Описанное устройство стабилизации разности хода позволяет снизить требования к виброзащите, предъявляемые к установкам данного типа, и дает возможность их применения в промышленных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Голография.** Методы и аппаратура. Под ред. В. М. Гинзбурга, Б. М. Степанова. М., «Сов. радио», 1974, с. 245—270.
2. **Бондаренко А. Н., Маслов Б. Я., Рудая Б. Б., Троценко Р. П.** Оптическая установка для измерения сверхмалых акустических колебаний.— «ПТЭ», 1975, № 6, с. 211—213.

Поступило в редакцию 21 июня 1977 г.

УДК 621.391.512

В. К. ТРОФИМОВ, Л. С. ХАСИН
(Новосибирск)

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОПТИМАЛЬНОГО УНИВЕРСАЛЬНОГО КОДИРОВАНИЯ

Широкое применение в системах связи нашли созданные в последние годы алгоритмы устранения избыточности. Этим обусловливается интенсивное исследование проблемы сложности кодирования и декодирования источников [1—6]. Ниже предлагается оптимальный метод кодирования марковских источников и оценивается сложность кодирования и декодирования этим методом.

Будем разбивать последовательность букв, порождаемую источником, на слова u длины $|u|=n$ и кодировать словами из алфавита $\{0, 1\}$. Всюду в дальнейшем $\log m = \log_2 m$.

1. Пусть марковский источник π порождает бесконечную последовательность букв алфавита $\{a_1, a_2\}$. Обозначим через $r_{ij}(u)$ число переключений с буквы a_i на букву a_j в слове u; $i, j=1, 2$. Положим $r_1(u)=r_{11}(u)+r_{12}(u)$; $r_2(u)=r_{21}(u)+r_{22}(u)$. Как известно [2], существует кодирование φ_1 с длинами $|\varphi_1(u)|$ кодовых слов, удовлетворяющими соотношениям:

$$|\varphi_1(u)| = 2\log\log n + \log r_1(u) + \frac{1}{2}\left(\widetilde{\log}\frac{r_{11}(u)}{r_1(u)} + \widetilde{\log}\frac{r_{12}(u)}{r_1(u)}\right) + D_1(u) +$$
$$+\widetilde{\log}\, C_{r_1(u)}^{r_{11}(u)} + \widetilde{\log}\, r_2(u) + \frac{1}{2}\left(\widetilde{\log}\frac{r_{21}(u)}{r_2(u)} + \widetilde{\log}\frac{r_{22}(u)}{r_2(u)}\right) + D_2(u) + \widetilde{\log} C_{r_2(u)}^{r_{21}(u)}. \quad (1)$$

Здесь $D_1(u)$ и $D_2(u)$ выбраны так, что

$$\sum_{|u|=n} 2^{-|\varphi_1(u)|+2\log\log n} \leqslant 1,$$

$$D_i(u) \leqslant D = \left]\log\prod_{j=2}^{\infty}\frac{j^2}{1-j^2}\right[, \quad i=1, 2,$$

$$\widetilde{\log}\, x = \begin{cases}\log x, & x>0,\\ 1, & x=0,\end{cases} \quad \frac{0}{0}=0,$$

т. е. существует дешифрируемый код [1] с длинами кодовых слов $|\varphi_1(u)|-2\log\log n$. Используя формулу Стирлинга, нетрудно показать, что избыточность кодирования φ_1 (обозначается в дальнейшем $R(n, \pi, \varphi_1)$) удовлетворяет неравенству

$$R(n, \pi, \varphi_1) \leqslant \frac{\log n}{n} + \frac{2D}{n} + \frac{\log\log n}{n}. \quad (2)$$

Из работ [2, 3] и формулы (2) следует, что кодирование φ_1 асимптотически оптимально. Опишем процедуру, которая каждому слову u ставит в соответствие слово $\widetilde{\varphi}_1(u)$ длины $|\widetilde{\varphi}_1(u)|$, удовлетворяющей неравенству

$$|\widetilde{\varphi}_1(u)| \leqslant |\varphi_1(u)|+4, \quad (3)$$

где $|\varphi_1(u)|$ определено согласно равенству (1). В силу (2) и (3) кодирование $\tilde{\varphi}_1$ будет асимптотически оптимальным.

Данное слово u разобьем на два подслова $A(u)$ и $B(u)$ так, как это было сделано в [5]; $A(u)$ имеет длину $r_1(u)$ и содержит $r_{11}(u)$ букв a_1, а $B(u)$ имеет длину $r_2(u)$ и содержит $r_{21}(u)$ букв a_1. Процедура кодирования будет состоять в следующем:

а) Два символа кодового слова $\tilde{\varphi}_1(u)$ должны указывать на первую и последнюю буквы слова u. Обозначим этот префикс через $\delta(u)$.

б) Пусть $\psi_i(u)$ — двоичная запись числа $r_{i1}(u)$, содержащая

$$|\psi_i(u)| = \left]\log r_i(u) + D_i(u) + \frac{1}{2}\left(\widetilde{\log}\frac{r_{i1}(u)}{r_i(u)} + \log\frac{r_{i2}(u)}{r_i(u)}\right)\right[$$

разрядов, $i=1, 2$.

