ключаются, как правило, в отсутствии информации о том, какие зубцы имеются в данном отведении и какие из них наиболее ярко выражены. Врач же легко решает эту задачу, не вдаваясь в тонкости анализа кривой, а просто оценивая общую форму комплекса визуально. Заметим, что описанный алгоритм также позволяет получить подобную информацию в формализованном виде до проведения тонкого анализа зубцов.

В заключение следует отметить, что предложенный выше способ представления сигнала его структурной последовательностью оказывается весьма полезным при анализе таких тонких свойств сигнала, как формы пиков или их чередование. Способ хорош тем, что позволяет свести работу с пиками к работе с двоичными последовательностями.

Автор считает своим приятным долгом поблагодарить профессора Мановцева А. П. за поддержку при написании данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кокс, Нолл, Артур.** Анализ электроэнцефалограмм, кривых кровяного давления и электрокардиограмм на цифровой вычислительной машине.— В кн.: Распознавание образов при помощи цифровых вычислительных машин. М., «Мир», 1974.
2. **Гельфанд И. М., Гельштейн Г. Г., Губерман Ш. А., Ротвайн И. М., Файн Т. Л.** Об оценке давления в легочной артерии по данным электро- и фонокардиографии.— «Кардиология», 1971, № 5, с. 84—88.
3. **Бобер С., Домбровская Б., Домбровский А.** Практическая электрокардиография. Варшава, Польское мед. изд-во, 1974.
4. **Фогельсон Ю. Б.** Об одном способе поиска экстремумов сигнала в шумах.— «Автометрия», 1976, № 5, с. 41—44.

Поступила в редакцию 25 февраля 1976 г.

УДК 62—503.32

Н. С. АНИШИН, А. М. ТИВКОВ

(Краснодар)

УСКОРЕННЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЕГО ПОГРЕШНОСТИ

С целью уменьшения аппаратурных затрат и повышения скорости умножения в работе [1] предложен алгоритм приближенного вычисления корреляции (свертки) функций, использующий свойства двоичной арифметики.

Для случая, когда отсчеты одного из сигналов, например $x(t)$, представлены в формате с фиксированной запятой, алгоритм таков:

$$B(kT) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} Y(nT + kT)(0{,}1)^{r_n}\,\mathrm{sign}\,[X_1(nT)], \qquad (1)$$

где $X_1(nT)$ вычисляется по рекуррентной формуле

$$X_1(nT) = X_1(nT - T) - (0{,}1)^{r_{n-1}}\,\mathrm{sign}\,[X_1(nT - T)] + X(nT),$$

$X(nT) = x(nT)$; r_n выбирается из условия

$$1{,}1\cdot 10^{-r_n} > |X_1(nT)| \geqslant 1{,}1\cdot 10^{-(r_n+1)}.$$

На r_n накладывается ограничение по технической реализации $0 < r_n \leqslant s$. При этом $r_n = s$, если

$$1{,}1\cdot 10^{-s} > |X_1(nT)| \geqslant 1{,}0\cdot 10^{-(s+1)}.$$

При значениях $|X_1(nT)| < 10^{-(s+1)}$ величина $(0{,}1)^{r_n}$ в (1) принимается равной 0.

Основная погрешность алгоритма связана с округлением цифровых отсчетов одного из сигналов, например $X(nT)$, до одного из уровней

$\pm(0,5)^{r_n}$. Влияние такого округления на точность результата ослабляется тем, что ошибка округления учитывается путем сложения ее величины ξ_n со следующим отсчетом, вместе с которым она и умножается на отсчет второго сигнала.

Конечно, такая компенсация ошибки округления неполная, так как последующий отсчет $Y(nT+kT+T)$ хотя и близок по значению к $Y(nT+kT)$ в силу автокорреляционных свойств сигнала $y(t)$, но в общем случае отличается от него, т. е. $\eta_{k+n}=Y(nT+kT+T)-Y(nT+kT)\neq 0$. Эта компенсация будет тем хуже, чем больше величина $|\eta_{n+k}\xi_n|$.

