

а в оконтуренном изображении края

$$I_2 \sim 0,74(\gamma\beta)^2\omega_0^4. \quad (9')$$

При этом координаты этих максимумов $x_1 = \pm\epsilon$, $x_2 \approx \pm 2,07/\omega_0$ соответственно.

Воспользовавшись (8'), (9'), получим, что

$$\frac{I_2}{I_1} = 0,74\gamma^2\omega_0^2 = 2,06 \left(\frac{\epsilon}{x_2} \right)^2 = 2,06N^2,$$

где параметр N определяется отношением размера допуска 2ϵ к расстоянию между главными максимумами в оконтуренном изображении. Например, при $\epsilon=50$ мкм, $x_2=5$ мкм интенсивность центрального контура в 200 раз превышает интенсивность в контурах поля допусков. Это следует учитывать при выборе параметров фильтра, синтезируемого по амплитудной методике.

Авторы выражают благодарность М. А. Гофману за помощь в проведении экспериментов, Р. М. Бычкову, Б. Е. Кривенкову и Б. Н. Чуличкину за полезные замечания и интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов А. Г. Измерительные приборы в машиностроении. М., «Машиностроение», 1964.
2. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. М., «Мир», 1970.
3. Папуис А. Теория систем и преобразований в оптике. М., «Мир», 1971.
4. Чугуй Ю. В. Методика получения оптических фильтров пространственных частот.— В кн.: Оптические устройства для хранения и обработки информации. Под. ред. чл.-кор. АН СССР Нестерихина Ю. Е. Новосибирск, изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1975.

Поступила в редакцию 17 июня 1978 г.

УДК 535.317.2 : 531.715.2

Б. Е. КРИВЕНКОВ, Ю. В. ЧУГУЙ

(Новосибирск)

КАЧЕСТВЕННОЕ ОКОНТУРИВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ ТЕНЕВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Введение. Как известно, визуальный контроль формы и размеров изделий проекторами и микроскопами сводится либо к сравнению увеличенного во много крат теневого изображения контролируемого изделия с эталонным изображением (например, в виде поля допусков), либо к непосредственному измерению требуемых размеров. Последнее достигается путем совмещения края (границы) объекта с меткой и последующего прецизионного перемещения объекта до совпадения метки с противоположным краем [1]. Использование для целей контроля (особенно прецизионного) теневой проекции связано с определенными недостатками. Один из них обусловлен сложностью профиля изображения края, приводящего вследствие дифракционного размытия к ошибкам визирования на него метки прибора. Кроме того, наличие больших по площади освещенных и темных участков в таком изображении приводит к быстрой утомляемости оператора.

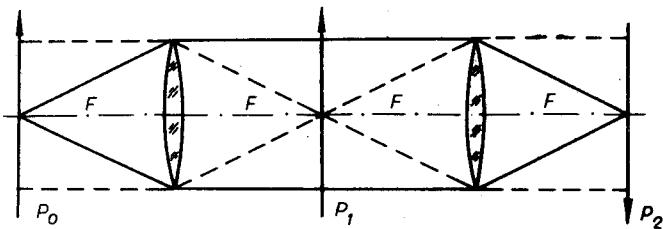


Рис. 1. Когерентно-оптическая система фильтрации:
P₀ — входная, P₁ — частотная и P₂ — выходная плоскости.

Указанных трудностей можно избежать, если теневое изображение изделия с помощью когерентно-оптической системы фильтрации предварительно преобразовать в контурное. Как показано в работах [2, 3], при фильтрации одномерного объекта (типа полуплоскость) бинарным фильтром распределение интенсивности света в контуре (его сечении) имеет симметричный вид и состоит из разделенных центральным минимумом двух основных и многочисленных боковых лепестков. При этом геометрические искажения контура отсутствуют, т. е. положение центра указанного минимума совпадает с геометрическим положением края объекта. Отметим, что наличие боковых лепестков вследствие логарифмического восприятия интенсивности света глазом приводит к увеличению эффективной ширины контура, что несколько затрудняет визуальное сравнение изображений и визирование метки на край. Аналогичные трудности имеют место при попытке автоматизации этих процедур.

В настоящей работе аналитически исследуются зависимости основных параметров контура двумерных объектов от параметров различных оконтуривающих фильтров (бинарного, квадратичного, квадратичного аподизированного). Рассмотрены пути получения контурных изображений с минимальной эффективной шириной. Оцениваются геометрические искажения контуров двумерных объектов. Приводятся результаты экспериментов по оконтуриванию одномерного края различными фильтрами.

