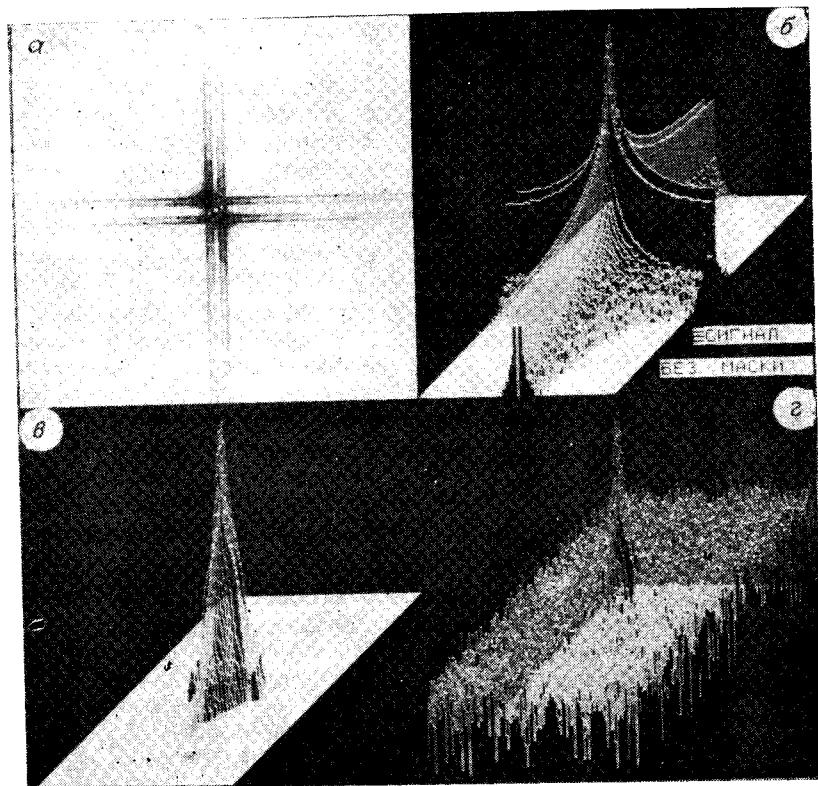


Рис. 3.

полезного сигнала\*. На рис. 3, *г* приведена перспективная проекция логарифма КМПФ маскированного наблюдаемого сигнала. Следует отметить, что маскирование наблюдаемого сигнала уменьшает дисперсию КМПФ шума. Это приводит к уменьшению дисперсии между энергетическим спектром шума и его КМПФ, а следовательно, и к уменьшению ошибки при построении эмпирических фильтров.

При построении фильтров 1 и 2 необходимо измерить спектральную плотность шума. В качестве ее оценки можно использовать среднее значение КМПФ шума \*\*. Для ее измерения в работе [1] предложено выделить области в спектре, где компоненты сигнала намного меньше компонентов шума, и считать оценкой спектральной плотности сигнала среднее значение КМПФ наблюдаемого сигнала в этих областях. При использовании визуальной оценки исходной интерферограммы (см. рис. 1, *в*) в качестве такой области взята периферийная часть спектра, где значения отсчетов частоты по модулю больше  $M/4$ ,  $M$  — число отсчетов спектра \*\*\*. Оценка спектральной плотности шума совпала с точностью до 1,8% с теоретически рассчитанной спектральной плотностью. Нормированная дисперсия ошибки на выходе фильтров приведена в таблице \*\*\*\*. Среднее значение ошибки составляло от 0,2% (фильтр 1)

\* Здесь для визуализации результата значения логарифма от  $-\infty$  до 0 заменились 0.

\*\* Среднее значение КМПФ гауссового белого шума является несмещенной оценкой его спектральной плотности.

\*\*\* Значения отсчетов частоты спектра, построенного с помощью дискретного преобразования Фурье, лежат в пределах от  $-M/2$  до  $(M/2) - 1$ .

\*\*\*\* Для сопоставления результатов фильтрации маскированной и немаскированной интерферограмм ошибка измерялась в области, где маскирование неискажает сигнала.