При формировании каждого отсчета $B(kT)$ N ошибок вида $(\eta\xi)$ суммируются и образуют ошибку результата. Ее дисперсия

$$\sigma^2_{\text{ош}} = ND\left[\frac{1}{N}(\eta\xi)\right] = \frac{1}{N}\sigma^2_{\text{окр}}\sigma^2_{\Delta y}, \tag{2}$$

где $\sigma^2_{\text{окр}}$ — дисперсия ошибки округления отсчета $X_1(nT)$ к ближайшему уровню; $\sigma^2_{\Delta y}$ — дисперсия приращений сигнала $y(t)$ за время между соседними отсчетами.

Выражение (2) выведено с учетом некоррелированности величин η и ξ, исходя из алгоритма; это подтверждается и моделированием. Найдем $\sigma^2_{\Delta y}$ и $\sigma^2_{\text{окр}}$. Для стационарных центрированных сигналов имеем

$$\sigma^2_{\Delta y} = M\{[Y(nT)-Y(nT+T)]^2\} = 2\sigma^2_y - 2R_y(T). \tag{3}$$

Здесь M — символ математического ожидания, σ^2_y — дисперсия сигнала $y(t)$, $R_y(T)$ — значение автокорреляционной функции сигнала при $\tau=T$.

Преобразуем (3), выразив $R_y(T)$ через нормированную функцию автокорреляции $\beta_y(\tau)$:

$$\sigma^2_{\Delta y} = 2\sigma^2_y[1-\beta_y(T)]. \tag{4}$$

Зная одномерную плотность вероятности распределения $\rho(x)$ случайного сигнала $x(t)$, отсчеты которого изменяются от -1 до $+1$, можно, учитывая алгоритм преобразования отсчетов $X(nT)$ в отсчеты $(0,5)^{r_n}\operatorname{sign}[X_1(nT)]$, определить плотность распределения ошибки ξ преобразования первого отсчета $X_1(0)=X(0)$ в отсчет $(0,5)^{r_0}\operatorname{sign}X_1(0)$ при $s=6$:

$$\varphi_1(\xi)=\begin{cases} 0 & \text{при } \frac{1}{4}\leqslant|\xi|;\\ \rho_0(\xi-1)+\rho_0\left(\xi+\frac{1}{2}\right)+\rho_0(\xi+1)=\gamma_6(\xi) & \text{при } \frac{1}{8}\leqslant|\xi|<\frac{1}{4};\\ \gamma_6(\xi)+\rho_0\left(\xi-\frac{1}{2}\right)+\rho_0\left(\xi+\frac{1}{4}\right)=\gamma_5(\xi) & \text{при } \frac{1}{16}\leqslant|\xi|<\frac{1}{8};\\ \gamma_5(\xi)+\rho_0\left(\xi-\frac{1}{4}\right)+\rho_0\left(\xi+\frac{1}{8}\right)=\gamma_4(\xi) & \text{при } \frac{1}{32}\leqslant|\xi|<\frac{1}{16};\\ \gamma_4(\xi)+\rho_0\left(\xi-\frac{1}{8}\right)+\rho_0\left(\xi+\frac{1}{16}\right)=\gamma_3(\xi) & \text{при } \frac{1}{64}\leqslant|\xi|<\frac{1}{32};\\ \gamma_3(\xi)+\rho_0\left(\xi-\frac{1}{16}\right)+\rho_0\left(\xi+\frac{1}{32}\right)=\gamma_2(\xi) & \text{при } \frac{1}{128}\leqslant|\xi|<\frac{1}{64};\\ \gamma_2(\xi)+\rho_0\left(\xi-\frac{1}{32}\right)+\rho_0\left(\xi-\frac{1}{64}\right)+\rho_0(\xi)+ & \\ \qquad +\rho_0\left(\xi+\frac{1}{64}\right) & \text{при } 0\leqslant|\xi|<\frac{1}{128}, \end{cases}$$

где $\rho_0(x)=\rho(x)$. (5)

Среднеквадратическая ошибка, например, при нормальном усеченном ($\pm 3\sigma$) законе распределения сигнала $x(t)$ с параметрами (0; 1/9) равна 0,065402.

При преобразовании второго отсчета сумма двух случайных величин

$$X_1(T) = X(T) + [X(0) - (0{,}5)^{r_0} \operatorname{sign} X(0)],$$

где второе слагаемое (ошибка округления первого отсчета) округляется по тому же правилу. Плотность распределения второго отсчета $X_1(T)$ как суммы двух случайных величин равна интегралу свертки [2]

$$\rho_1(x) = \int_{-1/4}^{+1/4} \varphi_1(\xi)\, \rho(x - \xi)\, d\xi. \tag{6}$$

Заметим, что сумма будет распределена в интервале [—5/4, 5/4].