Исходные расчетные соотношения. Рассмотрим математическую сторону оконтуривания, реализуемого в типичной когерентно-оптической системе фильтрации (рис. 1). Пусть рабочие поля системы во входной и частотной плоскостях P₀ и P₁ ограничены круглыми апертурами радиуса R₁. Поместим далее в плоскость P₀ изделие, теневое изображение которого описывается амплитудной функцией пропускания f(x, y), а в плоскость P₁ — фильтр с осесимметричной передаточной функцией H(ω), где $\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$. Будем считать, что теневое изображение с хорошей степенью точности описывает исходный объект и, следовательно, объемными эффектами можно пренебречь. Тогда, как известно, амплитудное распределение света, формируемое на выходе такой системы,

$$g(\xi, \eta) = \iint_{(P_1)} F(\omega_x, \omega_y) H\left(\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}\right) e^{j(\omega_x \xi + \omega_y \eta)} d\omega_x d\omega_y,$$

где

$$F(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F}\{f(x, y)\} = \iint_{(P_0)} f(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy$$

— двумерный спектр объекта f(x, y). Амплитуда падающего пучка света полагается равной 1. Если теперь в плоскостях P₀, P₁ и P₂ ввести полярные координаты по формулам: x = r cos φ, y = r sin φ; ω_x = ω cos θ,

$\omega_y = \omega \sin \theta$; $\xi = \rho \cos \gamma$, $\eta = \rho \sin \gamma$, то, как нетрудно показать, выходное распределение $g(\xi, \eta)$ можно представить в виде

$$g(\rho, \gamma) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_1} \int_0^{\alpha R_1} f(r, \varphi) H(\omega) \exp \{-j\omega [r \cos(\varphi - \theta) - \rho \cos(\theta - \gamma)]\} r \omega d\theta d\varphi dr d\omega, \quad (1a)$$

где $\alpha = 2\pi/\lambda F$, λ — длина волны света, F — фокусное расстояние фурье-объективов.

Частотное описание процесса фильтрации не является единственно возможным. В некоторых случаях выходное распределение $g(\rho, \gamma)$ удобнее представлять как свертку входного изображения $f(r, \varphi)$ с импульсным откликом оптической системы $h(x, y) = \mathcal{F}\{H(\omega_x, \omega_y)\}$. В случае осесимметричного фильтра $H(\omega)$ этот отклик также является осесимметричным, т. е. $h(x, y) \equiv h(r)$, и тогда выражение (1a) можно записать следующим образом [4]:

$$g(\rho, \gamma) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} f(r, \varphi) h[\sqrt{r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos(\varphi - \gamma)}] r dr d\varphi. \quad (1b)$$

Согласно (1b), выходное распределение может быть представлено как результат суперпозиции импульсных откликов $h(r)$, сдвинутых относительно друг друга и взвешенных в соответствии с функцией $f(r, \varphi)$. Отсюда следует, что если характерный размер импульсного отклика δ_h намного меньше минимального радиуса кривизны границы объекта R_{min} ($\delta_h \ll R_{min}$), то значение $g(\rho, \gamma)$ при $\rho = \rho_0$, $\gamma = \gamma_0$ определяется лишь точками изображения, лежащими в круге радиуса $\delta_h/2$.

Изложенное выше позволяет при исследовании оконтуривания произвольного теневого изображения $f(r, \varphi)$ ограничиться рассмотрением частного случая объекта в виде «прозрачного» круга заданного радиуса R , т. е.

$$f(r, \varphi) = P_R(r), \quad (2)$$

где

$$P_\varepsilon(z) = \begin{cases} 1 & \text{для } |z| \leq \varepsilon; \\ 0 & \text{для } |z| > \varepsilon. \end{cases}$$

При этом все выводы, полученные для объекта (2), можно распространить на плоские объекты произвольной конфигурации. Для этого необходимо границу вблизи рассматриваемой точки заменить частью окружности, радиус которой равен радиусу кривизны R границы в этой точке. Разумеется, такая замена правомерна при $R \gg \delta_h$.

Если объект задан распределением (2), то, как известно [4], его спектр

$$F(\omega) = \int_0^R J_0(\omega r) r dr = R \frac{J_1(\omega R)}{\omega},$$

где $J_0(x)$ и $J_1(x)$ — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков [5]. Соответственно выходное амплитудное распределение $g(\rho)$ и наблюдаемое визуально распределение интенсивности $I(\rho)$ могут быть записаны в следующем виде:

$$g(\rho) = \int_0^c H(x/R) J_0(\rho x/R) J_1(x) dx; \quad (3a)$$

$$I(\rho) = |g(\rho)|^2, \quad (3b)$$

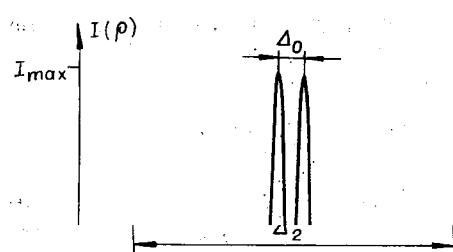


Рис. 2. Основные параметры контура:
 Δ_0 — ширина центрального провала, Δ_1 — характерная ширина, Δ_2 — эффективная ширина контура (промежуток ρ , в котором интенсивность лепестков превышает заданный порог I_{\min}).

Оконтуривание бинарным фильтром. Широкое применение этого фильтра обусловлено простотой его реализации, которая сводится к помещению в центр частотной плоскости непрозрачного экрана радиусом R_0 и ограничивающей апертурной диафрагмы радиусом R_1 . Таким образом, передаточная функция бинарного фильтра

$$H(\omega) = P_{\omega_{\max}}(\omega) - P_{\omega_{\min}}(\omega), \quad (4)$$

где $\omega_{\max} = \alpha R_1$, $\omega_{\min} = \alpha R_0$. С учетом (4) распределение (3) примет следующий вид:

$$g(\rho) = \int_b^c J_0(\rho x/R) J_1(x) dx. \quad (5)$$

Здесь $b = \omega_{\min} R$, $c = \omega_{\max} R$.

