

Повышение точности достигается введением корреляционной матрицы K_{Φ_0} оцениваемого вектора. Так, оценки, получаемые с помощью выражения

$$\hat{\Delta}^* \Phi_{0(p)} = (K_{\Phi_0}^{-1} + K_{\hat{\Delta}}^{-1})^{-1} A_{(p)}^T K_{\hat{w}}^{-1} \hat{W},$$

в среднем в полтора раза точнее, чем оценки $\hat{\Delta} \Phi_{0(p)}$.

Полученные точности являются достаточными для практического применения метода, который позволяет упростить структуру навигационных систем за счет исключения дополнительных масштабных частот излучаемых сигналов и сокращения при этом числа радиоканалов.

Авторы пользуются возможностью поблагодарить Г. А. Барышева за постановку задачи и поддержку при ее решении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Астафьев Г. П., Шибшаевич В. С., Юрков Ю. А. Радиотехнические средства навигации летательных аппаратов. М., «Сов. радио», 1962.
2. Пушной Б. М., Чейдо Г. П. Метод использования структурной избыточности измерительной системы при обработке экспериментальных данных с систематическими погрешностями.— «Автоматика», 1970, № 5, с. 20—29.
3. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М., Физматгиз, 1962.

Поступила в редакцию 17 октября 1977 г.

УДК 535.317.1 : 621.391.156

В. А. СОЙФЕР

(Куйбышев)

АЛГОРИТМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАННЫХ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Введение. На пути практического использования голографии в прикладных задачах возникает трудность принципиального характера. Оптическая голография дает возможность регистрации на фотоматериале амплитуд и фаз волнового фронта и последующего восстановления объемного изображения объекта, которому этот волновой фронт соответствует. На плоской голограмме компактно записывается чрезвычайно большой объем данных в голографируемом объекте. Как правило, в практических приложениях задача не исчерпывается необходимостью хранения и визуализации изображения объекта, а ставится значительно шире: как задача исследования, т. е. количественного и качественного анализа, и использования полученных данных для построения моделей и принятия решения. Именно здесь возникает принципиальное, присущее оптической голографии вообще противоречие между большим объемом данных, воспроизводимых с голограммы, и малой пропускной способностью исследователя, осуществляющего визуальные наблюдения восстановленного изображения. Преодолеть это противоречие можно с помощью ЭВМ и методов цифровой голографии, позволяющих автоматизировать голографический эксперимент. При этом зарегистрированная оптическая голограмма должна рассматриваться как источник полной информации об исследуемом объекте. Процедура восстановления

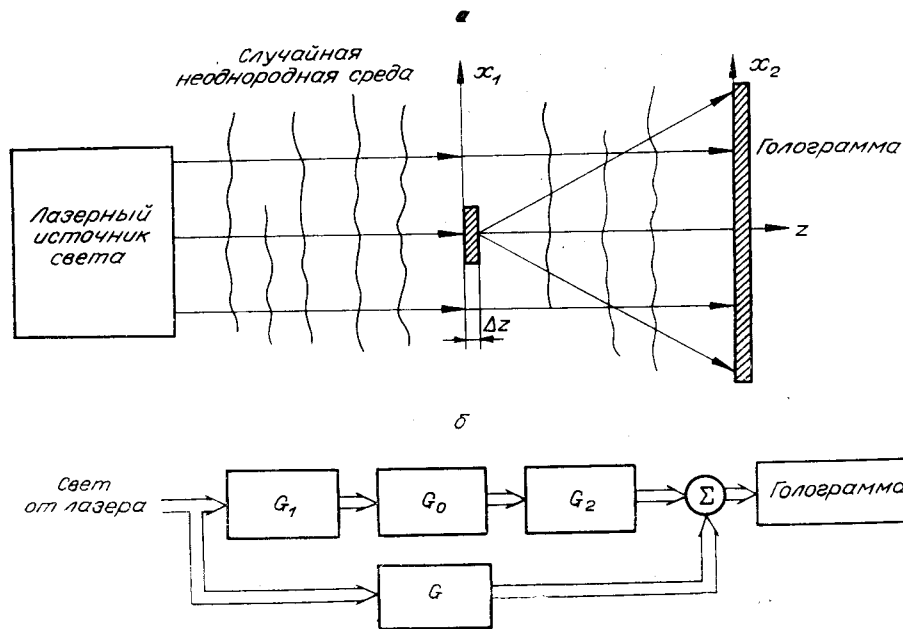


Рис. 1.

