АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 6 1978

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

УДК 681.322.05 : 007 : 62

В. В. ГЕППЕНЕР, В. Б. НАЗАРОВ
(*Ленинград*)

АЛГОРИТМЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ

Одной из малоисследованных областей теории распознавания образов являются задачи распознавания в условиях помех. Подавляющее большинство теоретических и практических работ по распознаванию образов направлено на решение «идеальных» задач, связанных с распознаванием «чистых» сигналов. Практически же большинство прикладных задач распознавания приходится решать в условиях весьма значительных помех. В частности, сюда относится широкий класс задач, связанных с распознаванием случайных шумовых и квазидетерминированных временных сигналов, например задачи распознавания речевых сигналов, акустических шумов механизмов, шумов промысловых рыб и т. д. В качестве помех в таких задачах могут выступать помехи, создаваемые средой распространения (шумы помещения при распознавании речи, шум моря при распознавании гидроакустических шумов), а также и собственные шумы аппаратуры приема сигналов. В настоящей работе рассматривается задача распознавания случайных шумовых сигналов (процессов) на фоне аддитивной шумовой помехи.

Для решения задачи распознавания шумовых случайных процессов часто используются в качестве первичного описания оценки спектра мощности процесса на ряде частот или частотных интервалов (полос) [1]. Эти оценки можно представить в виде m-мерного вектора спектрального описания

$$X=\begin{pmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_m\end{pmatrix}, \tag{1}$$

где x_i — значение спектральной плотности мощности в i-й частотной полосе.

В большинстве решаемых задач распознавания мощность процесса не несет информации о классе сигналов. Поэтому будем считать, что для любого вектора спектрального описания X выполняется условие нормировки

$$\|X\|=\sum_{i=1}^{m} x_i=\text{const}=\sigma_0^2, \tag{2}$$

где σ_0^2 — дисперсия (мощность) случайного процесса на входе распознающей системы.

Рассмотрим случай аддитивной помехи. Если входной сигнал $\xi(t)$ во временной области имеет полезную сигнальную составляющую $s(t)$

и помеховую составляющую $n(t)$:

$$\xi(t)=s(t)+n(t), \tag{3}$$

то в предположении статистической независимости сигнала и помехи соответствующий нормированный вектор X_ξ спектрального описания входного процесса имеет вид

$$\boldsymbol{X}_\xi=\frac{q^2}{q^2+1}\boldsymbol{X}_\text{с}+\frac{1}{q^2+1}\boldsymbol{X}_\text{п}, \tag{4}$$

где $\boldsymbol{X}_\text{с}$ — нормированный вектор спектрального описания сигнала; $\boldsymbol{X}_\text{п}$ — нормированный вектор спектрального описания помехи; $q=\sqrt{\sigma_\text{с}^2/\sigma_\text{п}^2}$ — отношение сигнал/помеха на входе распознающей системы; $\sigma_\text{с}^2$, $\sigma_\text{п}^2$ — соответственно мощность сигнала и помехи на входе.

Рассмотрим работу линейного классификатора для распознавания двух классов объектов по порождаемым ими случайным процессам $\xi(t)$ при использовании спектрального описания $\boldsymbol{X}_\xi$. Пусть имеется два класса векторов спектральных описаний сигналов $\{\boldsymbol{X}_\text{с}^1\}$ и $\{\boldsymbol{X}_\text{с}^2\}$, соответствующих двум классам распознаваемых объектов. Линейный классификатор реализует решение по правилу:

$$\begin{aligned} V(\boldsymbol{X}) &= \boldsymbol{W}^\text{т}\boldsymbol{X}_\text{с}+w_0>0 \quad \text{для} \quad \boldsymbol{X}_\text{с}\in\{\boldsymbol{X}_\text{с}^1\}; \\ V(\boldsymbol{X}) &= \boldsymbol{W}^\text{т}\boldsymbol{X}_\text{с}+w_0\leqslant 0 \quad \text{для} \quad \boldsymbol{X}_\text{с}\in\{\boldsymbol{X}_\text{с}^2\}, \end{aligned} \tag{5}$$