Изучим более детально характер выходного распределения (5). При этом в качестве обобщенного параметра фильтра выберем величину $N = R_1/R_0 = \omega_{\max}/\omega_{\min}$. На рис. 3 изображены графики зависимостей $I(\rho)$ для $N = 20; 10; 6,7$ ($R_1 = \text{const}$) при $R = 1$ мм, $R_1 = 20$ мм, $F = 200$ мм, $\lambda = 0,63 \cdot 10^{-3}$ мм. Можно видеть, что распределение $I(\rho)$ содержит два основных лепестка, разделенных центральным минимумом (провалом), и боковые лепестки, имеющие вид нерегулярных колебаний. При уменьшении N интенсивность основных и боковых лепестков падает, однако положение максимумов основных лепестков при этом практически не меняется. Оценим далее основные параметры контура. Для этого предварительно упростим (5).

Так как при типичных параметрах оптической системы $b, c \gg 1$, то функции Бесселя $J_0(\rho x/R)$ и $J_1(x)$ в области интегрирования с достаточной степенью точности можно заменить первыми членами их асимптотического разложения в ряд [5]:

$$\begin{aligned} J_0(\rho x/R) &\approx (2R/\pi\rho x)^{1/2} \cos(x\rho/R - \pi/4); \\ J_1(x) &\approx (2/\pi x)^{1/2} \sin(x - \pi/4). \end{aligned} \quad (6)$$

С учетом (6) для амплитудного распределения (5) получим

$$g(\rho) \approx \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{R}{\rho}} \left\{ \int_b^c \frac{\sin x (1 - \rho/R)}{x} dx - \int_b^c \frac{\cos x (1 + \rho/R)}{x} dx \right\}. \quad (7)$$

где $c = \alpha R R_1$. Соотношения (3а) и (3б) являются исходными при исследовании процесса оконтуривания различными фильтрами.

Полученный контур будем характеризовать следующими параметрами (рис. 2): I_{\max} — тур (удвоенное расстояние от центрального минимума до первого нуля функции $I(\rho)$); Δ_2 — эффективная ширина контура (промежуток ρ , в котором интенсивность лепестков превышает заданный порог I_{\min}).

Оконтуривание бинарным фильтром. Широкое применение этого фильтра обусловлено простотой его реализации, которая сводится к помещению в центр частотной плоскости непрозрачного экрана радиусом R_0 и ограничивающей апертурной диафрагмы радиусом R_1 . Таким образом, передаточная функция бинарного фильтра

$$H(\omega) = P_{\omega_{\max}}(\omega) - P_{\omega_{\min}}(\omega), \quad (4)$$

где $\omega_{\max} = \alpha R_1$, $\omega_{\min} = \alpha R_0$. С учетом (4) распределение (3) примет следующий вид:

$$g(\rho) = \int_b^c J_0(\rho x/R) J_1(x) dx. \quad (5)$$

Здесь $b = \omega_{\min} R$, $c = \omega_{\max} R$.

Изучим более детально характер выходного распределения (5). При этом в качестве обобщенного параметра фильтра выберем величину $N = R_1/R_0 = \omega_{\max}/\omega_{\min}$. На рис. 3 изображены графики зависимостей $I(\rho)$ для $N = 20; 10; 6,7$ ($R_1 = \text{const}$) при $R = 1$ мм, $R_1 = 20$ мм, $F = 200$ мм, $\lambda = 0,63 \cdot 10^{-3}$ мм. Можно видеть, что распределение $I(\rho)$ содержит два основных лепестка, разделенных центральным минимумом (провалом), и боковые лепестки, имеющие вид нерегулярных колебаний. При уменьшении N интенсивность основных и боковых лепестков падает, однако положение максимумов основных лепестков при этом практически не меняется. Оценим далее основные параметры контура. Для этого предварительно упростим (5).

Так как при типичных параметрах оптической системы $b, c \gg 1$, то функции Бесселя $J_0(\rho x/R)$ и $J_1(x)$ в области интегрирования с достаточной степенью точности можно заменить первыми членами их асимптотического разложения в ряд [5]:

$$\begin{aligned} J_0(\rho x/R) &\approx (2R/\pi\rho x)^{1/2} \cos(x\rho/R - \pi/4); \\ J_1(x) &\approx (2/\pi x)^{1/2} \sin(x - \pi/4). \end{aligned} \quad (6)$$

С учетом (6) для амплитудного распределения (5) получим

$$g(\rho) \approx \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{R}{\rho}} \left\{ \int_b^c \frac{\sin x (1 - \rho/R)}{x} dx - \int_b^c \frac{\cos x (1 + \rho/R)}{x} dx \right\}. \quad (7)$$