данных о параметрах объекта реализуется с участием ЭВМ, выполняющей полностью или частично функции оптической восстанавливающей системы и, кроме того, осуществляющей целый ряд дополнительных функций, характерных для любой системы автоматизации эксперимента. Здесь мы рассмотрим алгоритмы восстановления данных об объекте, голографируемом в случайной среде. Применение этих алгоритмов позволяет в определенной степени компенсировать вносимые средой искажения и получать достоверные данные.

Модель процесса голографирования. Будем полагать, что распространение волн происходит в случайной среде, а длительность экспозиции существенно меньше времени корреляции параметров случайной среды, так что искажение интерференционной картины обусловлено лишь характеристиками пространственных флуктуаций. Далее рассмотрим безлинзовые голограммы Фраунгофера [1]. Схема установки для получения голограмм изображена на рис. 1, а, соответствующая ей структурная модель — на рис. 1, б. Функция G_0 описывает исследуемый объект, функции G_1 , G_2 , G случайны, так как случайна среда, которую они описывают. На рис. 1, а ось z выбрана в направлении распространения света от лазерного источника. Рассмотрим две плоскости, перпендикулярные оси z и отстоящие друг от друга на расстояние d , обозначив принадлежащие им точки соответственно через p и r . При отсутствии случайных неоднородностей, решая задачу дифракции в приближении Френеля — Кирхгофа [1], можно получить характеристику среды как линейного фильтра

$$G(r, p) = \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda d} (p - r)^2 \right], \quad (1)$$

где λ — длина волны.

Равенство в (1) выполняется с точностью до постоянного множителя. Рассмотрим случайную среду, не содержащую крупномасштабных (размерами больше длины волны) неоднородностей. Основные эффекты в такой среде обусловлены случайными флуктуациями показателя преломления и могут быть выражены введением случайного амплитуд-

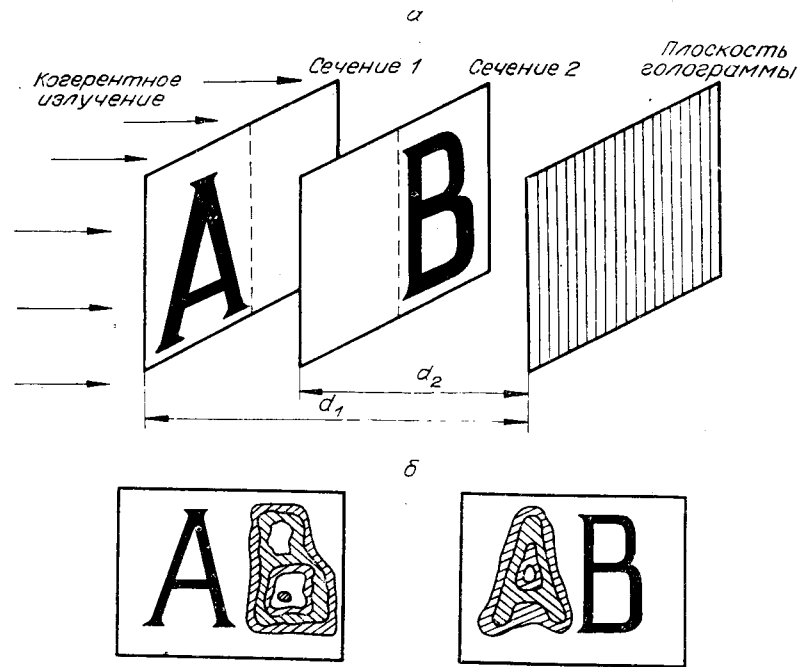


Рис. 2.

ного множителя и случайного фазового сдвига в характеристику среды

$$G(r, p) = \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda d} (p - r)^2 + \psi(r, p) \right], \quad (2)$$

где $\psi(r, p) = \chi(r, p) + j\varphi(r, p)$ — комплексная случайная функция, статистические характеристики которой исследовались в ряде работ [2, 3]. Часто можно полагать, что $\psi(r, p)$ — комплексное однородное изотропное гауссовское поле.

В соответствии с (2) могут быть выписаны в явном виде интересные нас функции G_1 , G_2 и G .

