занные с обработкой в оперативной памяти, не столь существенны даже для больших схем, так как выполняется в основном логическая обработка данных, где применяются быстродействующие команды ЭВМ. В связи с этим для случая однократных просчетов системы (1) можно дать следующие рекомендации. При однократном анализе схемы порядка 10 узлов имеет смысл пользоваться обычным вариантом реализации метода Гаусса, для схем, содержащих 10—30 узлов,— методом алгоритма проверок; для схем, содержащих свыше 30—50 узлов,— методом косвенной индексации.

Если оценивать эффективность сразу по двум критериям, то необходимо отметить, что не существует алгоритма, более эффективного среди других как по критерию требуемой машинной памяти, так и по критерию быстродействия. Скорее, можно отметить обратную зависимость: чем больше быстродействие, тем больше требуемая память. При этом чем меньше разреженность, тем эта зависимость сильнее выражена.

В заключение необходимо отметить, что только гибкий подход к выбору программ решения линейных алгебраических уравнений, учитывающий размер схемы, ее разреженность, объем требуемых вычислений, позволит наиболее эффективно решить задачу машинного проектирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Berry P. D.** An optimal ordering of electronic circuit equations for a sparse matrix solution.— "IEEE Trans. Circuit Theory", 1971, vol. ct-18, N 1, p. 40—50.
2. **Норенков И. П., Мулярчик С. Г., Иванов С. А.** Экстремальные задачи при схемотехническом проектировании в электронике. Минск, изд. БГУ, 1976.
3. **Тьюарсон Р.** Разреженные матрицы. М., «Мир», 1977.
4. **Dembart B. and Erisman A. M.** Hibrid sparse-matrix methods.— "IEEE Trans. Circuit Theory", 1973, vol. ct-20, N 6, p. 641—649.

Поступила в редакцию 4 января 1978 г.

УДК 53.088.6

В. В. ШЕВЧУК

(Москва)

СПОСОБ УМЕНЬШЕНИЯ АДДИТИВНОЙ ПОГРЕШНОСТИ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ

В большинстве случаев измеряемая величина и погрешность являются независимыми. Это позволяет уменьшать влияние погрешности на результат измерения, используя возможность изменения измеряемой величины или погрешности в процессе измерения, для чего получаемые в этом случае результаты наблюдений обрабатывают соответствующим образом.

Например, в тензометрии широко используется способ, заключающийся в питании тензорезисторов переменным напряжением прямоугольной формы, двукратном наблюдении сигнала при положительной и отрицательной полярности напряжения источника питания и вычитании результатов наблюдений [1, 2]. Подобный способ применим также и при измерении сигналов с генераторных преобразователей, например термопар, где может оказаться целесообразным изменение помехи [3]. В этих случаях в результат измерения войдет не вся погрешность, вызываемая помехой, а только ее приращение за промежуток времени между наблюдениями. Впоследствии способ был дополнен до трех наблюдений [4].

Однако в условиях значительных помех полученной степени подавления оказывается недостаточно. Появилась потребность исследования возможностей дальнейшего повышения помехоустойчивости измерений при увеличении числа наблюдений.

Пусть результат i-го наблюдения есть аддитивная смесь измеряемой величины $T(t_i)$ и погрешности $E(t_i)$:

$$R(t_i)=T(t_i)+E(t_i),$$

а погрешность с достаточной точностью может быть описана конечным степенным полиномом.

Из вычислительной математики известно, что для степенного полинома разделенные разности порядка выше его степени равны нулю. Следовательно, погрешность будет устранена, если войдет в окончательный результат измерения в виде такой разности. При наличии значений дискретно заданной погрешности в n моментах времени появляется возможность устранить погрешность, описываемую полиномом степени n—2 и ниже.

Операция получения разделенных разностей погрешности представляется в виде [5]:

$$\Delta_{n-1}E(t_1,\ t_2,\ \ldots,\ t_n)=\sum_{i=1}^{n}\gamma_{ni}E(t_i),$$

где

$$\gamma_{ni}=\prod_{\substack{k=1\\ k\neq i}}^{n}(t_i-t_k)^{-1}.$$

Составив указанную разность для результатов наблюдений, получим интересующую разность значений погрешности. Кроме того, появится и разделенная разность значений измеряемой величины, которая также будет устранена, если описывается во времени полиномом степени менее чем n—1. Однако процесс измерения можно организовать так, чтобы измеряемая величина и погрешность вошли в результаты наблюдений с изменениями своих величин, а полученные результаты наблюдений обработать таким образом, чтобы получить член $\Delta_{n-1}E(t_1,\ t_2,\ \ldots,\ t_n)$. Тогда составляющая измеряемой величины в полученном результате измерения не будет равняться нулю.