где $V(\boldsymbol{X})$ — решающая функция; $\boldsymbol{W}^\text{т}=(w_1, w_2, \ldots, w_m)$ — транспонированный весовой вектор; w_0 — пороговая величина. Предположим, что функция $V(\boldsymbol{X})$ построена для разделения векторов, соответствующих «чистым» сигналам, т. е. для входного процесса вида $\xi(t)=s(t)$, тогда в случае появления во входном процессе (3) помехи с нормированным спектральным описанием $\boldsymbol{X}_\text{п}$ и отношением сигнал/помеха q решающая функция $V(\boldsymbol{X})$ подстановкой в нее (4) приводится к виду

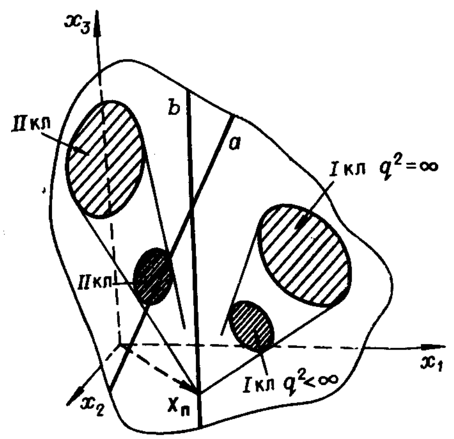
$$V(\boldsymbol{X}_\xi)=\frac{q^2}{q^2+1}\left[\boldsymbol{W}^\text{т}\boldsymbol{X}_\text{с}+w_0+\frac{\boldsymbol{W}^\text{т}\boldsymbol{X}_\text{п}+w_0}{q^2}\right]. \tag{6}$$

Так как положительный коэффициент $q^2/(q^2+1)$ не влияет на знак решающей функции, то его можно не учитывать и рассматривать следующий эквивалентный вид решающей функции:

$$V'(\boldsymbol{X}_\xi)=\boldsymbol{W}^\text{т}\boldsymbol{X}_\text{с}+w_0+(\boldsymbol{W}^\text{т}\boldsymbol{X}_\text{п}+w_0)/q^2=V(\boldsymbol{X}_\text{с})+V(\boldsymbol{X}_\text{п})/q^2, \tag{7}$$

где $V(\boldsymbol{X}_\text{с})$ — реакция на нормированный чистый сигнал; $V(\boldsymbol{X}_\text{п})$ — реакция на нормированную помеху. Из (7) следует, что действие помехи эквивалентно смещению порога решающей функции на величину $\Delta w_0=V(\boldsymbol{X}_\text{п})/q^2$, зависящую от реакции классификатора только на нормированный вектор помехи и от величины q. Это смещение, очевидно, будет приводить к изменению вероятности ошибки распознавания $P_\text{ош}$. Если полученные при обучении на «чистых» сигналах значения $\boldsymbol{W}$, w_0 соответствуют минимуму $P_\text{ош}$, смещение Δw_0 приводит в любом случае к увеличению ошибки распознавания.

Полезно рассмотреть геометрическую интерпретацию влияния помехи на работу разделяющей функции для случая одной фиксированной помехи. Под фиксированной помехой понимается помеха $n(t)$ с известной спектральной плотностью мощности. В пространстве



Разделяющие гиперплоскости:
a — оптимальная гиперплоскость без учета помех, *b* — с учетом помех.