Фильтр	Отношение дисперсии отфильтрованной и «идеальной» интерферограмм к средней мощности «идеальной» интерферограммы на выходе фильтра	
	Для маскированной интерферограммы	В отсутствие маски
1	$1,11 \cdot 10^{-2}$	$1,89 \cdot 10^{-2}$
2	$4,65 \cdot 10^{-3}$	$9,25 \cdot 10^{-3}$
3	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$6,11 \cdot 10^{-3}$
4	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$7,90 \cdot 10^{-3}$
5	$9,16 \cdot 10^{-4}$	$3,03 \cdot 10^{-3}$

зования Фурье (МПФ) разбивался на подобласти  $Z$  и  $Z_1$ . Плотность вероятности МПФ гауссового шума описывается рэлеевским распределением

$$p_{\text{ш}}(S) = (S/\sigma^2) \exp(-S^2/2\sigma^2), S > 0 [6],$$

где  $\sigma$  — дисперсия шума. Плотность вероятности смеси сигнала и шума была аппроксимирована равномерным распределением на отрезке  $[0, D]$ . Неизвестные параметры  $\sigma$ ,  $D$  и значение априорной вероятности шума определялись автоматически. Порог  $S_{\text{п}}$  вычислялся на основе критерия идеального наблюдателя; его значение определялось из уравнения

$$P_{\text{ш}}(S/\sigma^2) \exp(-S^2/2\sigma^2) = (1 - P_{\text{ш}})(1/D)$$

при  $S_{\text{п}} < S \leq D$ , где  $S_{\text{п}}$  — значение, при котором плотность вероятности шума принимает максимальное значение. В связи с тем, что МПФ есть корень квадратный из КМПФ, границы области  $Z$  для МПФ и КМПФ совпадают. В качестве передаточной функции на области  $Z$  было взято  $H_{l,m}(Z) = R_{l,m} - N_0/R_{l,m}$  (фильтр 3) и  $H_{l,m}(Z) = 1$  (фильтр 4). Спектральная плотность шума  $N_0$  была рассчитана по дисперсии МПФ шума. На рис. 1, г и 2 («обнаружение») приведены интерферограмма на выходе фильтра 3 (маскированная интерферограмма) и график ее сечения. Близкие результаты для фильтров 3 и 4 в случае маскированной интерферограммы связаны с тем, что площадь области  $Z$  оказалась значительно меньше  $Z_1$ .

Для оценки нижнего предела ошибки в классе линейных фильтров нами построен «теоретический» фильтр (фильтр 5). В качестве его передаточной функции взято отношение КМПФ «идеальной» интерферограммы к сумме КМПФ «идеальной» интерферограммы и энергетического спектра шума.

**Восстановление интерферограммы.** На отфильтрованной интерферограмме (см. рис. 1, г) были выделены линии интерференционных максимумов и минимумов (рис. 4, а). Для сравнения на рис. 4, б представлен результат выделения линий в отсутствие фильтрации. Распределение исходного параметра (поверхности) автоматически восстанавливалось по известному направлению градиента, значению поверхности на первой линии и шагу поверхности между линиями [9]. В промежутках между линиями реализована двумерная интерполяция. Восстановление поверхности на областях, где поверхность достигает экстремального значения, проводилось по схеме, изложенной в [9]. На рис. 5, а, б представлены перспективные проекции исходной и восстановленной поверхностей. Средняя ошибка и стандартное отклонение между ними составили  $8,9 \cdot 10^{-3}$  и  $1,45 \cdot 10^{-2}$  на один уровень квантования.

**Заключение.** В статье рассмотрены вопросы фильтрации аддитив-

до 3,7% (фильтр 5) величины стандартного отклонения. При построении эмпирического винеровского фильтра в качестве сглаживающей функции использовалось спектральное окно Ханна (Хеннига) [4]. На рис. 1, в и 2 ( $W$ -фильтр) приведена интерферограмма на выходе фильтра 1 и график ее сечения (маскированная интерферограмма).

При построении фильтра на основе модели энергетического спектра сигнала модуль преобразования

Фурье (МПФ) разбивался на подобласти  $Z$  и  $Z_1$ . Плотность вероятности МПФ гауссового шума описывается рэлеевским распределением

$$p_{\text{ш}}(S) = (S/\sigma^2) \exp(-S^2/2\sigma^2), S > 0 [6],$$

где  $\sigma$  — дисперсия шума. Плотность вероятности смеси сигнала и шума была аппроксимирована равномерным распределением на отрезке  $[0, D]$ . Неизвестные параметры  $\sigma$ ,  $D$  и значение априорной вероятности шума определялись автоматически. Порог  $S_{\text{п}}$  вычислялся на основе критерия идеального наблюдателя; его значение определялось из уравнения