Затем по формуле (5) путем замены $\rho_0(x)$ на $\rho_1(x)$ вычисляется распределение вероятности ошибки округления второго отсчета $X_1(T)$, т. е. $\varphi_2(\xi)$.

В нашем примере для второго отсчета имеем СКО=0,06575. Процесс вычисления СКО итеративный, и записать аналитическое выражение для дисперсии ошибки округления можно только для i-го шага:

$$[\sigma^2_{\text{окр}}]^{(i)} = \int_{-1/4}^{+1/4} \xi^2 \varphi_i(\xi)\, d\xi, \tag{7}$$

где $\varphi_i(\xi)$ выражается через $\rho_{i-1}(\xi)$ с помощью формулы (5), а $\rho_{i-1}(\xi)$ — через $\varphi_{i-1}(\xi)$ с помощью формулы (6).

Однако для большинства законов распределения $\rho(x)$, как показало моделирование, процесс быстро устанавливается уже на 3÷5-м отсчете. Так, например, для нормального закона, начиная с четвертого отсчета, плотность вероятности и среднеквадратическое значение ошибки округления $\varphi_5(\xi) = \varphi_6(\xi) = \bar{\varphi}(\xi)$ установились постоянными (с точностью до 5 десятичных знаков). СКО равно 0,066619, т. е. $\sigma_{\text{окр}} \approx 0{,}2\,\sigma_x$ ($\sigma_x = 1/3$).

Итак, подставляя в (2) значения $\sigma_{\Delta y}$ и $\sigma_{\text{окр}}$, имеем

$$\sigma^2_{\text{ош}} = \frac{2}{N} \sigma^2_y [1 - \beta_y(T)] \int_{-1/4}^{+1/4} \xi^2 \bar{\varphi}(\xi)\, d\xi, \tag{8}$$

где $\bar{\varphi}(\xi)$ — установившееся значение плотности вероятности ошибки округления при преобразовании отсчетов в отсчеты $(0{,}5)^{r_n}$ для $i \geqslant 5$.

Формула (8) справедлива для любых случайных стационарных процессов. Например, для нормального процесса она может быть конкретизирована:

$$\sigma^2_{\text{ош}} = \frac{0{,}08}{N} \sigma^2_y [1 - \beta_y(T)]\, \sigma^2_x. \tag{8$'$}$$

Относительная погрешность для взаимной корреляционной функции равна

$$\Delta = (0{,}08[1 - \beta_y(T)]/N)^{1/2}. \tag{9}$$

Для сравнения приведем относительную ошибку при условии, что алгоритм не содержит операции передачи ошибки округления в следующий отсчет сигнала $x(t)$:

$$\Delta' = (0{,}04/N)^{1/2}. \tag{9$'$}$$

В зависимости от вида автокорреляционной функции $\beta_y(\tau)$, которая, в свою очередь, определяется спектром сигнала $y(t)$, величина Δ может быть меньше или больше Δ'.

При $2[1-\beta_v(T)]<1$ есть смысл учитывать величину ошибки округления, в противном случае это суммирование вредно. Из этих соображений интервал квантования по времени T необходимо выбирать таким, чтобы $\beta_v(\tau)$ в точке $\tau=T$, лежащей на первом относительно начала координат спуске, было больше 0,5.

Максимальный выигрыш (уменьшение погрешности) алгоритма — в 2 раза по дисперсии ошибки в сравнении с алгоритмами простого округления [3]. Относительная погрешность для $N \geqslant 128$ не превышает 1%.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Анишин Н. С., Денисенко Ю. В., Зорьян Л. Б., Хачиян Г. Г.** Об одном алгоритме и устройстве для вычисления корреляционной функции.— «Автометрия», 1976, № 2, с. 102—105.
2. **Тихонов В. И.** Статистическая радиотехника. М., «Сов. радио», 1966.
3. **Жовинский В. Н., Арховский В. Ф.** Корреляционные устройства. М., «Энергия», 1974.

Поступила в редакцию 1 июня 1977 г.;
окончательный вариант — 19 сентября 1977 г.