спектральных описаний $\{\boldsymbol{X}\}$ такая помеха будет описываться одной фиксированной точкой — концом вектора $\boldsymbol{X}_п$. Поскольку выполняется условие нормировки (2), то все векторы $\boldsymbol{X}_\xi$ будут лежать своими концами в плоскости нормирования:

$$\|\boldsymbol{X}\| = \sum_{i=1}^{m} x_i = \sigma_0^2.$$

Векторы класса I и II занимают некоторые области в плоскости нормирования. На рисунке показана оптимальная разделяющая плоскость *a* для случая отсутствия помехи. Помеха представлена фиксированной точкой $\boldsymbol{X}_п$. Если во входной процесс $\xi(t)$ замешивается чистый сигнал и помеха, то, как следует из (4), области классов сигналов на плоскости нормирования с уменьшением q смещаются, сжимаясь внутри конусов, содержащих в себе области классов и имеющих вершину в точке $\boldsymbol{X}_п$. Как видно из рисунка, такое смещение приводит к ухудшению работы классификатора, так как положение разделяющей плоскости при этом не меняется. Экспериментальные исследования на ряде практических задач показали, что в типичных ситуациях классификатор оказывается практически неработоспособным уже при значениях $q<2\div2{,}5$.

Во многих практических ситуациях работы классификатора известно нормированное спектральное описание помехи $\boldsymbol{X}_п$, однако величина отношения сигнал/помеха обычно неизвестна и не может быть непосредственно измерена. Поэтому фактически оценить значение Δw_0 не удается, а это приводит к резкому ухудшению качества классификации при появлении помехи. В рассмотренном случае возможна постановка задачи о синтезе линейной разделяющей функции, инвариантной к воздействию помех с известной формой спектра мощности (известным нормированным вектором $\boldsymbol{X}_п$) при неизвестной мощности помехи (неизвестно q). В общем виде задача формулируется как задача оптимизации [2]: найти $\boldsymbol{W}$, w_0, максимизирующие показатель качества $J(\boldsymbol{W}, w_0)$ при наличии ограничения

$$\max J(\boldsymbol{W}, w_0) = \max \underset{\boldsymbol{x}_с \in \{x_с^1\} \cup \{x_с^2\}}{M} [L(\boldsymbol{X}_с; \boldsymbol{W}, w_0)],$$

$$V(\boldsymbol{X}_п) = \boldsymbol{W}^т \boldsymbol{X}_п^i + w_0 = 0, \quad \boldsymbol{X}_п^i \in \{\boldsymbol{X}_п\}, \quad i = 1, \ldots, k, \tag{8}$$

где $L(\boldsymbol{X}_с; \boldsymbol{W}, w_0)$ — функционал качества решающего правила; $M[\ ]$ — математическое ожидание; $\{\boldsymbol{X}_п\}$ — конечное множество нормированных векторов помех. Смысл (8) состоит в том, что определяется линейная разделяющая функция, наилучшая в смысле показателя качества $J(\boldsymbol{W}, w_0)$, при условии равенства нулю значения решающей функции на нормированных векторах k типов помех. Как следует из (6), при найденной таким образом разделяющей функции всегда имеет место

$$\Delta w_0 = V(\boldsymbol{X}_п^i)/q^2 = 0, \ \boldsymbol{X}_п^i \in \{\boldsymbol{X}_п\}, \quad i = 1, \ldots, k,$$

т. е. обеспечивается инвариантность решающего правила по отношению к величине q для любой помехи $\boldsymbol{X}_п^i$, принадлежащей $\{\boldsymbol{X}_п\}$. Исходя из (8), при использовании различных функционалов качества могут быть получены аналоги многих известных линейных разделяющих функций и алгоритмов обучения.

Непараметрический алгоритм обучения с коррекцией ошибок для получения помехоустойчивой линейной разделяющей функции. Рассмотрим случай, когда множество $\{X_п\}$ состоит из одного элемента $X_п$. Тогда ограничение в (8) примет вид

$$W^т X_п + w_0 = 0, \tag{9}$$

откуда

$$w_0 = -W^т X_п. \tag{10}$$

Подставляя (10) в (5), получаем решающее правило в виде

$$\begin{aligned} V(X_с) &= W^т(X_с - X_п) > 0 : X_с \in \{X_с^1\}; \\ V(X_с) &= W^т(X_с - X_п) \leqslant 0 : X_с \in \{X_с^2\}. \end{aligned} \tag{11}$$

