АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 1 1979

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.319.15 : 681.332 : 535.317

П. Е. ТВЕРДОХЛЕБ
(Новосибирск)

РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ МАТРИЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Некогерентная оптическая система *, реализующая операцию умножения трех матриц, как любая другая оптическая система, имеет конечное число элементов разрешения. Выясним основные факторы, ограничивающие разрешающую способность такой системы, и покажем, как она зависит от параметров системы. Эти сведения необходимы для правильного выбора размерностей умножаемых матриц.

С этой целью обратимся к эквивалентной схеме (см. рисунок), где в двух проекциях показан характер прохождения в системе лучей света, вышедших из крайних точек источника и прошедших через некоторую фиксированную точку (x_1, y_1) плоскости P_1. Можно видеть, что точки плоскости P_1 проецируются в плоскость P_4 с расфокусировкой по оси x. Аналогичным образом, но с заменой осей координат проецируются точки плоскости P_3 (прохождение лучей света для этого случая на рисунке не показано).

При проецировании точки «уширяются», в результате чего элементы выходной плоскости приобретают конечные размеры. Для определения этих размеров рассмотрим особенности проецирования отдельно по осям x и y системы.

Точка с координатой y_1 объективом $O_ц$ переносится в мнимую плоскость P_1', находящуюся на расстоянии $d_3=FF_1/(F-F_1)$ от плоскости проецирующего объектива. Здесь F и F_1 — фокусные расстояния сферического O_1 и цилиндрического $O_ц$ объективов. Далее точка с координатой $y_1' = \mu_1 y_1$, где $\mu_1=F_1/(F-F_1)$ — коэффициент увеличения, объективом O_2 переносится в плоскость P_2'. Удаление этой плоскости от плоскости P_2, обозначаемое параметром d_2-d_8, можно найти из уравнения

$$1/(d_1+d_3)+1/(d_2-d_8)=1/F/2,$$

где $F_2=F/2$ — фокусное расстояние объектива O_2.

После несложных преобразований при $d_1=F$ получим

$$d_2-d_8=F^2/(F+F_1),$$

при этом $y_1'' = \mu_2 y'$, где $\mu_2=-(F-F)/(F+F_1)$.

Действие объектива $O_{сф}$ приводит к тому, что точка с координатой y_1'' переносится в мнимую плоскость P_3'. Если учесть, что $d_2=F$, $d_8=FF_1/(F+F_1)$, а фокусное расстояние объектива $O_{сф}$ равно $F/2$, то из уравнения

$$1/d_8-1/d_9=1/F/2$$

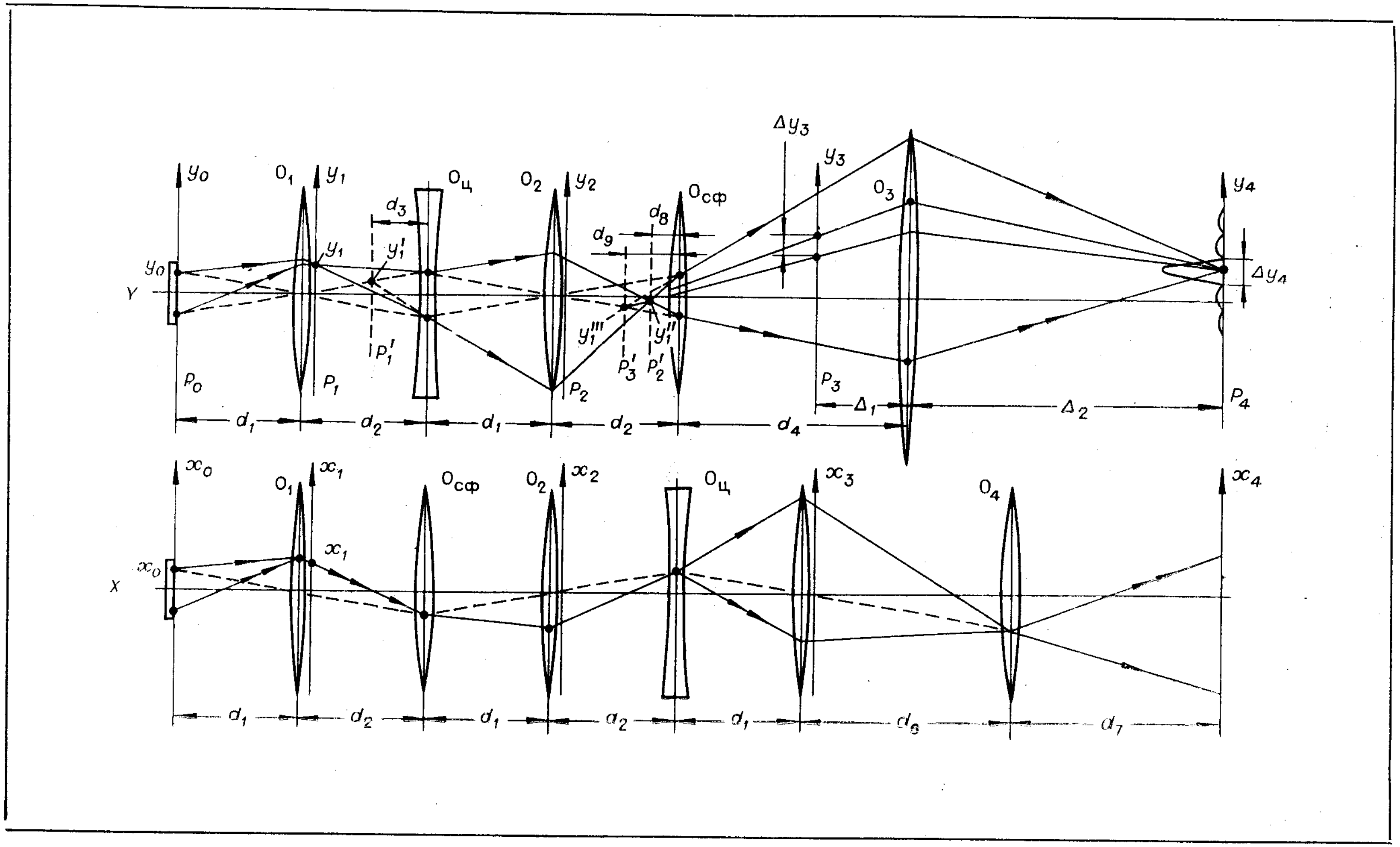
находим, что $d_9=FF_1/(F-F_1)$. Координата проецируемой точки в этом случае