Заметим, что использование голограмм Фраунгофера ограничивает класс исследуемых объектов: они должны быть пространственными ансамблями частиц, близких к точечным рассеивателям (частицы эти могут находиться в движении). Такого рода объекты часто встречаются в самых различных сферах исследований: в биологии, аэрогидродинамике, ядерной физике и т. п. Анализируя голограмму точечного рассеивателя, нетрудно показать, что случайная среда модулирует амплитуду и фазу соответствующей ему сферической волны. На стадии восстановления точечного объекта по голограмме Фраунгофера, полученной в турбулентной среде, будет, таким образом, иметь место эффект фильтрации исходного пропускания, описываемого дельта-функцией, что приводит к размытию и смещению восстанавливаемого изображения. В случае множества рассеивателей сделанный вывод относится к каждому из них. Рассматривая же совокупность точечных рассеивателей как некое изображение, мы должны сделать вывод о снижении разрешающей способности системы голографической регистрации под воздействием случайной среды.

Ввод данных голографического эксперимента в ЭВМ. Возможны два подхода к вводу данных голографического эксперимента в ЭВМ: оптическое восстановление множества сечений трехмерного объекта с

Диаметр частицы «2а», мкм	Угол рассеяния, Φ_{\max}	Минимальный размер голограммы, мм ²	Разрешение устройства ввода Δ_x , мкм	Количество отсчетов на голограмме, $N \times N$
100	0,015	1,5×1,5	25,0	60×60
50	0,03	3,0×3,0	12,5	240×240
25	0,06	6,0×6,0	6,25	1000×1000
10	0,15	15,0×15,0	2,5	6000×6000

последующим вводом фотографии сечения; непосредственный ввод голограмм.

Непосредственный ввод голограмм в ЭВМ заставляет предъявлять высокие требования к разрешающей способности устройства ввода. Нетрудно показать, что максимальная пространственная частота на голограмме Фраунгофера обратно пропорциональна диаметру «2а» голографируемой микрочастицы. Известное правило Релея [1] гласит, что любая хорошая оптическая система не должна искажать фазу волнового фронта более чем на $\pi/2$. Принимая этот критерий, получаем, что разрешающая способность устройства ввода изображений Δ_x должна удовлетворять условию

$$\Delta_x < 2a/4. \quad (3)$$

В таблице приведены требования к разрешающей способности устройств ввода и необходимые линейные размеры голограмм для регистрации микрочастиц различного диаметра при условии, что голограмма находится на расстоянии $d=50$ мм от объекта.

Приведенная таблица показывает, что с использованием современных устройств ввода изображений в принципе возможно автоматизировать голографический эксперимент путем ввода голограмм в память ЭВМ.

Цифровое восстановление объекта по голограмме Фраунгофера может быть основано на решении интеграла Френеля — Кирхгофа [1]. Если плоская волна единичной амплитуды распространяется в направлении оси z и падает на помещенный в плоскости $z=0$ транспарант с амплитудным пропусканием $t(x, y)$, то спектр $A(\xi, \eta)$ комплексной амплитуды волны в плоскости $z=d$ имеет вид

$$A(\xi, \eta) = T(\xi, \eta) \Phi(\xi, \eta, d), \quad (4)$$

где

$$T(\xi, \eta) = F\{t(x, y)\}. \quad (5)$$

Символ F — прямое двумерное преобразование Фурье [1]. Функция $\Phi(\xi, \eta, d)$ имеет смысл передаточной функции среды и может быть вычислена после замены переменных как преобразование Фурье функции $G(r, \rho)$, определяемой соотношением (2).

Задача определения функции $T(\xi, \eta)$ или $t(x, y)$ из уравнения (4) является некорректной в смысле устойчивости решения [4]: малым отклонениям наблюдаемой функции $A(\xi, \eta)$ могут соответствовать большие отклонения решения. Ниже мы рассмотрим эффективные алгоритмы восстановления, позволяющие получать решения с заданной точностью.

Уравнение (4) выписано для двумерного объекта. Трехмерный объект в виде пространственного ансамбля частиц может быть представлен совокупностью плоских сечений, параллельных плоскости голограммы

$$t(x, y, z) = \sum_{i=1}^N t_i(x, y) \delta(z - z_i), \quad (6)$$

где $t_i(x, y)$ — изображение объекта в i -м сечении. Соответственно вместо уравнения (5) получаем

$$A(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^N T_i(\xi, \eta) \Phi(\xi, \eta, d_i). \quad (7)$$

Восстановление объекта на основании соотношения (7) должно осуществляться по сечениям.