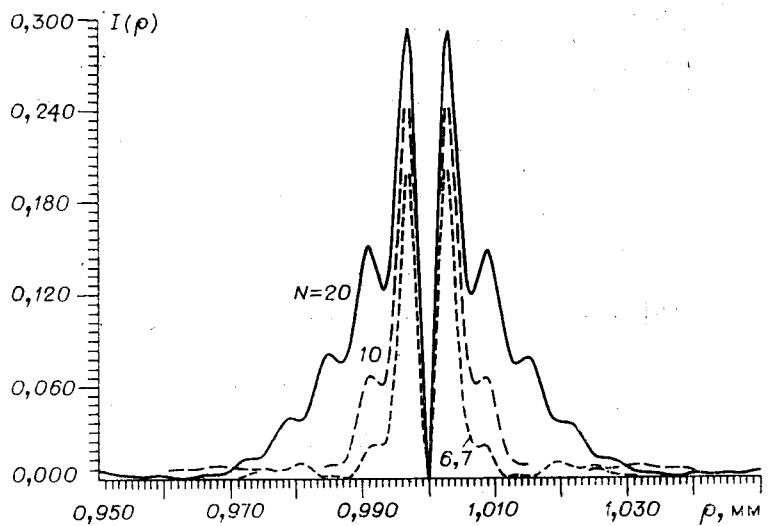


Рис. 3. Распределение интенсивности $I(\rho)$ в сечении контура при использовании бинарного фильтра с различными N .

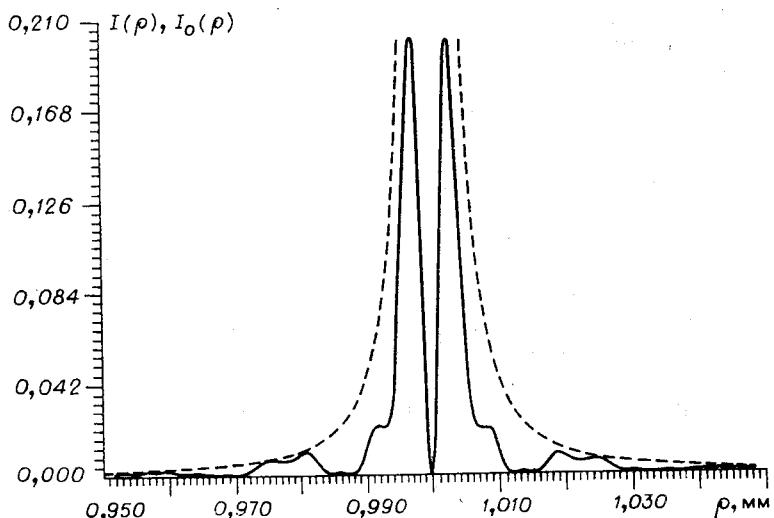


Рис. 4. Распределение $I(\rho)$ (сплошная линия) и $I_0(\rho)$ (штриховая) при $N=6,7$.

Поскольку основной интерес представляет поведение $g(\rho)$ при ρ , близких к R , т. е. при $|\rho/R - 1| \ll 1$, то вследствие быстрой осцилляции подынтегрального выражения второй член в (7) намного меньше первого и им можно пренебречь. Таким образом, для $g(\rho)$ имеем следующую оценку:

$$g(\rho) \approx 1/\pi \{ \text{si}[N\omega_{\min}(R-\rho)] - \text{si}[\omega_{\min}(R-\rho)] \}, \quad (8)$$

где $\text{si}(z)$ — интегральный синус, определяемый выражением [5]

$$\text{si}(z) = - \int_z^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt.$$

Отметим, что при сделанных выше допущениях относительно b , c и ρ выражение (8), как и следовало ожидать, совпадает с аналогичным выражением для одномерного края из работы [2].

Исследуем (8). С этой целью определим сначала параметры I_{\max} и Δ_0 . Можно видеть, что максимальные значения функции $I(\rho)=g^2(\rho)$ достигаются в точках

$$\rho_{1,2} = R \pm t_1(N)/\omega_{\min},$$

где $t_1(N)$ — первый, неравный нулю корень уравнения $\sin t = \sin Nt$.

Для приближенного определения этого корня воспользуемся методом Ньютона [5], взяв за нулевое приближение $t_1^{(0)} = \pi/N$. Тогда несложно показать, что при $N > 1$

$$t_1(N) \approx \pi/N - \pi/N^2 = \pi(N-1)/N^2$$

и, следовательно,

$$\rho_{1,2} \approx R \pm \pi(N-1)/\omega_{\max}N.$$

Отсюда получаем, что ширина центрального провала

$$\Delta_0 \approx 2\pi(N-1)/\omega_{\max}N = \Delta(N-1)/N, \quad (9)$$

где $\Delta = \lambda F/R_1 = 2\pi/\omega_{\max}$ — основной параметр дифракционно ограниченной системы, приближенно равный размеру кружка Эйри. Соответственно максимальная интенсивность контура

$$I_{\max} \approx 1/\pi^2 [\operatorname{si}(\pi(N-1)/N) - \operatorname{si}(\pi(N-1)/N^2)]^2. \quad (10)$$

Для оценки Δ_1 приравняем (8) к нулю и найдем корень уравнения

$$\operatorname{si}[N\alpha R_0(R-\rho)] - \operatorname{si}[\alpha R_0(R-\rho)] = 0. \quad (11)$$

