Возьмем другое разбиение на бруски с длинами ребер (1/5, 1/15, 1/6, 1/2), реализуемое процедурой (9) в следующем порядке: $l_1=2$, $l_2=4$, $l_3=3$, $l_4=1$. Для данного разбиения процедура (10) приобретает вид

$$n_5=r_2+15(r_4+2(r_3+6r_1)),$$

где

$$r_2=u_2=15\{[15\hat{b}_5^{(2)}+1/2]^+/15\}^+,\quad \hat{b}_5^{(2)}=\{\hat{\varphi}_2-\hat{\varphi}_5/15\}^+,$$

$$r_4=u_4=2\{[2\hat{b}_4^{(4)}+1/2]^+/2\}^+,\quad \hat{b}_4^{(4)}=\{\hat{\varphi}_4-(\hat{\varphi}_5+r_2)/6\}^+,$$

$$r_3=u_3=6\{[6\hat{b}_3^{(3)}+1/2]^+/6\}^+,\quad \hat{b}_3^{(3)}=\{\hat{\varphi}_3-5(\hat{\varphi}_5+r_2)/36-25r_4/12\}^+,$$

$$r_1=u_1=5\{[5\hat{b}_2^{(1)}+1/2]^+/5\}^+,\quad \hat{b}_2^{(1)}=\{\hat{\varphi}_1-8(\hat{\varphi}_5+r_2)/75-8(r_4+2r_3)/5\}^+$$

имеет интервал однозначности x_m, равный [0, 2), и другие условия безошибочного решения задачи, зависящие от длин ребер брусков.

В заключение отметим, что несоответствие исходного интервала восстанавливаемой величины x'_m с интервалом параметра x_m, определенного с помощью процедуры (10), устраняется преобразованием

$$\hat{\varphi}_i=\{\hat{\varphi}'_i+\Delta\}^+,\quad x'_m=x_m-\Delta,$$

где $\Delta=x_m-x'_m=a-a'=b-b'$ — величина сдвига интервала.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Глобенко Ю. В., Скрыпник Г. И.** О разрешении неоднозначности циклических измерений.— «Автометрия», 1972, № 4, с. 69.
2. **Собцов Н. В.** Оценка максимального правдоподобия многошкальной измерительной системы.— «Радиотехника и электроника», 1972, т. 17, № 10, с. 2076.
3. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. Ч. II. М., «Сов. радио», 1968.
4. **Бухштаб А. А.** Теория чисел. М., «Просвещение», 1966.

Поступила в редакцию 15 ноября 1977 г.

УДК 621.317.080

В. В. ПИЦЫК, Н. И. ХОМЕНКО

(Москва)

ОДНОШКАЛЬНЫЙ МЕТОД РАСКРЫТИЯ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ В ФАЗОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Противоречие между точностью и однозначностью фазовых измерений разрешается в навигации на основе многошкальных методов отсчета с использованием нескольких масштабных частот [1].

В настоящей работе предпринята попытка алгоритмического подхода к раскрытию неоднозначности измерений в фазовых навигационных системах, работающих на одной масштабной частоте.

Пусть положение объекта в $\mathcal{E}$-области q-мерного евклидова пространства характеризуется множеством $\mathbf{X}$ векторов $\mathbf{X}_i$, $i=\overline{1, n}$, вещественные компоненты которых $\{x_{i\upsilon}\}$, $\upsilon=\overline{1, q}$, являются фазовыми координатами объекта в i-й момент времени наблюдения. Положение передающих станций навигационной системы в области $\mathscr{E}$ задано множеством $\boldsymbol{Y}$ векторов $\boldsymbol{Y}_j=\{y_{j\nu}\}$, где $j=\overline{1,\ m}$ — номер передающей станции, $m\geqslant q$.

Введем расстояние $R_j=d(\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{Y}_j)$ и рассмотрим случай, когда имеет место неоднозначность измерений, т. е. $R_j>\lambda/2$, где λ — длина волны излучаемых колебаний.

Приращение фазы излучаемых колебаний в точке приема характеризуется фазовыми параметрами

$$\Phi_j=R_j/\lambda=\Phi_{0j}+\varphi_j,\ j=\overline{1,\ m}, \tag{1}$$

где Φ_{0j} — неизвестные постоянные величины, значения которых соответствуют целому числу фазовых циклов; φ_j — спрямленные в соответствии с выражением

$$\varphi_{ij}=[\varphi_{i-1j}-\psi_{ij}+0{,}5]+\psi_{ij},\ i=\overline{1,\ n},\ j=\overline{1,\ m}, \tag{2}$$

значения фазовых параметров. В выражении (2): φ_{ij} — элементы вектора φ_j; $[\ldots]$ — операция выделения целой части; ψ_{ij} — измеряемые величины, представляющие собой дробную часть фазовых циклов.