Обратимся к случаю ввода в ЭВМ сечений трехмерного объекта, предварительно восстановленных оптическим путем. Процесс оптического восстановления изображения объекта в p -м сечении может быть описан воздействием линейного интегрального оператора $\overline{\Phi}_p$ с ядром $\overline{\Phi}(\xi, \eta, d_p \equiv \overline{\Phi}_p(\xi, \eta))$ на функцию (7).

В идеальном случае при отсутствии случайной среды и погрешностей выполняется условие

$$\Phi_p \overline{\Phi}_p = 1,$$

при этом, однако, в силу конечных размеров голограммы

$$\overline{\Phi}_p \Phi_i \neq 0, \quad i \neq p. \quad (8)$$

Рассматривая реальную голографическую систему, введем обозначение

$$H_{pi}(\xi, \eta) = \overline{\Phi}_p(\xi, \eta) \Phi_i(\xi, \eta). \quad (9)$$

Спектр восстановленного оптическим путем изображения p -го сечения с учетом введенных изображений может быть записан в виде

$$\tilde{T}_p(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^N T_i(\xi, \eta) H_{pi}(\xi, \eta), \quad p = \overline{1, N}. \quad (10)$$

Если выполняется условие (8), из (9) следует

$$\tilde{T}_p(\xi, \eta) = T_p(\xi, \eta) + \sum_{i=1, i \neq p}^N T_i(\xi, \eta) H_{pi}(\xi, \eta), \quad p = \overline{1, N}. \quad (11)$$

В хорошей оптической системе на восстанавливаемое изображение p -го сечения будут оказывать влияние лишь $L < N$ примыкающих к нему сечений. Тогда вместо соотношения (10) можно написать

$$\tilde{T}_p(\xi, \eta) = T_p(\xi, \eta) + \sum_{i=-L/2, i \neq 0}^{L/2} T_{p+i}(\xi, \eta) H_{p,p+i}(\xi, \eta), \quad p = \overline{1, N}. \quad (12)$$

Сравнивая (4) и (12), легко убедиться, что в обоих рассмотренных случаях ввода цифровое восстановление объекта (или каких-либо данных о нем), по существу, является некорректной обратной задачей.

Рассмотрим алгоритмы решения таких задач для выписанных уравнений.

Алгоритмы решения некорректной задачи цифрового восстановления. Регуляризованное решение уравнения (4) в частотной области с использованием общих результатов теории [4] может быть получено в виде

$$\hat{T}^\alpha(\xi, \eta) = \frac{1}{1 + \alpha \frac{M(\xi, \eta)}{|\hat{\Phi}(\xi, \eta, d)|^2}} \frac{A(\xi, \eta)}{\hat{\Phi}(\xi, \eta, d)}. \quad (13)$$

В решение (13) входит оценка $\hat{\Phi}(\xi, \eta, d)$ передаточной функции случайной среды. В качестве нулевого приближения можно вместо оценки использовать классическое решение для идеальной среды. Более строгий подход требует измерения передаточной функции и использования получаемых оценок ее в решении (13). Измерение это может быть выполнено с использованием тестового объекта, регистрируемого на голограмме вместе с исследуемым.

Перейдем к обсуждению вычислительных аспектов восстановления. Пусть в память ЭВМ записан двумерный массив комплексных чисел $A(k, l)$, полученный путем дискретизации по аргументам с шагом Δ функции $A(\xi, \eta)$, заданной на ограниченной части плоскости $G = \{\xi, \eta | -u/2 \leq \xi \leq u/2, -u/2 \leq \eta \leq u/2\}$, и вместо соотношения (4) используется

$$A(k, l) = T(k, l) \Phi(k, l, d), \quad (14)$$

где $T(k, l)$ и $\Phi(k, l, d)$ — соответственно отсчеты функций $T(\xi, \eta)$ и $\Phi(\xi, \eta, d)$ с шагом Δ по осям ξ и η .