Введем в рассмотрение множества $\{Z^1\}$ и $\{Z^2\}$ разностных векторов $Z = X_с - X_п$ таких, что $Z \in \{Z^i\}$, если соответствующий $X_с \in \{X^i\}$. Тогда (11) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} V(X_с) &= W^т Z > 0 : Z \in \{Z^1\}; \\ V(X_с) &= W^т Z \leqslant 0 : Z \in \{Z^2\}. \end{aligned} \tag{12}$$

Из (12) следует, что помехоустойчивая разделяющая функция $V(X_с)$ может быть найдена как функция, разделяющая множества $\{Z^1\}$, $\{Z^2\}$ и имеющая нулевой порог $w_0 = 0$. В случае разделимых множеств $\{X_с^1\}$ и $\{X_с^2\}$ для получения разделяющей функции (12) могут быть использованы рекуррентные конечно-сходящиеся алгоритмы обучения с коррекцией ошибок [3]:

$$W_{j+1} = W_j \quad \text{при} \quad \begin{cases} Z_j \in \{Z^1\}^{об}, & W^т Z_j > 0; \\ Z_j \in \{Z^2\}^{об}, & W^т Z_j \leqslant 0; \end{cases}$$

$$W_{j+1} = W_j + c_j Z_j \text{ при } Z_j \in \{Z^1\}^{об}, \ W^т Z_j \leqslant 0;$$

$$W_{j+1} = W_j - c_j Z_j \text{ при } Z_j \in \{Z^2\}^{об}, \ W^т Z_j > 0,$$

где j — номер шага обучения; $\{Z^i\}^{об}$ — конечное множество обучающей последовательности, $i = 1, 2$; c_j — коэффициент коррекции, определяющий конкретный вид алгоритма обучения. Аналогичным образом могут быть построены алгоритмы обучения для случая линейно-неразделимых множеств, основанные на использовании методов стохастической аппроксимации.

Параметрические методы построения помехоустойчивой линейной разделяющей функции. Как известно, параметрическое обучение основывается на вычислении разделяющей функции как функции от параметров распределения обучающих выборок. При этом считается известным либо распределение, либо способ его оценки. Рассмотрим задачу нахождения разделяющей функции для двух классов с математическими ожиданиями μ_1 и μ_2 и равными матрицами ковариаций $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma$. Найдем помехоустойчивый аналог дискриминантной функции Фишера [4]. Как известно, эта функция максимизирует отношение J величины разброса между классами к величине разброса внутри класса:

$$J=(W^{\text{т}}\Sigma_{\text{в}}W/W^{\text{т}}\Sigma W), \tag{13}$$

где $\Sigma_{\text{в}}=(\mu_1-\mu_2)\ (\mu_1-\mu_2)^{\text{т}}$ — матрица разброса между классами. Найдем разделяющую функцию, максимизирующую (13) при условии $W^{\text{т}}X_{\text{п}}+w_0=0$.

Введем дополнительное условие на величину порога w_0:

$$w_0=-W^{\text{т}}[\lambda\mu_1+(1-\lambda)\mu_2],\quad 0\leqslant\lambda\leqslant 1. \tag{14}$$

Величина λ задает соотношение ошибок распознавания по классам. Подставляя (14) в (9), получим условие

$$W^{\text{т}}\{X_{\text{п}}-[\lambda\mu_1+(1-\lambda)\mu_2]\}=0. \tag{15}$$

Обозначим

$$X_{\text{п}}-[\lambda\mu_1+(1-\lambda)\mu_2]=F_\lambda. \tag{16}$$

Тогда (15) записывается в виде

$$W^{\text{т}}F_\lambda=0. \tag{17}$$

Таким образом, приходим к задаче максимизации (13) при условии (17). Используя метод Лагранжа нахождения условного экстремума, получаем весовой вектор помехоустойчивой разделяющей функции

$$W_{\text{п}}=\Sigma^{-1}(\mu_1-\mu_2-\varphi F_\lambda), \tag{18}$$

где

$$\varphi=(\mu_1-\mu_2)^{\text{т}}\Sigma^{-1}F_\lambda/(F_\lambda^{\text{т}}\Sigma^{-1}F_\lambda),$$