Учтем далее, что первый корень его лежит рядом с корнем уравнения $\operatorname{si}[\alpha R_0(R-\rho)] = 0$, получаемого при отбрасывании первого члена в правой части выражения (11). Это обусловлено тем, что для $|\rho| > \Delta_0$ и $N > 1$ первый член в (11) примерно в N раз меньше второго, а его частота в N раз выше. Решая упрощенное уравнение, можно найти, что

$$\Delta_1 \approx 2p_1 N / \omega_{\max},$$

где p_1 — корень уравнения $\operatorname{si}(p) = 0$. Из свойств интегрального синуса следует, что $p_1 \approx 2$. Таким образом, для Δ_1 имеем следующую оценку:

$$\Delta_1 \approx 4N/\omega_{\max} = 2N\Delta/\pi. \quad (12)$$

Вычислим теперь эффективную ширину Δ_2 контура при выбранном пороге $I_{\min} = \epsilon I_{\max}$ ($\epsilon < 1$). Для этого необходимо найти зависимость интенсивности боковых лепестков от ρ . С этой целью обратимся к выражению (8) и определим вид огибающей $I_0(\rho)$ функции $I(\rho)$. Воспользуемся тем, что при $z \gg 1$ $\operatorname{si}(z) \approx \cos z/z$. Тогда при $|R-\rho| \gg 1/\omega_{\min}$ и $N > 1$ зависимость $I_0(\rho)$ в первом приближении можно представить в виде

$$I_0(\rho) \approx (N\Delta/2\pi^2)^2 1/(R-\rho)^2. \quad (13)$$

В качестве примера на рис. 4 приведены графики зависимостей $I(\rho)$ и $I_0(\rho)$ для $N=6,7$. Можно видеть, что уже при $|\rho-R| > 2\Delta_0$ отличие (13) от истинной огибающей, как и следовало ожидать, мало.

Из (10) и (13) с учетом того, что $I_{\min} = I_0(\rho_{\max}) = \varepsilon I_{\max}$, а $\Delta_2 = 2|R - \rho_{\max}|$, получим

$$\Delta_2 \approx \frac{\Delta}{\pi \sqrt{\varepsilon}} \frac{N}{\left| \operatorname{si}\left(\pi \frac{N-1}{N}\right) - \operatorname{si}\left(\pi \frac{N-1}{N^2}\right) \right|}.$$

Анализ показывает, что минимального значения величина Δ_2 достигает при $N=2,6$. В этом случае параметры контура связаны с исходными параметрами Δ и ε следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta_0 &\approx 0,6\Delta, & \Delta_1 &\approx 1,7\Delta, \\ \Delta_2 &\approx \Delta/\sqrt{\varepsilon}, & I_{\max} &\approx 0,08. \end{aligned} \quad (14)$$

Заметим, что при визуальном контроле параметр ε определяется порогом чувствительности прибора или глаза оператора. Если задать $\varepsilon=10^{-2}$, что соответствует диапазону изменения интенсивности в 40 дБ. то величины $\Delta_2 \approx 10\Delta \approx 6\Delta_1$.

Из приведенных оценок можно сделать вывод, что при оконтуривании теневых изображений даже оптимальным бинарным фильтром с $N=2,6$ эффективная ширина контура намного превышает характеристическую ширину.

Оконтуривание квадратичным фильтром. Исследуем особенности оконтуривания теневых изображений квадратичным фильтром. При этом учтем, что исходное изображение описывается бинарной функцией и, следовательно, ее производная имеет разрыв второго рода в точках, соответствующих границе. Это соображение приводит к методу оконтуривания путем дифференцирования. Так как результат дифференцирования не должен зависеть от ориентации границы, то в качестве дифференцирующего оператора удобно взять лапласиан $\nabla^2 \equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$. В частотной плоскости операция вычисления ∇^2 , как известно, сводится к умножению спектра объекта на фильтр с передаточной функцией, пропорциональной ω^2 . Таким образом, если в плоскости P_1 системы помещен фильтр с передаточной функцией

$$H(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega_{\max}^2} P_{\omega_{\max}}(\omega), \quad (15)$$

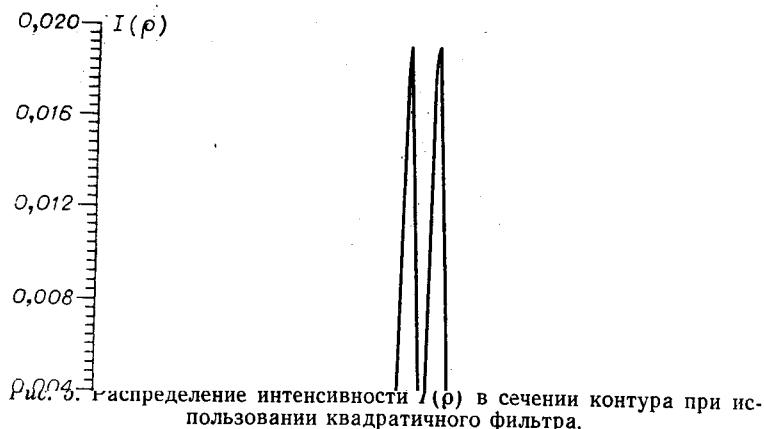
то (3) принимает вид

$$g(\rho) = \frac{1}{c^2} \int_0^c x^2 J_0(\rho x/R) J_1(x) dx,$$

где $c = \omega_{\max} R$, и, как показывают расчеты,

$$\begin{aligned} g(\rho) &= \frac{1}{c^2} \left\{ \frac{2c}{(1-\rho^2/R^2)^2} \left[J_1(c) J_0(\rho c/R) - \frac{\rho}{R} J_1(\rho c/R) J_0(c) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{c^2}{1-\rho^2/R^2} \left[J_0(c) J_0(\rho c/R) + \frac{\rho}{R} J_1(c) J_1(\rho c/R) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

причем $g(R) = J_1^2(c)/2$. График распределения $I(\rho) = g^2(\rho)$ при ранее указанных значениях параметров оптической системы приведен на рис. 5. Как и в предыдущем случае, контур состоит из двух основных и многочисленных боковых лепестков. Характерно, что боковые лепестки имеют теперь вид регулярных затухающих колебаний.