Регуляризованное решение уравнения (14) может быть записано в виде

$$\hat{T}^\alpha(k, l) = \frac{1}{1 + \alpha \frac{M(k, l)}{|\Phi(k, l, d)|^2}} \frac{A(k, l)}{\Phi(k, l, d)}, \quad (15)$$

где $M(k, l)$ — отсчеты функций $M(\xi, \eta)$ с шагом Δ по осям.

Обозначив через F_D^{-1} обратное двумерное дискретное преобразование Фурье, запишем решение уравнения (4) в области пространственных переменных, соответствующее решению (15) в области спектра:

$$\hat{t}^\alpha(m, n) = F_D^{-1} \{ \hat{T}^\alpha(k, l) \}. \quad (16)$$

Восстановление объекта по уравнениям (15), (16) — серьезная вычислительная проблема. Как видно из таблицы, число отсчетов на голограмме составляет величину порядка 10^6 — 10^7 . Каждый отсчет обычно кодируется байтом информации. Исходный массив данных $A(k, l)$ приходится записывать во внешней памяти и для проведения требуемых вычислений переносить в оперативную память порциями, определяемыми объемом последней. Именно на операции обмена между оперативной и внешней памятью расходуется основная доля времени. Разработанная в нашем институте программа двумерного быстрого преобразования Фурье, написанная на ФОРТРАНе, позволяет вычислять спектр двумерного массива данных размером 512×512 элементов, записанного на магнитных дисках ЭВМ М-4030 за 40 мин, соответственно для массива 1024×1024 элементов указанное время возрастает до трех часов. Радикальным решением проблемы является создание специализированных процессоров [5].

Перейдем к рассмотрению алгоритмов восстановления, основанных на решении уравнения (12). Рассмотрим массив данных $\tilde{T}_p(k, l)$, соответствующий непрерывной функции $\tilde{T}_p(\xi, \eta)$. Вместо уравнения (12) имеет место соотношение

$$\tilde{T}_p(k, l) = T_p(k, l) H_{p,p}(k, l) + \sum_{i=-L/2}^{L/2, i \neq 0} T_{p+i}(k, l) H_{p,p+i}(k, l), \quad (17)$$

где $H_{p_i}(k, l)$ — двумерный массив, соответствующий функции $H_{p_i}(\xi, \eta)$.

Учитывая, что в реальных системах всегда присутствует белый шум, запишем модель наблюдения в спектральной области

$$z_p(k, l) = \tilde{T}_p(k, l) + n_p(k, l) \quad (18)$$

($n_p(k, l)$ — некоррелированные отсчеты шума наблюдения).

Эффективное решение уравнений (17), (18) возможно методами двумерной калмановской фильтрации [6]. Рассмотрим пример. Пусть $L=1$, т. е. на восстанавливаемое изображение в p -м сечении оказывает влияние расфокусированное изображение только одного, соседнего ($p-1$)-го слоя.

Уравнение наблюдения, согласно (17), (18), принимает вид

$$z_p(k, l) = T_p(k, l)H_{p,p}(k, l) + T_{p-1}(k, l)H_{p,p-1}(k, l) + n_p(k, l). \quad (19)$$

Введем в рассмотрение окрашенный шум от соседнего сечения

$$n_{e,p}(k, l) = T_{p-1}(k, l)H_{p,p-1}(k, l). \quad (20)$$

Полагаем, что корреляционные функции дискретного спектра изображения $T(k, l)$ и окрашенного шума $n_e(k, l)$ (индекс p для упрощения записи опускаем) соответственно записываются в виде

$$B_T(r, s) = \sigma_T^2 \rho_1^r \rho_2^s, \quad |\rho_1|, |\rho_2| \leq 1; \quad (21)$$

$$B_e(r, s) = \sigma_e^2 \mu_1^r \mu_2^s, \quad |\mu_1|, |\mu_2| \leq 1, \quad (22)$$

где σ_T^2 , σ_e^2 — соответственно дисперсии объекта и шума; ρ , μ — величины, определяющие корреляцию между элементами соответствующих двумерных массивов.

