УДК 681.3 : 535.317

М. А. ГОЛУБ, В. А. СОЙФЕР

(Куйбышев)

ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ ПОДХОД К МАШИННОМУ СИНТЕЗУ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИЛЬТРОВ

Введение и постановка задачи. Важнейшими элементами оптических процессоров являются пространственные фильтры, представляющие собой транспаранты с пространственно-модулированным коэффициентом пропускания. Наиболее общие методы получения таких транспарантов дает цифровая голография. Машинные голограммы, предназначенные для оптических процессоров, назовем голографическими пространственными фильтрами, а процесс их получения — машинным синтезом.

Машинный синтез голографических пространственных фильтров должен осуществляться по критерию точности, определяемому задачей пространственной фильтрации и структурой оптического процессора, с учетом системы ограничений, т. е. класса реализуемых функций V, обусловленного техническими характеристиками устройств регистрации машинных голограмм. Задача машинного синтеза состоит в выборе функции $\Gamma \in V$, обеспечивающей требуемое значение критерия точности. Известно большое число эмпирических методов машинного синтеза голограмм [1]. Наиболее перспективен оптимизационный подход [2, 3]. В данной работе строятся алгоритмы машинного синтеза широкого класса голограмм по взвешенному среднеквадратическому критерию и проводится анализ эффективности алгоритмов.

Формулировка критерия синтеза. Введем следующую терминологию. Непрерывное волновое поле, определяющее характеристики пространственного фильтра, назовем эталонным образом. Класс эталонных образов обозначим через C. Процесс работы машинной голограммы в оптическом процессоре с точки зрения преобразования сигналов назовем пространственной фильтрацией, а с точки зрения математического описания — восстановлением образа с машинной голограммы.

Эталонный образ описывается функцией $w(x, y)$, определенной на плоскости (x, y) и финитной в области G, голограмма — функцией $\Gamma(u, v)$, заданной на плоскости (u, v) и финитной в области D, а структура оптического процессора — оператором K_0. Например, для голограмм Фурье K_0 есть преобразование Фурье F, для голограмм сфокусированных изображений K_0 — тождественный оператор E. Восстановление образа с машинной голограммы производится путем освещения голограммы волновым фронтом

$$E(u, v) = ee_0(u, v),$$

где e — масштабный множитель.

Наиболее часто освещающий волновой фронт плоский, т. е.

$$e_0(u, v) = \exp[i(k_1u + k_2v)] \tag{1}$$

(k_1, k_2 — параметры наклона плоской волны к плоскости голограммы). Образ, восстановленный с голограммы, описывается уравнением

$$\gamma = K[\Gamma], \tag{2}$$

где оператор K определяется равенством

$$K[\Gamma]=eK_0[e_0\Gamma]. \tag{3}$$

При этом функция

$$W=K_0^{-1}[w] \tag{4}$$

называется математической голограммой.

Вследствие отличия машинной голограммы Γ от математической W образ γ, восстановленный с голограммы, отличен от эталонного образа ω на величину ошибки

$$h(x,\ y)=\gamma(x,\ y)-w(x,\ y). \tag{5}$$

Для задач пространственной фильтрации имеет место взвешенный среднеквадратический критерий точности (B — норма)

$$\rho(w,\ \gamma)=\|w-\gamma\|_B, \tag{6}$$

где

$$\|h\|_B=\{(h,\ h)_B\}^{1/2}; \tag{7}$$

$$(h_1,\ h_2)_B=(B[h_1],\ h_2); \tag{8}$$

$$(g_1, g_2)=\int\limits_G g_1(x, y)\, g_2^*(x, y)\, dxdy.$$

Весовой оператор B является самосопряженным, положительно определенным. Например, в задаче обобщенного спектрального анализа двумерных случайных полей с корреляционной функцией $B(x,\ y;\ x',\ y')$ весовой оператор определяется равенством

$$B[\Psi](x, y)=\int\limits_G B(x, y;\ x',\ y')\,\Psi(x',\ y')\, dx'dy'. \tag{9}$$

В случае же винеровской фильтрации двумерного случайного поля с энергетическим спектром $G_\xi(\omega_x,\ \omega_y)$, трансформированного искажающей линейной системой с передаточной функцией $S(\omega_x,\ \omega_y)$ и зашумленного аддитивным некоррелированным шумом с энергетическим спектром $G_n(\omega_x, \omega_y)$, B есть оператор умножения на весовую функцию

$$\beta(\omega_x,\ \omega_y)=|S(\omega_x,\ \omega_y)|^2 G_\xi(\omega_x,\ \omega_y)+G_n(\omega_x,\ \omega_y). \tag{10}$$

Наконец, в задаче синтеза эталонных волновых фронтов естественно ввести критерий точности (6)—(8) с равномерным весом (т. е. B — тождественный оператор).