Оценим основные параметры полученного контура. Учитывая, что $c \gg 1$, и принимая во внимание (6), для $g(\rho)$ можно получить следующее упрощенное выражение:

$$g(\rho) \approx \frac{1}{\pi c^2} \left[\frac{\sin c(1 - \rho/R)}{(1 - \rho/R)^2} - \frac{c \cos c(1 - \rho/R)}{1 - \rho/R} \right]. \quad (17)$$

Согласно (17), максимум $I(\rho) = g^2(\rho)$ достигается в точках $\rho_{1,2} = R \pm \sqrt{Rt_1/c}$, где t_1 — первый, отличный от нуля корень уравнения $\tan t = 2t/(2-t^2)$. Расчеты показывают, что $t_1 \approx 2,1$ и, следовательно, $\rho_{1,2} \approx \pm R \Delta/\pi$. При этом $I'_{\max} \approx 1/4\pi^2$, а ширина центрального провала

$$\Delta'_0 \approx 2\Delta/\pi \approx 0,64\Delta.$$

Для нахождения Δ'_1 приравняем (17) к нулю. Решая приближенное уравнение, легко найти, что

$$\Delta'_1 \approx 1,5\Delta \approx 2,3\Delta'_0.$$

При определении эффективной ширины контура Δ'_2 воспользуемся приемом, изложенным в предыдущем разделе. В результате можно получить следующую оценку:

$$\Delta'_2 \approx \frac{2}{\pi \sqrt{\epsilon}} \Delta.$$

При $\epsilon = I_{\min}/I_{\max} = 10^{-2}$ величина $\Delta'_2 \approx 6,4\Delta \approx 4,3\Delta'_1$. Таким образом, оценки дают следующие значения основных параметров контура при использовании квадратичного фильтра:

$$\begin{aligned} \Delta'_0 &\approx 0,64\Delta, \quad \Delta'_1 \approx 1,5\Delta, \\ \Delta'_2 &\approx 0,64\Delta/\sqrt{\epsilon}, \quad I'_{\max} \approx 0,025. \end{aligned} \quad (18)$$

Сравнение оценок параметров контура, полученных при использовании квадратичного и оптимального бинарного фильтров, показывает, что эти параметры примерно одинаковы. В связи с этим можно лишь

отметить меньшие энергетические потери при использовании бинарного фильтра ($I_{\max} \approx 4I'_{\max}$). Однако эффективная ширина контура Δ_2 в этом случае несколько больше, чем при применении квадратичного фильтра.

Оконтуривание квадратичным аподизированным фильтром. Радикального снижения эффективной ширины контура можно достичнуть путем устранения боковых лепестков. Их появление объясняется наличием разрыва передаточной функции (15) на краю апертурной диафрагмы (эффект Гиббса). Один из способов устранения лепестков заключается в аподизации исходной передаточной функции. Для достижения этой цели можно использовать различные аподизирующие функции. Общее требование к ним состоит в том, чтобы они и их производные плавно менялись от максимума (в центре рабочего поля) до нуля (на его границе) [4].

Если в качестве аподизирующей функции выбрать гауссoidу, то с учетом (15) передаточная функция аподизированного квадратичного фильтра

$$H(\omega) = \sigma^2 \frac{\omega^2}{\omega_{\max}^2} \exp \left[1 - \sigma^2 \omega^2 / \omega_{\max}^2 \right] P_{\omega_{\max}}(\omega), \quad (19)$$

где параметр $\sigma = \omega_{\max}/\omega_0$ характеризует его степень аподизации, а ω_0 определяет положение максимума передаточной функции (19) ($H(\omega_0) = 1$).

С учетом (19) выходное распределение (3) принимает следующий вид:

$$g(\rho) = \frac{e}{\omega_0^2 R^2} \int_0^c x^2 \exp \left[-\frac{x^2 \sigma^2}{R^2 \omega_{\max}^2} \right] \times J_0(\rho x/R) J_1(x) dx. \quad (20)$$

В качестве примера на рис. 6 приведен график функции (19) в зависимости от линейной радиальной координаты v частотной плоскости ($\omega = 2\pi v/\lambda F$) при $\sigma = 2$, а на рис. 7 — график функции $I(\rho)$. Отметим практически полное отсутствие боковых лепестков. Так как при аподизации действующая апертура системы уменьшается, то, как и следовало ожидать, ширина центрального минимума Δ_0'' и характерная ширина контура Δ_1'' возрастают по сравнению с аналогичными параметрами Δ_0' и Δ_1' для квадратичного фильтра. Так, при $\sigma = 2$ можно получить, что

$$\Delta_0'' \approx 1,1\Delta \approx 1,6\Delta_0,$$

$$\Delta_1'' \approx 2,6\Delta \approx 1,9\Delta_1,$$

$$\Delta_2'' \approx \Delta_1'' \approx 2,5\Delta, \quad I''_{\max} \approx 0,1. \quad (21)$$