Используя результаты теории калмановской фильтрации [6], нетрудно получить уравнения оценки:

$$\begin{aligned} \hat{T}(k+1, l+1) &= \rho_1 \hat{T}(k+1, l) + \rho_2 \hat{T}(k, l+1) - \rho_1 \rho_2 \hat{T}(k, l) + \\ &+ P_{11}(k, l) [A(k, l) - \hat{\Phi}(k, l) \hat{T}(k, l) - \hat{n}_e(k, l)]; \\ n_e(k+1, l+1) &= \mu_1 \hat{n}_e(k+1, l) + \mu_2 \hat{n}_e(k, l+1) - \mu_1 \mu_2 \hat{n}_e(k, l) + \\ &+ P_{21}(k, l) [A(k, l) - \hat{\Phi}(k, l) \hat{T}(k, l) - \hat{n}_e(k, l)], \end{aligned}$$

которые легко реализуются на ЭВМ.

Входящие в систему уравнений (23) функции $P_{11}(k, l)$ и $P_{21}(k, l)$ определяются в результате решения системы двух разностных уравнений второго порядка (дисперсионного уравнения), не содержащих наблюдаемой функции.

Результаты двух экспериментов восстановления данных об объекте.

Для изучения взаимного влияния соседних слоев на восстанавливаемое изображение сечений был проведен эксперимент по реконструкции трехмерного объекта, состоящего из двух букв — «А» и «В», расположенных на различных расстояниях от плоскости голограммы (см. рис. 2, а).

Голограмма трехмерного объекта синтезировалась на ЭВМ путем имитации соотношения Френеля-Кирхгофа в параболическом приближении. Для каждого из сечений, представляющих собой двухградационные изображения букв на поле, содержащем 32×32 или 64×64 отсчетов яркости, рассчитывалось распределение комплексной амплитуды в плоскости голограммы, создавая общую дифракционную картину и имитируя процесс получения физической голограммы. При восстановлении изображений различных сечений трехмерного объекта наблюдалась динамика изменения уровня помех в виде расфокусированных изображений (см. рис. 2, б).

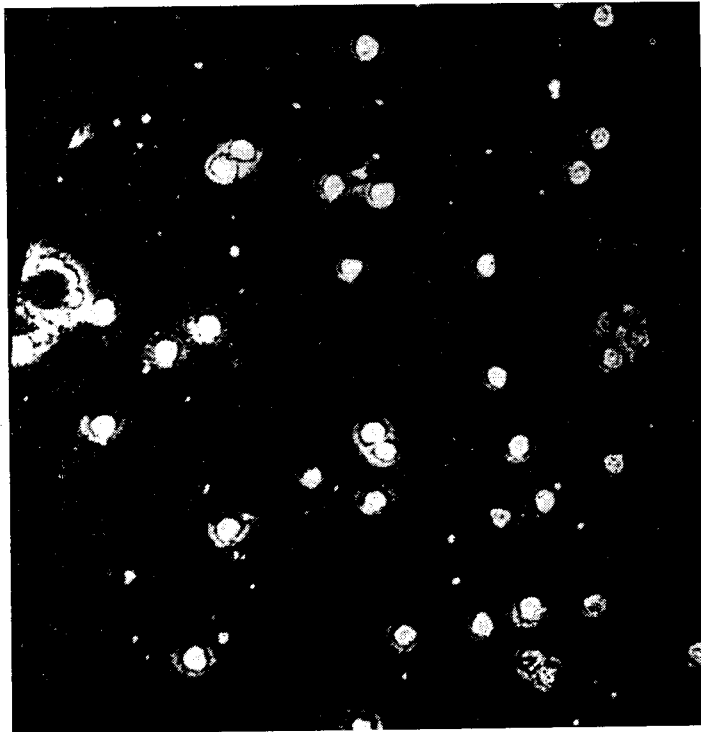


Рис. 3.

Если при оптическом восстановлении указанный параметр в основном определяется апертурой оптической системы, то при цифровом восстановлении качество восстанавливаемого изображения прежде всего зависит от величины погрешностей дискретизации голограмм в ЭВМ по аргументам и по уровням. Исследование показало, что при увеличении числа отсчетов на голограмме шум от расфокусированных изображений в соседнем сечении снижается по интенсивности и более равномерно распределяется по плоскости восстанавливаемого изображения.

Статистические характеристики шума позволяют удовлетворительно описать его моделью окрашенного шума, содержащего белую компоненту, и применить методы теории линейной фильтрации для повышения точности восстанавливаемых данных. Заметим, что подобный эксперимент описан в работе [7].