Критерий синтеза голографических пространственных фильтров определяется критерием точности и структурой оптического процессора по формуле

$$\varepsilon_B^2(\Gamma)=\|w-K[\Gamma]\|_B. \tag{11}$$

Ограничения при машинном синтезе голограмм. Машинный синтез голограмм производится на ЭВМ, сопряженной с устройством регистрации голограмм. Тип устройства регистрации определяет класс V функций, описывающих машинные голограммы (класс реализуемых функций). Характерная черта таких устройств — дискретизация с конечным числом обобщенных отсчетов $N_\text{г}$ и квантование каждого обобщенного отсчета по m двоичным разрядам, т. е. по $M=2^m$ уровням.

Обозначим через d_{kj} булеву переменную, равную значению j-го двоичного разряда k-го обобщенного отсчета, а через $d=\{d_{kj}|k=1, \ldots, N_Г; j=1, \ldots, m\}$ массив данных в памяти ЭВМ, соответствующих машинной голограмме. Функция устройства регистрации состоит в преобразовании (интерполяции) массива двоичных разрядов d в непрерывную функцию пропускания машинной голограммы. Для широкого класса устройств регистрации справедлива модель интерполяции, описываемая формулами

$$\Gamma(u, v) = \sum_{k=1}^{N_Г} \Gamma_k g_k(u, v); \tag{12}$$

$$\Gamma_k = d_Г(d_{k1}, d_{k2}, \ldots, d_{km}), \tag{13}$$

в которых $d_Г(t_1, \ldots, t_m)$ — вообще говоря, нелинейная комплекснозначная функция m булевых переменных, определяющая метод кодирования машинной голограммы; $\{g_k(u, v)\}$ — система базисных функций, называемых функциями рассеивания устройства регистрации. Величина Γ_k, очевидно, представляет обобщенный отсчет, имеющий смысл коэффициента разложения в ряд по базису $\{g_k(u, v)\}_1^{N_Г}$.

Отметим, что $d_Г$ — булева функция для бинарных голограмм; вещественнозначная функция, принимающая конечное число значений, для многоградационных голограмм; чисто фазовая функция для фазовых голограмм и киноформа и, наконец, существенно комплекснозначная функция для «сэндвич-голограмм». Нелинейность функции $d_Г$ отражает нелинейное предыскажение, имеющее место в устройствах регистрации машинных голограмм.

Базис $\{g_k(u, v)\}_1^{N_Г}$ представляет обычно пространственно-инвариантный базис вида

$$g_{kp}(u, v) = g((u-\alpha_k)/\delta u, (v-\beta_p)/\delta v), \tag{14}$$

$$k=1, \ldots, N_x;\ p=1, \ldots, N_y;\ N_x N_y = N_Г$$

(упорядоченный сначала по второму, а затем по первому индексу). Здесь $g(u, v)$ — функция, описывающая форму растра устройства регистрации; δu, δv — пространственное разрешение устройства по осям u и v; (α_k, β_p) — точки в области определения голограммы D, причем последовательности чисел $\{\alpha_k\}_1^{N_x}$ и $\{\beta_p\}_1^{N_y}$ являются арифметическими прогрессиями.

В известных устройствах растр является прямоугольным, т. е.

$$g(u, v) = \mathrm{rect}(u)\,\mathrm{rect}(v),$$

$$\mathrm{rect}(u) = \begin{cases} 1, & |u| \leqslant \frac{1}{2}; \\ 0, & |u| > \frac{1}{2}, \end{cases} \tag{15}$$

или имеет гауссовскую форму

$$g(u, v) = \exp\left[-(u^2+v^2)/2\sigma^2\right].$$

Алгоритмы оптимизации машинных голограмм. Наличие критер[illegible] и системы ограничений позволяет интерпретировать машинный син[illegible] как задачу оптимизации

$$\varepsilon_B(\Gamma_0) = \inf_{\Gamma \in V} \varepsilon_B(\Gamma)$$

или как задачу поиска наилучшей аппроксимации эталонного [illegible]за $w \in C$ функциями $\gamma \in Y = K(V)$ вида

$$\gamma(x, y) = e \sum_{k=1}^{N_Г} \Gamma_k \varphi_k(x, y), \tag{17}$$

где

$$\varphi_k(x, y) = K_0[e_0(u, v) g_k(u, v)]. \quad (18)$$

Преобразуем критерий синтеза в форму, удобную для проведения оптимизации. Введем параметры

$$w_k = (w, \varphi_k), \quad (19)$$

$$B_{ki} = (B[\varphi_i], \varphi_k) \quad (20)$$

и линейное преобразование

$$Z_k = \sum_{k=1}^{N_\Gamma} B_{ki} w_i. \quad (21)$$

Тогда критерий (11) перепишется таким образом:

$$\varepsilon_B^2(d) = b_0 - 2e \operatorname{Re} b_1(d) + e^2 b_2(d), \quad (22)$$