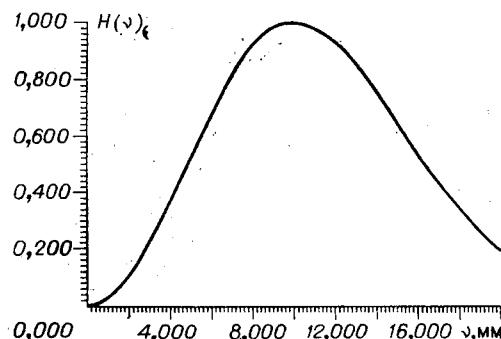


Рис. 6. Передаточная функция квадратичного аподизирующего фильтра с $\sigma = 2$.

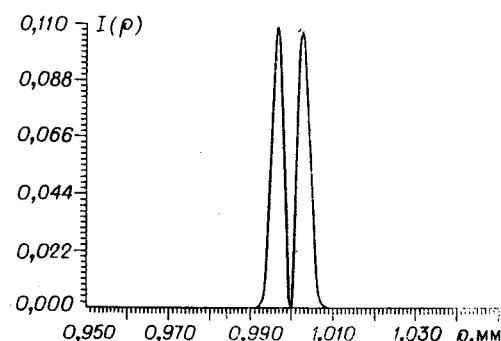


Рис. 7. Распределение интенсивности $I(\rho)$ в сечении контура при использовании квадратичного аподизированного фильтра с $\sigma = 2$.

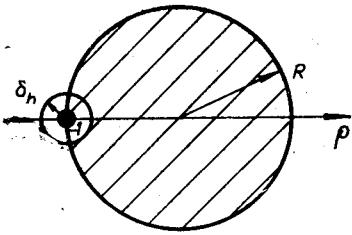


Рис. 8. Иллюстрация свертки объекта радиусом R и импульсного отклика системы δ_h .

приближении довольно слабо зависит от радиуса исходного объекта. К этому же выводу можно прийти, если сравнить графики на рис. 3 с аналогичными графиками, приведенными в работе [2]. Однако более строгий анализ показывает, что при оконтуривании двумерных объектов возможно смещение центра контура относительно геометрического положения границы объекта. Причину этого смещения можно усмотреть из рис. 8. На нем схематично изображен объект радиусом R и биполярный импульсный отклик системы в виде кольца радиусом δ_h и центрального кружка с равными площадями. Результат свертки импульсного отклика с объектом в такой модели определяется алгебраической суммой площадей части кольца и кружка, лежащих вне круга радиусом R . Очевидно, что эта сумма равна нулю не тогда, когда центр импульсного отклика совпадает с границей круга, а при несколько смещенном (к центру объекта) его положении. При определении размера объекта по расстоянию между центральными минимумами в его контурном изображении это ведет к ошибке измерений. Для вогнутой границы указанное смещение будет иметь противоположный знак, что приводит к увеличению размера.

Оценим количественно величину смещения для объекта радиусом R при оконтуривании его, например, бинарным фильтром. С этой целью найдем корень уравнения $g(\rho)=0$, где $g(\rho)$ определяется выражением (5). Так как при $R \gg \delta_h$ этот корень лежит рядом с R , то представим его в виде $\rho=R+\beta$, где $|\beta| \ll R$. Отсюда для β имеем уравнение

$$g(R+\beta)=0.$$

Решение этого уравнения в первом приближении можно представить в виде

$$\beta \approx -g(R)/g'(R).$$

Из (5) следует, что

$$g(R) = 0,5[J_0^2(b) - J_0^2(c)]; \\ g'(R) = \frac{1}{2R}[c^2[J_1^2(c) - J_0(c)J_2(c)] - b^2[J_1^2(b) - J_0(b)J_2(b)]].$$

Откуда находим, что

$$\beta = R \frac{J_0^2(b) - J_0^2(c)}{c^2[J_1^2(c) - J_0(c)J_2(c)] - b^2[J_1^2(b) - J_0(b)J_2(b)]}.$$

Так как $c > b \gg 1$, то с помощью (6) для β можно получить более простую оценку:

$$\beta \approx (\lambda F)^2 / (2\pi)^2 R R_0 R_1. \quad (22)$$

Путем асимптотических оценок выражения (20) можно показать, что для значений ρ , при которых $|\rho - R| \gg \Delta_0$, интенсивность боковых лепестков в случае аподизированного квадратичного фильтра в $(\sigma^2 e^{\sigma^2-1})^2$ раз ниже, чем при применении квадратичного фильтра. В этом случае эффективная ширина контура определяется лишь характерной шириной контура.