и соответственно из (14) и (18) определяем

$$w_0^{\text{п}}=-(\mu_1-\mu_2-\varphi F_\lambda)^{\text{т}}[\lambda\mu_1+(1-\lambda)\mu_2].$$

Для сравнения приведем W, соответствующее известному дискриминанту Фишера [4]:

$$W=\Sigma^{-1}(\mu_1-\mu_2).$$

Величину λ, как уже указывалось, можно выбрать из условия соотношения величин ошибок распознавания *I* и *II* классов. В частности, в предположении равных априорных вероятностей классов и нормальности распределений значений решающей функции величина λ, минимизирующая среднюю ошибку распознавания $P_{\text{ош}}$ по классам, равна 0,5 (что соответствует прохождению разделяющей плоскости через середину отрезка, соединяющего концы векторов μ_1 и μ_2). Учитывая изложенное, получаем из (16)

$$F_{\lambda/\lambda=0,5}=X_{\text{п}}-((\mu_1+\mu_2)/2)=X_{\text{п}}-\mu_{\text{ср}},$$

где $\mu_{\text{ср}}=(\mu_1+\mu_2)/2$ — средний вектор математического ожидания по классам.

Рассмотренные выше непараметрические и параметрические алгоритмы обучения классификатора позволяют получить линейные разделяющие функции, инвариантные к уровню помехи с фиксированным нормированным спектром мощности.

Геометрическая интерпретация полученных результатов достаточно проста. Как видно из (9), необходимым условием независимости решающей функции от влияния помехи является прохождение разделяющей поверхности через конец нормированного вектора помехи. При выполнении указанного условия (см. рисунок) гиперплоскость (b), несмотря на действие помехи, приводящее к смещению областей классов, сохраняет разделяющие свойства. Из способа построения помехоустойчивой разделяющей функции непосредственно следует, что вероятность ошибки распознавания не зависит от отношения сигнал/помеха и равна постоянной величине $P^1_{\text{ош}}$. Очевидно, что для $P^1_{\text{ош}}$ имеет место

$$P^1_{\text{ош}} \geqslant P^0_{\text{ош}}, \tag{19}$$

где $P^0_{\text{ош}}$ — вероятность ошибки распознавания оптимальной разделяющей функции, построенной для «чистых» сигналов без учета помехи. Это утверждение иллюстрируется рисунком, где видно, что в общем случае положение помехоустойчивой разделяющей поверхности отличается от положения оптимальной поверхности, построенной для «чистых» сигналов без учета помех. Равенство (19) будет достигаться лишь тогда, когда конец вектора $X_{\text{п}}$ лежит на оптимальной гиперплоскости для «чистых» сигналов. В остальных случаях $P^1_{\text{ош}} > P^0_{\text{ош}}$, однако $P^1_{\text{ош}}$ не зависит от величины q.

Рассмотренный случай носит идеализированный характер, так как предполагает точное знание характеристик помехи в режиме обучения и распознавания. На практике обычно характеристики помехи известны не точно из-за влияния таких факторов, как конечность времени анализа, флуктуация характеристик среды распространения, изменение внешних условий и т. д. В данной ситуации вероятностные характеристики распознавания будут зависеть от q. Однако эта зависимость, как показали теоретические оценки и результаты экспериментов, для классификатора, обученного с учетом помехи, значительно слабее, чем для непомехоустойчивого классификатора.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Сенин А. Г.** Распознавание случайных сигналов. Новосибирск, «Наука», 1974.
2. **Цыпкин Я. З.** Основы теории обучающихся систем. М., «Наука», 1970.
3. **Нильсон Н.** Обучающиеся машины. М., «Мир», 1967.
4. **Дуда Р., Харт П.** Распознавание образов и анализ сцен. М., «Мир», 1976.

Поступила в редакцию 12 декабря 1977 г.