где

$$b_0 = (B[w], w); \quad (23)$$

$$b_1(d) = \sum_{k=1}^{N_\Gamma} Z_k \Gamma_k; \quad (24)$$

$$b_2(d) = \sum_{k=1}^{N_\Gamma} \sum_{i=1}^{N_\Gamma} B_{ki} \Gamma_k \Gamma_i \quad (25)$$

(Re — символ вещественной части комплексного числа).

Масштабный множитель e может быть определен, например, из условия минимизации по параметру e критерия (22):

$$e = (\operatorname{Re} b_1(d)) / b_2(d). \quad (26)$$

Критерий ε_B^2 является вещественнозначной функцией $N_\Gamma m = N_d$ булевых переменных (т. е. псевдобулевой функцией [4]). Задача минимизации (16) сводится к задаче бивалентного математического программирования без ограничений [5]:

$$\varepsilon_B(d') = \min_d \varepsilon(d). \quad (27)$$

Ряд алгоритмов минимизации псевдобулевых функций построен в работах [4, 5]. Однако размерности решаемых задач бивалентного программирования не превышают 100÷300 даже для простых критериев. В задачах синтеза голограмм типичные значения $N_\Gamma \sim 10^3 \div 10^6$, $m \sim \sim 1 \div 16$ и, следовательно, размерность задачи бивалентного программирования имеет порядок $N_d \sim 10^3$—10^7. Массивы таких размеров хранятся на внешних запоминающих устройствах ЭВМ, что повышает время выборки, затрудняет работу с массивом в целом и делает наиболее доступными сканирование цифрового массива и работу с отдельными его элементами. Кроме большой размерности задачи (27), следует отметить также агрегатирование переменных d_{kj} по формулам (13).

Построен итерационный алгоритм бивалентного программирования для решения задач машинного синтеза голограмм. Входными данными для алгоритма является массив обобщенных отсчетов (19) эталонного образа. Задается начальное приближение

$$d^{(0)} = \{d_{kj}^{(0)};\ k = 1, \ldots, N_\Gamma,\ j = 1, \ldots, m\}.$$

На r-й итерации по массиву $d^{(r-1)}=\{d_{kj}^{(r-1)}\}$ строится массив $a^{(r)}=\{a_{kj}^{(r)}\}$. Для этого массив $\{d_{kj}^{(r)}\}$ сканируется по индексу $k=1, \ldots, N_\Gamma$.

При каждом значении k проверяется некоторое условие A относительно значений переменных $d_{k1}^{(r-1)}, \ldots, d_{km}^{(r-1)}$. Например, можно выбрать A в виде

$$A=\left\{e^2 \sum_{i=1}^{N_\Gamma} B_{ki}\Gamma_i - 2e\,\mathrm{Re}\,Z_k > P\right\}, \tag{28}$$

где P — некоторое пороговое значение. Если условие A выполнено, то значения булевых переменных должны быть изменены. Последнее осуществляется путем применения алгоритма псевдобулевой оптимизации [5] к псевдобулевой функции $f_k^{(r)}(t_1, \ldots, t_m)$, порождаемой критерием $\varepsilon_B^2(d)$, в котором переменные d_{ij} с $i \neq k$ зафиксированы и принимают значения

$$d_{ij}=\begin{cases} d_{ij}^{(r)}, & i<k,\ j=1, \ldots, m; \\ d_{ij}^{(r-1)}, & i>k,\ j=1, \ldots, m, \end{cases} \tag{29}$$

а переменные $d_{k1}=t_1$, $d_{k2}=t_2$, $\ldots$, $d_{km}=t_m$ варьируются. Блок-схема алгоритма минимизации функции $f_k^{(r)}(t_1, \ldots, t_m)$ приведена на рис. 1. Через $f_j (j=1, \ldots, m)$ обозначена промежуточная псевдобулева функция $m-j+1$ переменных.