$$P_{\text{ш}}(S/\sigma^2) \exp(-S^2/2\sigma^2) = (1 - P_{\text{ш}})(1/D)$$

при  $S_{\text{п}} < S \leq D$ , где  $S_{\text{п}}$  — значение, при котором плотность вероятности шума принимает максимальное значение. В связи с тем, что МПФ есть корень квадратный из КМПФ, границы области  $Z$  для МПФ и КМПФ совпадают. В качестве передаточной функции на области  $Z$  было взято  $H_{l,m}(Z) = R_{l,m} - N_0/R_{l,m}$  (фильтр 3) и  $H_{l,m}(Z) = 1$  (фильтр 4). Спектральная плотность шума  $N_0$  была рассчитана по дисперсии МПФ шума. На рис. 1, г и 2 («обнаружение») приведены интерферограмма на выходе фильтра 3 (маскированная интерферограмма) и график ее сечения. Близкие результаты для фильтров 3 и 4 в случае маскированной интерферограммы связаны с тем, что площадь области  $Z$  оказалась значительно меньше  $Z_1$ .

Для оценки нижнего предела ошибки в классе линейных фильтров нами построен «теоретический» фильтр (фильтр 5). В качестве его передаточной функции взято отношение КМПФ «идеальной» интерферограммы к сумме КМПФ «идеальной» интерферограммы и энергетического спектра шума.

**Восстановление интерферограммы.** На отфильтрованной интерферограмме (см. рис. 1, г) были выделены линии интерференционных максимумов и минимумов (рис. 4, а). Для сравнения на рис. 4, б представлен результат выделения линий в отсутствие фильтрации. Распределение исходного параметра (поверхности) автоматически восстанавливалось по известному направлению градиента, значению поверхности на первой линии и шагу поверхности между линиями [9]. В промежутках между линиями реализована двумерная интерполяция. Восстановление поверхности на областях, где поверхность достигает экстремального значения, проводилось по схеме, изложенной в [9]. На рис. 5, а, б представлены перспективные проекции исходной и восстановленной поверхностей. Средняя ошибка и стандартное отклонение между ними составили  $8,9 \cdot 10^{-3}$  и  $1,45 \cdot 10^{-2}$  на один уровень квантования.

**Заключение.** В статье рассмотрены вопросы фильтрации аддитив-

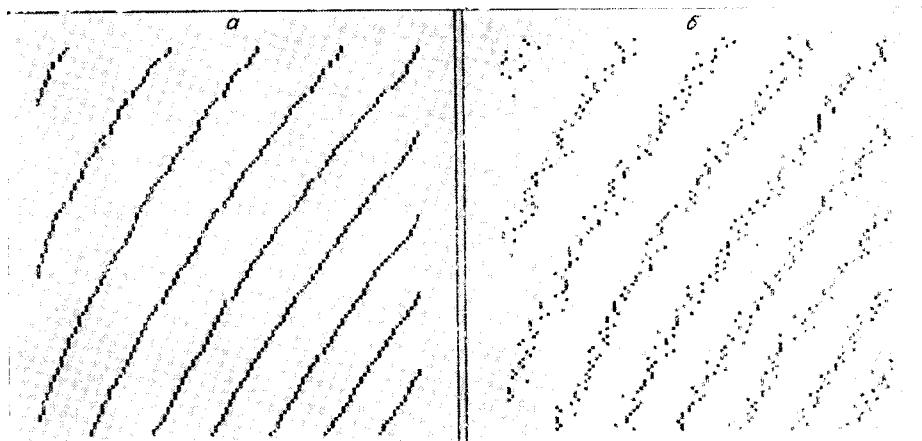


Рис. 4.