$$y_1''' = \mu_3 y_1'',$$

где $\mu_3=(F+F_1)/(F-F_1)$.

---

* **Кривенков Б. Е., Михляев С. В., Твердохлеб П. Е., Чугуй Ю. В.** Некогерентная оптическая система для выполнения матричных преобразований.— «Автометрия», 1975, № 3, с. 90—98.



y0
O1
y1
Oц
O2
y2
Oсф
Δy3
y3
O3
y4
Δy4
Y
P0
P1
P'1
P2
P'3
P'2
y'1
y''1
y'''1
P3
P4
d1
d2
d3
d4
d8
d9
Δ1
Δ2
x0
O1
x1
Oсф
O2
x2
Oц
x3
O4
x4
X
d6
d7

Наконец, объективом O_3 точка с координатой y_1''' переносится в плоскость P_4 так, что $\mu_4 y_1''' = y_4 = y_1$. Очевидно, что это условие выполняется тогда, когда увеличение, обеспечиваемое объективом O_3,

$$\mu_4 = \Delta_2/(d_4+d_9) = 1/\mu_1\mu_2\mu_3 = -(F-F_1)/F_1. \quad (1)$$

Если F_3 — фокусное расстояние объектива O_3, то с учетом (1) из уравнения

$$1/(d_4+d_9)+1/\Delta_2 = 1/F_3$$

получим, что $d_4+d_9 = F_3F/(F-F_1)$, откуда

$$d_4 = F(F_3-F_1)/(F-F_1). \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что если $F_3=F$, то $d_4=F$ и объектив O_3 находится в непосредственной близости от плоскости P_3 ($\Delta_1=0$). Тогда

$$\Delta_2 = (F-F_1)(d_4+d_8)/F_1 = F^2/F_1. \quad (3)$$

Таким образом, рассматриваемая система обеспечивает перенос точки y_1 из плоскости P_1 в плосксть P_4 в масштабе 1 : 1. При этом, как следует из рисунка, световые пучки наиболее сильно ограничиваются на участке проецирования из плоскости P_3' в плоскость P_4, где установлен транспарант T_3 с минимальными размерами строк, равными Δy_3.

Более просто проецируются точки оси x_3. Для этого в системе используется объектив O_4, устанавливаемый так, что

$$d_6 = d_7 = (\Delta_1+\Delta_2)/2.$$

Если $d_4=F$, то

$$d_6 = d_7 = F^2/2F_1. \quad (4)$$

В этом случае световые пучки ограничиваются размерами апертуры D_4 объектива O_4.

Расчет размеров элемента разрешения в выходной плоскости будем производить с учетом дифракционных эффектов, возникающих в системе при ограничении световых пучков.

Пусть λ — средняя длина волны некогерентного источника света, а Δy_3 и D_4 — размеры ограничивающих апертур системы по осям y и x соответственно. Тогда размеры элементов можно вычислить по формулам:

$$\Delta y_4 = 2\lambda\Delta_2/\Delta y_3, \quad \Delta x_4 = 2\lambda d_7/D_4. \quad (5)$$

Подставляя в выражения (5) значения параметров Δ_2 и d_7 из (3) и (4), будем иметь

$$\Delta y_4 = 2\lambda F^2(P+1)/F_1\Delta y_3, \quad \Delta x_4 = \lambda F^2/F_1 D_4, \quad (6)$$

где $\Delta y_3 = L/(P+1)$, а $P+1$ — количество строк на транспаранте T_1.