После проведения полного цикла сканирования по индексу $k=1, \ldots, N_\Gamma$ r-я итерация заканчивается. Итерирование происходит до тех пор, пока не достигнута заданная точность или не исчерпывается

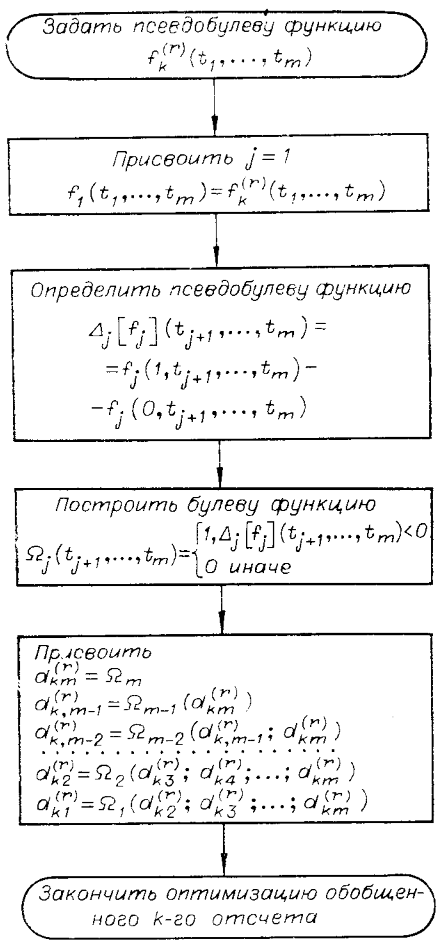

Рис. 1. Блок-схема алгоритма оптимизации одного обобщенного k-го отсчета машинной голограммы.

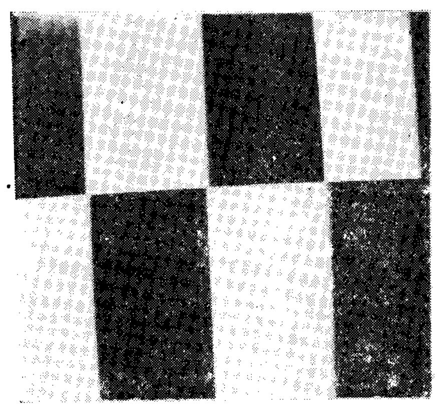

Рис. 2. Начальное приближение для бинарного пространственного фильтра, реализующего базисную функцию (2, 4) разложения Карунена — Лоэва.

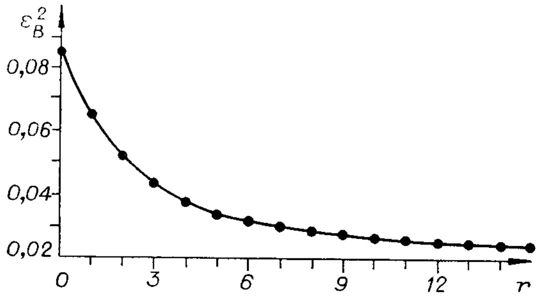

Рис. 3. График зависимости критерия ε_B^2 от номера итерации.

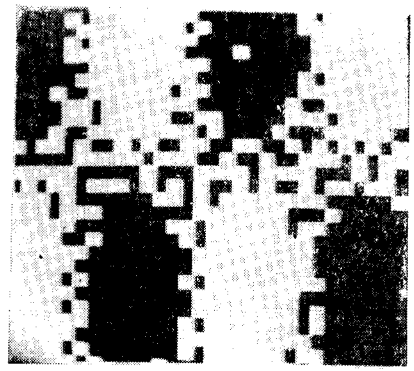

Рис. 4. Квазиоптимальный бинарный пространственный фильтр, реализующий базисную функцию (2, 4) разложения Карунена — Лоэва.

машинное время, отведенное для работы алгоритма. Значения двоичных разрядов $d^{(r)}$ на последней итерации определяют квазиоптимальный алгоритм работы устройства регистрации машинных голограмм по формулам (12), (13). Устройство регистрации реализует квазиоптимальную машинную голограмму в виде транспаранта.

Описанный алгоритм реализован в виде процедуры, написанной на языке PL/1. В качестве теста проведена оптимизация бинарного ($m = 1$) пространственного фильтра, содержащего $N_{\Gamma} = 32 \times 32 = 1024$ отсчетов, реализующего в пространственной области (K_0— тождественный оператор) базисную функцию (2, 4) разложения Карунена — Лоэва двумерного случайного поля биэкспоненциальной корреляционной функцией [6].