Если α_{ni} — коэффициенты пропорциональных изменений полезной измеряемой величины, а β_{ni} — обратные коэффициенты пропорциональных изменений погрешности в i-х наблюдениях для рассматриваемого количества наблюдений, равного n, то составляющие измеряемой величины и погрешности в результатах наблюдений соответственно будут иметь вид

$$T_i=\alpha_{ni}T(t_i),\quad E_i=E(t_i)/\beta_{ni}$$

и, следовательно, результат наблюдения

$$R_i=T_i+E_i=\alpha_{ni}T(t_i)+E(t_i)/\beta_{ni}.$$

Процесс измерения всегда организуется так, чтобы абсолютное значение измеряемой величины, несущей необходимую информацию, имело возможно большее, погрешности — возможно меньшее значение, что обеспечивает максимальное отношение полезной измеряемой величины к погрешности (отношение сигнал — помеха). Поэтому следует считать, что возможности увеличения модуля полезной измеряемой величины и уменьшения модуля погрешности уже исчерпаны. Значит,

$$0\leqslant|\alpha_{ni}|\leqslant 1,\quad 0<|\beta_{ni}|\leqslant 1;$$

β_{ni} нулю равняться не может, поскольку это соответствует нереальному случаю бесконечной помехи, измерение которой провести невозможно.

Если просуммировать полученные результаты наблюдений с весовыми коэффициентами γ_{ni} β_{ni}, то

$$\sum_{i=1}^{n} \gamma_{ni}\beta_{ni}R_i = \sum_{i=1}^{n} \gamma_{ni}\alpha_{ni}\beta_{ni}T(t_i) + \Delta_{n-1}E(t_1, t_2, \ldots, t_n).$$

Как правило, в рассматриваемом промежутке времени, необходимом для измерения, измеряемую величину можно положить постоянной:

$$T(t_i) = T.$$

Тогда результат измерения удобно представлять в виде

$$M_{n\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} W_{ni}R_i = T + E_{n\Sigma},$$

где W_{ni} — весовые коэффициенты суммирования результатов наблюдений; $E_{n\Sigma}$ — суммарная остаточная погрешность.

Видно, что

$$W_{ni} = \frac{\gamma_{ni}\beta_{ni}}{\sum_{i=1}^{n} \gamma_{ni}\alpha_{ni}\beta_{ni}}; \quad E_{n\Sigma} = \frac{\Delta_{n-1}E(t_1, t_2, \ldots, t_n)}{\sum_{i=1}^{n} \gamma_{ni}\alpha_{ni}\beta_{ni}}.$$

Числитель выражения $E_{n\Sigma}$ от α_{ni} и β_{ni} не зависит, поэтому для получения минимального модуля остаточной погрешности $|E_{n\Sigma}|_{\min}$ достаточно максимизировать модуль знаменателя. Нетрудно заметить, что

$$|E_{n\Sigma}|_{\min} = \frac{|\Delta_{n-1}E(t_1, t_2, \ldots, t_n)|}{\sum_{i=1}^{n} |\gamma_{ni}|} \text{ при } \alpha_{ni}\beta_{ni} = (-1)^{b+i},$$

где b — любое целое число, постоянное для всех рассматриваемых наблюдений.

Указанный минимум $|E_{n\Sigma}|$ может быть получен и в случае, если либо α_{ni}, либо β_{ni} равны единице, т. е. или измеряемая величина, или погрешность, входя в результаты наблюдений, не претерпевают никаких изменений. Таким образом, чтобы получить минимальную абсолютную величину остаточной погрешности, процесс измерения нужно организовать так, чтобы произведения $\alpha_{ni}\beta_{ni}$ имели чередующиеся от наблюдения к наблюдению знаки.

При $\beta_{ni} = 1$, $\alpha_{ni} = (-1)^i$ для одинаковых промежутков времени между наблюдениями

$$W_{ni} = (-1)^i \frac{C_{n-1}^{i-1}}{2^{n-1}},$$

где C_{n-1}^{i-1} — число сочетаний из $n-1$ элементов по $i-1$.

Процесс измерения в этом случае заключается в следующем:

а) от наблюдения к наблюдению меняют условия проведения наблюдений таким образом, чтобы либо измеряемая величина, либо погрешность входили в результаты наблюдений с изменением своего знака;

б) результаты наблюдений суммируют с весовыми коэффициентами, пропорциональными знакочередующимся коэффициентам бинома

Ньютона, порядок которого равен количеству наблюдений, уменьшенному на единицу.

Например:

— для устранения постоянной погрешности достаточно провести в указанных условиях два наблюдения и просуммировать результаты с коэффициентами 1, —1;

— для устранения линейной погрешности необходимо проведение трех наблюдений, а коэффициенты суммирования должны быть пропорциональны числам 1, —2, 1;

— погрешность, изменяющаяся по квадратичному закону, требует четырех наблюдений с суммированием пропорционально числам 1, —3, 3, —1 и т. д.