Пусть задан вектор $\boldsymbol{\Phi}_{0(p)}=\{\boldsymbol{\Phi}_{0j(p)}\}$ и справедливо соотношение

$$\Delta\boldsymbol{\Phi}_{0(p)}=\boldsymbol{\Phi}_0-\boldsymbol{\Phi}_{0(p)}, \tag{3}$$

где $\Delta\boldsymbol{\Phi}_{0(p)}=\{\Delta\boldsymbol{\Phi}_{0j(p)}\}$ — неизвестный вектор поправок к вектору $\boldsymbol{\Phi}_{0(p)}$, определенному, например, по априорным данным на p-м цикле вычислений.

Определим среди m элементов вектора $\boldsymbol{\Phi}_j=\{\Phi_{ij}\}$, $i=\overline{1,\ n}$, $j=\overline{1,\ m}$, такое минимальное количество $s\leqslant m$, при котором обеспечивается однозначность соотношения

$$\boldsymbol{X}_i=F(\Phi_{ik},\ \boldsymbol{Y}_k),\ k=\overline{1,\ s} \tag{4}$$

(F — нелинейный оператор).

Для оставшихся $r=m-s$ элементов вектора Φ_j, $j=\overline{1,\ m}$, можно получить зависимость

$$\begin{gathered}\Phi_{il}=\mathscr{F}(\boldsymbol{X}_i,\ \boldsymbol{Y}_l)=Q(\Phi_{ik},\ \boldsymbol{Y}_j),\\ i=\overline{1,\ n},\ j=\overline{1,\ m},\ k=\overline{1,\ s},\ l=\overline{1,\ r},\end{gathered} \tag{5}$$

где операторы $\mathscr{F}$ и Q определяются с учетом выражений (1), (2) и (4).

Учитывая соотношение (3), зависимость (5) представим в виде

$$\Phi_{il}=Q(\varphi_{ik},\ \Phi_{0k(p)},\ \boldsymbol{Y}_j,\ \Delta\Phi_{0k(p)}). \tag{6}$$

Введем вектор-функцию $\boldsymbol{W}_l=\{W_{il}\}$, $i=\overline{1,\ n}$, $l=\overline{1,\ r}$, определенную как

$$\boldsymbol{W}_l=\boldsymbol{\Phi}_l-\boldsymbol{\Phi}_l^*, \tag{7}$$

где $\boldsymbol{\Phi}_l$ — вектор, компоненты которого задаются зависимостью (6), а вектор $\boldsymbol{\Phi}_l^*$ находится из выражения

$$\boldsymbol{\Phi}_l^*=\varphi_l+\Phi_{0l(p)}+\Delta\Phi_{0l(p)}. \tag{8}$$

Обозначим через $\tilde{\Phi}_j$ вектор с элементами

$$\tilde{\Phi}_{ij}=\Phi_{0j(p)}+\tilde{\varphi}_{ij},\ i=\overline{1,\ n},\ j=\overline{1,\ m}, \tag{9}$$

где $\tilde{\varphi}_{ij}$ определяется выражением (2) при подстановке в него результатов измерений

$$\tilde{\psi}_{ij} = \psi_{ij} + \xi_{ij}. \tag{10}$$

Здесь ξ_{ij} — нормальный стационарный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей K_ξ.

При подстановке значений фазовых параметров $\tilde{\mathbf{\Phi}}_j$ в выражения (4) и (5) получим вектор расчетных значений фазовых параметров $\hat{\mathbf{\Phi}}_l$, $l=\overline{1, r}$. Образуем невязку измерений [2]

$$\boldsymbol{W}_l = \hat{\mathbf{\Phi}}_l - \tilde{\mathbf{\Phi}}_l, \quad l=\overline{1, r}, \tag{11}$$

которая является основной апостериорной информацией при определении вектора поправок $\Delta\mathbf{\Phi}_{0(p)}$.

Таким образом, задача алгоритмического раскрытия неоднозначности измерений в фазовых навигационных системах, работающих на одной масштабной частоте, формулируется как задача оценки вектора $\Delta\mathbf{\Phi}_{0(p)}$ по данным измерений $\tilde{\psi}_{ij}$, $i=\overline{1, n}$, $j=\overline{1, m}$, с использованием функциональной зависимости (7) и вектора невязок (11).

Используя результаты измерений, полученные в различные моменты времени вдоль траектории движения объектов при $n>m$, будем искать оценку вектора $\Delta\mathbf{\Phi}_{0(p)}$ по методу максимума правдоподобия [3].