Использовалась ЭВМ М4030. Регистрация голограммы проводилась сопряженным с ЭВМ устройством микрофильмирования, выполненным на базе стандартной электронно-лучевой трубки и малоформатного фотоаппарата. Параметры корреляционной функции выбраны так, что на размере области определения поля укладывается 8 интервалов корреляции. В качестве начального приближения использован пространственный фильтр, изображенный на рис. 2. Оптимизация проводилась за 15 итераций; время проведения одной итерации — около 5 мин.

График зависимости критерия от номера итерации приведен на рис. 3. (За единицу взято наибольшее собственное число разложения Карунена — Лоэва.) Квазиоптимальный бинарный пространственный фильтр, являющийся результатом выполнения процедуры оптимизации, изображен на рис. 4. Видно, что алгоритм оптимизации обеспечивает монотонную сходимость и позволяет повысить точность машинного синтеза в 3, 3 раза.

Заключение. Оптимизационный подход к машинному синтезу голограмм позволяет строить алгоритмы, обеспечивающие высокую точность синтеза голограмм. Алгоритмы оптимизации машинных голограмм эффективно реализуются на универсальной ЭВМ, сопряженной с устройством регистрации изображений, и позволяют улучшить характеристики машинных голограмм по сравнению с классическими методами синтеза, принятыми в цифровой голографии.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Хуанг Т.** Цифровая голография.— В кн.: Применения голографии. М., «Мир», 1973, с. 65—78.
2. **Ефимов В. М., Лившиц З. А., Нестеров А. А., Орлов А. П., Плясов В. М., Резник А. Л.** Об одном подходе к задаче машинного синтеза голограмм.— В кн.: Вопросы построе-

ния систем сбора и обработки данных. Новосибирск, изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1973, с. 64—69.
3. **Gallagher N. C., Liu B.** Method for computing kinoform that reduces image reconstruction errors.— "Appl. Opt.", 1973, vol. 12, N 10, p. 2328—2335.
4. **Hammer P. L.** Boolean procedures for bivalent programming.— In: Mathematical Programming in Theory and Practice. Ed. by P. L. Hammer and G. Zoutendijk. North-Holland Publishing Company, 1974, p. 311—363.
5. **Саати Т.** Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы. М., «Мир», 1973.
6. **Сойфер В. А.** Цифровые голографические фильтры для систем автоматизации научных исследований.— В кн.: Структура, технические средства и организация систем автоматизации научных исследований. Л., изд. ЛИЯФ, 1977, с. 350—353.

Поступила в редакцию 1 июня 1978 г.

УДК 62.50 : 621.391.156

В. Т. ДАВЫДОВ, О. И. ПОТАТУРКИН

(Новосибирск)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Проблема распознавания изображений содержит два основных аспекта: выбор системы признаков, обеспечивающий существенное сжатие информации без значительной потери ее информативности, и выбор оптимального алгоритма (критерия) распознавания. Предложенная в работах [1, 2] модель распознаваемого изображения (РИ) с выбором на ее основе системы признаков (стилизованные контурные эталоны) дала возможность повысить качество распознавания и сделать такой процесс инвариантным к изменению разрешения и контраста фотоснимка, к искажению формы РИ, а также к некоторому изменению его масштаба и ориентации. Что касается алгоритма распознавания, то его следует выбирать, исходя из статистических свойств шума. Однако в реальной ситуации такая статистика, как правило, неизвестна. Поэтому необходимо провести сравнительный анализ алгоритмов распознавания, полученных на основе различных предположений о статистических свойствах шума.

В работе [2] показано, что, если закон распределения шума, накладываемого на амплитудное пропускание на контурах, близок к нормальному и не меняется при переходе от участка к участку, решающее правило имеет вид:

$$\begin{aligned} &|\overline{m}^{(1)} - \overline{m}^{(2)}| \leqslant z_{\alpha/2}\sqrt{\overline{D}^{(1)} + \overline{D}^{(2)}} \quad \text{(РИ отсутствует);} \\ &|\overline{m}^{(1)} - \overline{m}^{(2)}| > z_{\alpha/2}\sqrt{\overline{D}^{(1)} + \overline{D}^{(2)}} \quad \text{(РИ присутствует),} \end{aligned} \tag{1}$$

т. е. средний контраст по контуру сравнивается с величиной суммарной тангенциальной (по отношению к контурам) дисперсии. (Здесь и далее применяются обозначения, принятые в [2].)

Если характеристика случайных процессов меняется при переходе от участка к участку, то возможно перекрытие функций распределения. В этом случае необходимо переходить к многомерному статистическому анализу, где в качестве координатных осей принимаются координаты S_i (i меняется от 1 до N). Координаты выбираются так, чтобы законы распределения на каждом i-м участке были одномодальными