Может оказаться, что пропорциональных изменений измеряемой величины сделать нельзя. Тогда в некоторые моменты времени следует провести наблюдения известных величин. Однако из результата измерения их составляющие нужно исключить. Если в s-е моменты времени провести наблюдения известных величин T_s, то

$$M_{n\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} W_{ni}(R_i - T_{s=i}) = \sum_{i=1}^{n} W_{ni}R_i - \sum_{s} W_{ns}T_s,$$

полагая при этом $\alpha_{ns}=0$.

Пропорциональные изменения полезного сигнала или помехи в тензометрии осуществляются с помощью изменений величины тока, протекающего через тензорезистор. Наивыгоднейшие изменения сводятся здесь к последовательным изменениям направления этого тока либо переменой полярности напряжения питания измерительной цепи, либо переменой порядка подключения соединительных проводов тензорезистора.

Рассмотрим действие способа на погрешность вида

$$E(t) = E_m \sin(2\pi f_E t + \varphi_E).$$

Для $\alpha_{ni}\beta_{ni} = (-1)^{b+i}$

$$|E_{n\Sigma}|_{\max} = |\sin \pi (f_E/f_R)|^{n-1} E_m,$$

где f_E — частота помехи; f_R — частота проведения наблюдений. Минимальный коэффициент подавления такой погрешности

$$K(n)_{\min} = |\sin \pi (f_E/f_R)|^{1-n}.$$

Если $f_R \gg f_E$,

$$K(n)_{\min} = (f_R/\pi f_E)^{n-1}.$$

При частоте проведения наблюдений 10 000 Гц для помехи 50 Гц коэффициент подавления (дБ)

$$K = \begin{cases} 36 & \text{при} \quad n = 2; \\ 72 & \text{при} \quad n = 3; \\ 108 & \text{при} \quad n = 4; \\ 144 & \text{при} \quad n = 5 \text{ и т. д.} \end{cases}$$

Повышение коэффициента подавления погрешности в описанном способе должно сопровождаться соответствующим повышением точности получения и обработки результатов наблюдений, иначе реализовать расчетные значения этого коэффициента не удастся.

При уменьшении промежутков времени между наблюдениями и увеличении их количества эффективность способа резко возрастает.

Применение способа, например, в тензометрии позволяет получить высокую точность измерения в условиях значительных помех промышленной частоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Скалевой В. В., Полин Е. Л.** Бесконтактное тензометрическое устройство для динамических измерений. Авт. свид-во, № 191844, ИПОТЗ, 1967, № 4.
2. **Рудницкий Б. Л., Буртов Я. Л., Диденко Д. А.** Способ повышения разрешающей способности измерительного моста. Авт. свид-во, № 243712, ИПОТЗ, 1969, № 17.
3. **Беклемищев А. И., Бреннерман В. М.** Бесконтактное тензометрическое устройство. Авт. свид-во, № 344262, ИПОТЗ, 1972, № 21.
4. **Бреннерман В. М.** Устройство для измерения температуры. Авт. свид-во, № 370481, ИПОТЗ, 1973, № 11.
5. **Крылов В. Н., Бобков В. В., Монастырный П. И.** Вычислительные методы. Т. 1. М., «Наука», 1976.

Поступила в редакцию 16 августа 1976 г.;
окончательный вариант — 3 марта 1977 г.

УДК 772.99

А. В. АВРОРИН, Б. А. БРЕЙТМАН, Ю. К. ВОЛКОВ,
В. М. ГРУЗНОВ, Е. А. КОПЫЛОВ, И. И. КОРШЕВЕР,
В. В. КУЗНЕЦОВ, Г. Н. КУЗНЕЦОВ, И. Г. РЕМЕЛЬ

(Новосибирск)

СИСТЕМА ДЛЯ ЦИФРОВОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Цифровые методы в голографии и обработке изображений (например, [1, 2]) в настоящее время редко выходят за пределы стадии исследования, так как их практическое применение сдерживается отсутствием устройств, позволяющих производить операции обработки в реальном времени эксперимента. Обычно используемые для этой цели универсальные ЭВМ не отвечают требованиям, предъявляемым задачам, во-первых, из-за отсутствия устройств быстрого и удобного ввода и вывода двумерной информации и, во-вторых, по вычислительной производительности.

Реальное время в задачах оптического диапазона может быть достигнуто лишь с помощью мощных вычислительных систем с большим объемом оперативной памяти, многими процессорами и развитыми каналами. В то же время проблема реального времени для длинноволновой голографии может быть решена уже сейчас на базе малой ЭВМ с помощью сравнительно простых специализированных средств.

Система, результаты разработки и опытной эксплуатации которой излагаются в статье, является, насколько можно судить по литературным источникам [3], первой в цифровой голографии попыткой перехода от машинных экспериментов к приборному решению. Такая система предназначена для регистрации голограмм, обработки и восстановления изображений в диапазоне акустических и радиоволн в реальном времени эксперимента. Состав системы поясняется блок-схемой на рис. 1.