Во втором эксперименте решалась практическая задача классификации микрочастиц по размерам. По голограмме Фраунгофера оптическим путем восстанавливались и регистрировались на фотоматериале изображения сечений пространственного ансамбля микрочастиц. Пример типичного изображения сечения приведен на рис. 3. На фотографии отчетливо видны помехи в виде расфокусированных изображений. В описываемом эксперименте использовались изображения сечений восстановленных из тестовой голограммы ансамбля микрочастиц в виде спор ликопоидий, имеющих диаметр порядка 30 мкм. Каждое изображение сечения, восстановленное с голограммы оптическим путем, увеличивалось в 100 раз с помощью микроскопа, регистрировалось на фотопленку и вводилось в память ЭВМ с шагом дискретизации 25 мкм. Количество отсчетов 1024×1024 , каждый отсчет кодировался байтом информации. Далее осуществлялась фильтрация введенных двумерных массивов данных по описанным выше алгоритмам с целью уменьшения влияния помех в виде расфокусированных изображений. После

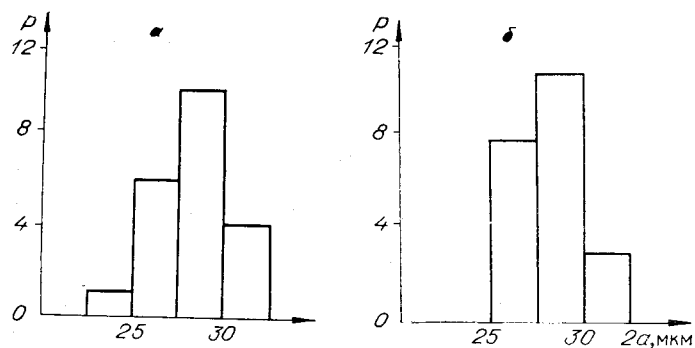


Рис. 4.

фильтрации производилась классификация частиц по размерам. Алгоритм классификации основывался на преобразовании изображения в бинарное путем порогового квантования и выделения контуров областей большой интенсивности. Эти области нумеровались с одновременным подсчетом площади частицы и координат ее центра тяжести.

Характерной особенностью описанного алгоритма классификации является возможность обработки изображений, записанных на магнитной ленте построчно, так как в оперативной памяти ЭВМ должны находиться лишь две строки изображения. Результатом обработки по алгоритмам фильтрации-классификации является массив данных $\{s_i, x_i, y_i, z_i\}$, $i = \overline{1, M}$, где s_i — площадь частицы, (x_i, y_i, z_i) — декартовы координаты центра частицы, M — число частиц в исследуемом объеме. В результате проведенного эксперимента построены гистограммы распределения микрочастиц по размерам в каждом из двух рассматриваемых сечений, находящихся соответственно на расстоянии 40 мкм (рис. 4, а) и 50 мкм (рис. 4, б) от плоскости голограммы. Анализ гистограмм подтверждает работоспособность предложенных методов цифровой восстановления данных и позволяет рекомендовать их для автоматизации голографического эксперимента.

Автор благодарен А. Г. Храмову за проведение машинных экспериментов с голограммами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голография. М., «Мир», 1973.
2. Gaskill J. D. Imaging through a randomly inhomogeneous medium by wavefront reconstruction.— "J. Opt. Soc. Amer.", 1968, vol. 58, p. 5.
3. Yura H. T. Holography in a random spatially inhomogeneous medium.— "Appl. Opt.", 1973, vol. 12, p. 6.
4. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М., «Наука», 1974.
5. Аврорин А. В., Брейтман Б. А., Волков Ю. К., Грузнов Ю. К., Копылов Е. А., Коршевер И. И., Кузнецов В. В., Кузнецов Г. Н., Ремель И. Г. Система для цифрового восстановления голографических изображений в реальном времени эксперимента.— В кн.: Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ. (Материалы Всесоюзной конференции 9—11 июня 1977 г.). Новосибирск, изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1977, с. 7—11.
6. Кловский Д. Д., Соيفер В. А. Обработка пространственно-временных сигналов. М., «Связь», 1976.
7. Demetrikopoulos T. H., Mittra R. Digital and optical reconstruction of images from suboptical diffraction patterns.— "Appl. Opt.", 1974, vol. 13, N 3, p. 665—670.

Поступила в редакцию 6 октября 1976 г.