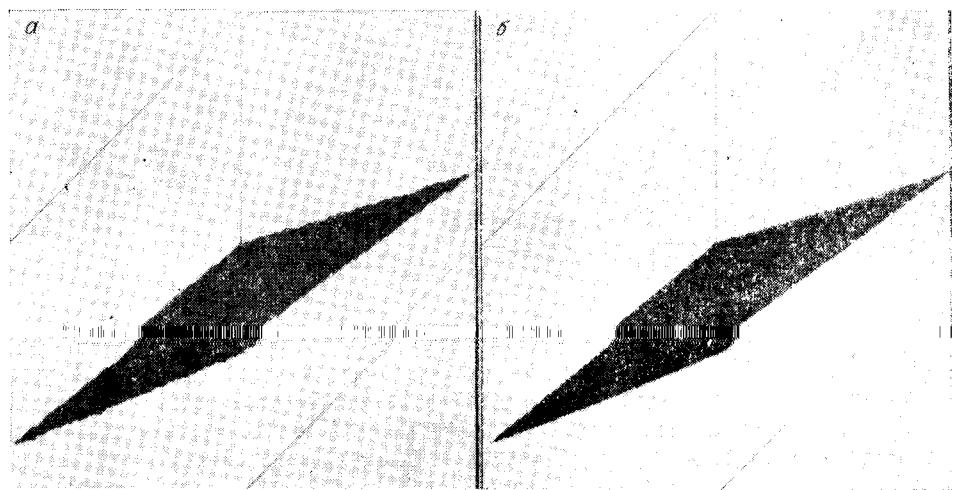


Рис. 5.

ного белого шума на интерферограммах, близких к одномерным. Фильтрация проводилась на модельной зашумленной интерферограмме. Мощность шума составляла 5% от средней мощности сигнала. Фильтрация интерферограммы на основе модели энергетического спектра сигнала с автоматическим определением параметров передаточной функции позволила увеличить отношение сигнал/шум на выходе фильтра в 38 раз по мощности. Для сравнения построены «эмпирический» виннеровский и квазивиннеровский фильтры. Для оценки нижней границы ошибки в классе линейных фильтров построен «теоретический» фильтр. Изучалось влияние маскирования интерферограммы на фильтрацию. Анализ результатов показал, что фильтрация на основе модели позволяет улучшить оценку сигнала по сравнению с другими фильтрами. На отфильтрованной интерферограмме выделены линии интерференционных максимумов; проведено восстановление интерферограммы.

Автор выражает глубокую признательность Л. П. Ярославскому за помощь в работе.

- последовательностей.— «Изв. АН СССР, сер. мат.», 1941, № 5.
3. Wiener N. Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series. N. Y., "John Wiley", 1949.
  4. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М., «Мир», 1974.
  5. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Т. I. М., «Мир», 1971.
  6. Харкевич А. А. Борьба с помехами. М., Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963.
  7. Миркин Л. И., Рабинович М. А., Ярославский Л. П. Метод генерирования гауссовых псевдослучайных чисел на ЭВМ.— «Журн. вычисл. мат. и мат. физ.», 1972, т. 12, № 5.
  8. Bingham C., Godfrey M. D., Tukey J. W. Modern techniques of power spectrum estimation.— "TRANS. IEEE Audio and Electroacoustics", 1967, vol. AU-15, N 2.
  9. Ушаков А. Н. Алгоритм восстановления поверхности на ЦВМ по линиям равных значений.— В кн.: Вопросы кибернетики, № 38. М., 1978.

Поступила в редакцию 3 апреля 1978 г.

---

УДК 533.6.08 : 621.375.826

**В. П. КУЛЕШ**

(Москва)

## ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ОБЪЕМА ЛДИС

Основная задача исследования структуры измерительного объема состоит в выявлении источников погрешности измерения скорости течения газа или жидкости, прямо или косвенно связанных с параметрами дифференциальной оптической системы (ДОС) и с особенностями формирования измерительного объема. К числу важнейших источников погрешности, характерных непосредственно для ДОС, относятся:

нормальная регулярность интерференционного поля в измерительном объеме ЛДИС, т. е. нерегулярность, связанная с дифракционной неопределенностью направления волнового вектора в области фокусировки ограниченного по сечению пучка лазерного света [1, 2];

нерегулярность интерференционного поля, определяемая отклонениями направления волнового вектора в результате оптической несимметрии геометрии дифференциального осветителя ЛДИС и влияния некачественных оптических элементов на волновые фронты лазерных пучков;

погрешность установки и нестабильность угла между зондирующими лазерными пучками. Эта погрешность определяется преимущественно средствами измерения и контроля величины угла и структуры интерференционного поля.

1. **Нормальная нерегулярность интерференционного поля.** Систематизируем в этой части статьи известные результаты, относящиеся к анализу нормальной нерегулярности интерференционного поля в измерительном объеме как источника погрешности измерений. Анализ и обсуждения проведем для совершенной дифференциальной оптической схемы ЛДИС, содержащей идеальные оптические элементы и монохроматический источник с гауссовым распределением интенсивности в сечении светового пучка.

На рис. I изображена дифференциальная схема ЛДИС, в которой для удобства анализа лазер  $L$ , объективы  $O_1, O_2$  и расщепитель заменены