Введем в рассмотрение корреляционную матрицу вектора $\boldsymbol{W}=\{\boldsymbol{W}_l\}$, $l=\overline{1, r}$, [2]:

$$K_{\boldsymbol{W}} = A_{(p)} K_\xi A^T_{(p)}, \tag{12}$$

где $A_{(p)} = \dfrac{\partial W}{\partial \mathbf{\Phi}_{0(p)}}$ — блочно-диагональная матрица $A_{(p)}=\{A_{lj(p)}\}$, блоки которой $A_{lj(p)}$, $l=\overline{1, r}$, $j=\overline{1, m}$, состоят из диагональных матриц $A_{lj(p)}=\{a_{ilj(p)}\}$. В результате минимизации функционала, составленного по методу максимума правдоподобия, приходим к оценке

$$\hat{\Delta}\mathbf{\Phi}_{0(p)} = \left(A^T_{(p)} K^{-1}_{\boldsymbol{W}} A_{(p)}\right)^{-1} A^T_{(p)} K^{-1}_{\boldsymbol{W}} \tilde{\boldsymbol{W}}. \tag{13}$$

На последнем шаге итераций искомый вектор вычислений Φ_0 определяется как

$$\mathbf{\Phi}_{0(p)} = \mathbf{\Phi}_{0(p-1)} + \hat{\Delta}\mathbf{\Phi}_{0(p)}. \tag{14}$$

Операция уточнения вектора $\mathbf{\Phi}_{0(p)}$ проводится до вхождения в заданную ε-окрестность.

Исследования предлагаемого метода раскрытия неоднозначности фазовых измерений на одной масштабной частоте проведены применительно к фазогиперболической навигационной системе с четырьмя передающими станциями для $q=2$ и $r=1$. Исследования проводились для различных вариантов расположения передающих станций по отношению к траектории движения объекта, при разных уровнях случайных погрешностей измерения фазовых параметров и произвольных значениях вектора $\mathbf{\Phi}_{0(p)}$. Точность оценки вектора $\mathbf{\Phi}_0$ определялась корреляционной матрицей

$$K_{\hat{\Delta}} = \left(A^T_{(p)} K^{-1}_{\boldsymbol{W}} A_{(p)}\right)^{-1} \tag{15}$$

на последнем итерационном шаге вычислений.

Расчеты показали, что среднеквадратическая ошибка оценки вектора $\mathbf{\Phi}_0$ составляет 15—45% от среднеквадратического отклонения измерений фазовых параметров в зависимости от вида траектории и расположения передающих станций системы.

Повышение точности достигается введением корреляционной матрицы K_{Φ_0} оцениваемого вектора. Так, оценки, получаемые с помощью выражения

$$\widehat{\Delta}^*\Phi_{0(p)} = \left(K_{\Phi_0}^{-1} + K_{\widehat{\Delta}}^{-1}\right)^{-1} A_{(p)}^T K_{\widetilde{W}}^{-1} \widetilde{W},$$

в среднем в полтора раза точнее, чем оценки $\widehat{\Delta}\Phi_{0(p)}$.

Полученные точности являются достаточными для практического применения метода, который позволяет упростить структуру навигационных систем за счет исключения дополнительных масштабных частот излучаемых сигналов и сокращения при этом числа радиоканалов.

Авторы пользуются возможностью поблагодарить Г. А. Барышева за постановку задачи и поддержку при ее решении.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Астафьев Г. П., Шебшаевич В. С., Юрков Ю. А.** Радиотехнические средства навигации летательных аппаратов. М., «Сов. радио», 1962.
2. **Пушной Б. М., Чейдо Г. П.** Метод использования структурной избыточности измерительной системы при обработке экспериментальных данных с систематическими погрешностями.— «Автометрия», 1970, № 5, с. 20—29.
3. **Линник Ю. В.** Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М., Физматгиз, 1962.

Поступила в редакцию 17 октября 1977 г.

УДК 535.317.1 : 621.391.156

В. А. СОЙФЕР

(Куйбышев)

АЛГОРИТМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАННЫХ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Введение. На пути практического использования голографии в прикладных задачах возникает трудность принципиального характера. Оптическая голография дает возможность регистрации на фотоматериале амплитуд и фаз волнового фронта и последующего восстановления объемного изображения объекта, которому этот волновой фронт соответствует. На плоской голограмме компактно записывается чрезвычайно большой объем данных в голографируемом объекте. Как правило, в практических приложениях задача не исчерпывается необходимостью хранения и визуализации изображения объекта, а ставится значительно шире: как задача исследования, т. е. количественного и качественного анализа, и использования полученных данных для построения моделей и принятия решения. Именно здесь возникает принципиальное, присущее оптической голографии вообще противоречие между большим объемом данных, воспроизводимых с голограммы, и малой пропускной способностью исследователя, осуществляющего визуальные наблюдения восстановленного изображения. Преодолеть это противоречие можно с помощью ЭВМ и методов цифровой голографии, позволяющих автоматизировать голографический эксперимент. При этом зарегистрированная оптическая голограмма должна рассматриваться как источник полной информации об исследуемом объекте. Процедура восстановления