Можно видеть, что размеры элемента разрешения по осям y и x выходной плоскости существенно отличаются, поскольку $D_4 \gg \Delta y_3$. Кроме того, ясно, что расстояние между строками транспаранта T_1 должно быть не менее $\Delta y_1 \gg \Delta y_4$, а число строк на этом транспаранте не более

$$T+1 = L/\Delta y_4. \quad (7)$$

Если из (7) определить значение Δy_4 и подставить его в (6), то имеем

$$(P+1)(T+1) = F_1L^2/(2\lambda F^2) = (1/2\lambda)(F_1/F)(L/F)L = \text{const}. \quad (8)$$

Итак, произведение числа строк на транспарантах T_1 и T_3 при фиксированных параметрах системы является постоянной величиной и пропорционально относительному фокусу цилиндрического объектива F_1/F, угловой апертуре L/F и размеру ее рабочего поля. Если, например, $F_1/F=1/4$, $L/F=1/7{,}5$, $L=50$ мм, $\lambda=0{,}5\cdot10^{-3}$ мм, то $(P+1)(T+1)=1{,}6\cdot10^3$.

Отсюда вытекает важный вывод о том, что количества строк на транспарантах T_1 и T_3 являются зависимыми величинами. Если одно из них выбрано произвольно, то второе должно определяться из соотношения (8).

В свою очередь, количество разрешимых элементов по оси x_4 определяется из выражения

$$(S+1) = L/\Delta x_3 = (1/\lambda)(F_1/F)(L/F)D_4. \quad (9)$$

При параметрах системы, указанных в качестве примера выше, и диаметре объектива $D_4 = 150$ мм $S+1 = 10^4$.

Оценку общего количества элементов разрешения системы, а следовательно максимальной размерности умножаемых матриц, можно произвести по формуле

$$(T+1)(S+1) = [1/2\lambda^2(P+1)](F_1/F)^2(L/F)^2 LD_4,$$

которая получена с учетом выражений (8) и (9). Предполагается, что в этом случае, кроме параметров оптической системы, известно также число строк в матрице, регистрируемой на транспаранте T_3 либо на транспаранте T_1.

Поступило в редакцию 9 августа 1978 г.

УДК 002.5 : 543.4(045)

С. К. ЛИ

(Ленинград)

СПОСОБ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНВАРИАНТНОГО СПЕКТРА ИЗОБРАЖЕНИЯ

В данной работе рассматривается один из способов получения инвариантного спектра Уолша изображения при естественном его сдвиге во входной плоскости, имеющий наименьший объем вычисления. Здесь под инвариантным спектром понимается преобразованное изображение в выходной плоскости, не зависящее от дискретного сдвига изображения, осуществляемого без потери информации, во входной плоскости. Для простоты показано вычисление инвариантного спектра Уолша одномерного изображения.

Пусть входное изображение задано множеством N элементов:

$$S_{01},\ S_{02},\ \ldots,\ S_{0N},$$

где $N = 2^n$. Вычисление инвариантного спектра производится на n этапах, при этом на каждом i-м этапе вычисляются N частичных спектров в виде

$$S_{i,jc(i)+k(i)} = \left| S_{i-1,\delta jc(i)+k(i)} + (-1)^{\delta} S_{i-1,(\delta j+1)c(i)+k(i)} \right| \ldots, \qquad (*)$$

где $c(i) = N/2^i$; $k(i) = R(i) - (2-\delta)[N/2 - (j - 2^{i-1})c(i)]$;

$$R(i) = 1, 2, \ldots, c(i);\ j = 0, 1, 2, \ldots, 2^i - 1; \qquad \delta = \begin{cases} 2 \text{ при } j < 2^{i-1}; \\ 1 \text{ при } j \geqslant 2^{i-1}; \end{cases}$$

$i = 1, 2, \ldots, n$. Результатом вычисления инвариантного спектра является множество $S_{n1}, S_{n2}, \ldots, S_{nN}$.

Справедливость вычисления инвариантного спектра выражением (*) доказывается тем, что нечетные $\{S_0\}$ и четные $\{S_0\}$ элементы группируются между собой; действительно, группируемая пара элементов имеет номера, отличающиеся между собой на величину $c(i)$, т. е.

$$(\delta j+1)c(i) + k(i) - [\delta jc(i) + k(i)] = c(i).$$

Следовательно, при заданном числе элементов, равном 2^n, их сдвиг не влечет за собой группирования четных элементов с нечетными, так как при сдвиге заданных элементов $\{S_0\}$ меняются только значения j или $k(i)$, от которых разность нумерации $c(i)$ не меняется. Операции вычитания сгруппированных чисел производятся абсолютно по модулю, поэтому от перестановок этих разностей сумма их не зависит.

Для наглядности приведем пример.

Дано изображение в виде $S_{01}, S_{02}, S_{03}, S_{04}$. По выражению (*) для $i = 1$ получаем

$$S_{11} = |S_{01} + S_{03}|,\ S_{12} = |S_{02} + S_{04}|,\ S_{13} = |S_{01} - S_{03}|,\ S_{14} = |S_{02} - S_{04}|,$$

для $i = 2$ —

$$S_{21} = |S_{11} + S_{12}| = ||S_{01} + S_{03}| + |S_{02} + S_{04}||;$$

$$S_{22} = |S_{13} + S_{14}| = ||S_{01} - S_{03}| + |S_{02} - S_{04}||;$$