Особенности оконтурирования двумерных изделий. Из анализа выражений (7) и (17) следует, что вид контура в первом

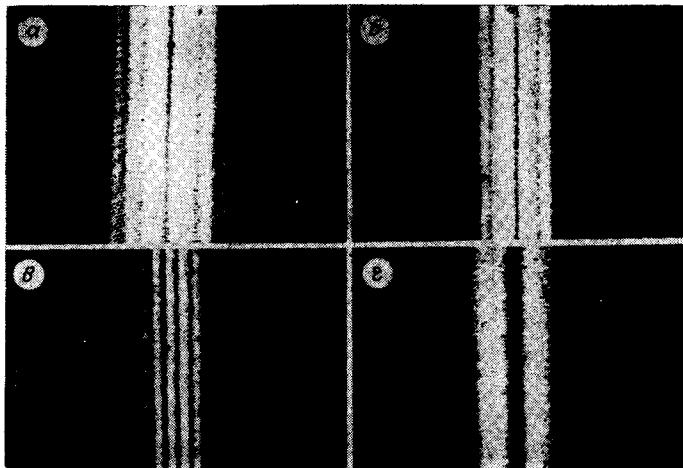


Рис. 9. Контурные изображения при использовании бинарных фильтров с $N=8$ (а) и $N=4$ (б), квадратичного фильтра (в) и квадратичного аподизированного фильтра с $\sigma=3$ (г).

При $\lambda=0,63 \cdot 10^{-3}$ мм, $F=200$ мм, $R_1=20$ мм и $R=R_0=1$ мм из (22) получаем, что $\beta=0,02$ мкм. При уменьшении R до 0,1 мм β возрастает до 0,2 мкм. Исходя из полученных оценок можно сделать вывод, что при $R \gg \delta_h$ смещение контура мало и его следует учитывать лишь при прецизионных измерениях.

Результаты экспериментов. С целью подтверждения возможности уменьшения ширины контура предложенным фильтром были выполнены соответствующие эксперименты. Они проводились в оптической системе, схема которой подобна схеме, изображенной на рис. 1, и отличается лишь тем, что вместо двух объективов использовался один с фокусным расстоянием $F=270$ мм (объектив 10^{\times} от проектора БП). Объектом служил край острой бритвы, в качестве источника когерентного излучения использовался лазер ЛГ-38. Требуемые полутоновые фильтры изготавливались по методике, изложенной в работе [6].

На рис. 9, а, б показаны контурные изображения края бритвы, полученные при использовании бинарных фильтров с $N=8$ (а) и $N=4$ (б). Ширина центрального провала Δ_0 в этих случаях составляет ≈ 6 мкм, а характерная ширина контура Δ_1 — соответственно 32 и 19 мкм, что хорошо согласуется с ранее определенными оценками.

Результат оконтуривания объекта квадратичным фильтром приведен на рис. 9, в. В этом случае измерения параметров контура дали следующие результаты: $\Delta_0 = 4$ мкм, а $\Delta_1 = 8$ мкм, что практически совпадает с теоретическими оценками.

Вид контура, полученного с аподизированным квадратичным фильтром с $\sigma=3$, показан на рис. 9, г. Видно, что такой фильтр полностью подавляет боковые лепестки контура. При этом $\Delta_0'' = 8$ мкм, а $\Delta_1'' = \Delta_2'' = 18$ мкм.

Таким образом, результаты экспериментов подтверждают выводы, полученные при теоретическом анализе.

Заключение. В работе определены аналитические зависимости параметров контура плоского объекта, формируемого средствами когерентной оптики, от параметров различных оконтуривающих фильтров. Из их анализа следует, что наибольшее снижение эффективной ширины контура достигается при использовании аподизированного квадратичного фильтра. В этом случае этот параметр в 2,5–4 раза меньше аналогичного параметра при использовании оптимального бинарного

или квадратичного фильтра. Наибольшие потери света имеют место при использовании квадратичного фильтра. При этом максимальная интенсивность контура в 5 раз ниже интенсивности контуров при применении бинарного или квадратичного аподизированного фильтра.

Смещение положения центра контура относительно геометрического края объекта определяется соотношением между радиусом его кривизны R в данной точке и размером импульсного отклика. При типичных параметрах оптической системы и $R=0,1$ мм оно составляет $\approx 0,2$ мкм и, следовательно, смещение должно учитываться лишь при прецизионных измерениях геометрических размеров изделий.

Полученные результаты справедливы лишь для плоских объектов. При оконтуривании трехмерных объектов следует учитывать особенности дифракции света на объемных структурах, а также эффекты отражения света от их поверхности, которые в значительной степени искажают вид контура. Изучение особенностей оконтуривания таких объектов является предметом дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов А. Г. Измерительные приборы в машиностроении. М., «Машиностроение», 1964.
2. Birch K. G. A spatial frequency filter to remove zero frequency.— “Opt. Acta”, 1968, vol. 15, N 2, p. 113.
3. Gupta S. V., Sen D. Dark-field (diffrimoscopic) images of periodic objects.— “Opt. Acta”, 1972, vol. 19, N 2, p. 125.
4. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. М., «Мир», 1971.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., «Наука», 1973.
6. Чугуй Ю. В. Методика получения оптических фильтров пространственных частот.— В жн.: Оптические устройства для хранения и обработки информации. Под ред. чл.-кор. АН СССР Нестерихина Ю. Е. Новосибирск, изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1975.

Поступила в редакцию 25 августа 1978 г.