Очевидно, $|\varphi_i(u)| \lesssim \log n$.

в) Пусть, далее $\xi_i(u)$ — двоичная запись числа разрядов в $\psi_i(u)$, $i=1, 2$; $|\xi_i(u)| \lesssim \log\log n$.

г) Пусть $N(A(u))$ и $N(B(u))$ — номера слов $A(u)$ и $B(u)$ соответственно, вычисляемые согласно [4] по формулам:

$$N(A(u)) = C^1_{i_1-1} + \ldots + C^{r_{11}(u)}_{i_{r_{11}(u)}-1}; \tag{4}$$

$$N(B(u)) = C^1_{j_1-1} + \ldots + C^{r_{21}(u)}_{j_{r_{21}(u)}-1} \tag{5}$$

$(i_1, \ldots, i_{r_{11}(u)})$; $(j_1, \ldots, j_{r_{21}(u)})$ — позиции буквы a_1 в словах $A(u)$ и $B(u)$ соответственно. Тогда

$$N(A(u)) \leqslant C^{r_{11}(u)}_{r_1(u)}; \tag{6}$$

$$N(B(u)) \leqslant C^{r_{21}(u)}_{r_2(u)}. \tag{7}$$

Определим теперь отображение $\tilde{\varphi}_1$ следующим образом: $\tilde{\varphi}_1(u)$ — конкатенация слов $\delta(u)$, $\xi_1(u)$, $\xi_2(u)$, $\psi_1(u)$, $\psi_2(u)$, $N(A(u))$, $N(B(u))$, т. е.

$$\varphi_1(u) = \delta(u)\xi_1(u)\xi_2(u)\psi_1(u)\psi_2(u)N(A(u))N(B(u)).$$

Под номера $N(A(u))$ и $N(B(u))$ в кодовом слове $\tilde{\varphi}_1(u)$ отведем соответственно $\left]\log C^{r_{11}(u)}_{r_1(u)}\right[$ и $\left]\log C^{r_{21}(u)}_{r_2(u)}\right[$ двоичных разрядов. Нетрудно убедиться, что $\tilde{\varphi}_1$ удовлетворяет неравенству (3) и, следовательно, оно будет оптимальным в смысле асимптотического убывания избыточности. Перейдем к оценке сложности кодирования $\tilde{\varphi}_1$. Можно построить схемы из функциональных элементов (СФЭ), суммарная сложность которых не превосходит c_1n^2 и которые по слову u выдают соответственно наборы $\delta(u)$, $\xi_1(u)$, $\xi_2(u)$, $\varphi_1(u)$, $\psi_2(u)$. Номера $N(A(u))$ и $N(B(u))$ найдем по формулам (4) и (5). Используя метод быстрого умножения [7] и метод быстрого деления [7], с помощью лемм 3.4, 3.5, 2.3 из [8] можно построить СФЭ, суммарная сложность которых не превосходит $c_2n^2\log^{3(1+\varepsilon_n)}n$ $(\varepsilon_n \to 0,\ n\to\infty)$ и которые по слову u выдают двоичные записи чисел $N(A(u))$, $N(B(u))$. Таким образом, сложность кодирования $L_1(n, \tilde{\varphi}_1)$ удовлетворяет неравенству

$$L_1(n, \tilde{\varphi}_1) \lesssim n^2\log^{3(1+\varepsilon_n)}n \quad (\varepsilon_n \to 0,\ n\to\infty)^*.$$

Опишем теперь процедуру декодирования. Приняв слово $\tilde{\varphi}_1(u) = \delta(u)\xi_1(u)\xi_2(u)\psi_1(u)\times$ $\times\psi_2(u)N(A(u))N(B(u))$, по $\delta(u)$ восстанавливаем начальную и конечную буквы слова u, по $\xi_1(u)$, $\xi_2(u)$ — количества разрядов, отведенных под $\psi_1(u)$ и $\psi_2(u)$. Затем, расшифровывая $\psi_1(u)$ и $\psi_2(u)$, находим числа $r_{11}(u)$ и $r_{21}(u)$; зная $r_{11}(u)$ и $r_{21}(u)$, начальную и конечную буквы слова u, нетрудно восстановить всю матрицу

$$\begin{pmatrix} r_{11}(u) & r_{12}(u) \\ r_{21}(u) & r_{22}(u) \end{pmatrix}.$$

Используя метод быстрого деления и алгоритм декодирования, описанный в [8] (лемма 3.10), можно построить СФЭ, реализующую предложенное декодирование, затратив не более

$$c_4n^2\log^{3\left(1+\varepsilon'_n\right)}n \quad \left(\varepsilon'_n \to 0,\ n\to\infty\right)$$

---

* Неравенство $a(n) \lesssim b(n)$ означает, что существует константа c_3 такая, что для достаточно больших n $a(n) \leqslant c_3b(n)$.

элементов. Таким образом, сложность декодирования $L_2(n, \widetilde{\varphi}_1)$ удовлетворяет неравенству $L_2(n, \widetilde{\varphi}_1) \leqslant n^2 \log^{3(1+\varepsilon'_n)} n \quad (\varepsilon'_n \to 0,\ n \to \infty)$.

2. Пусть появление очередной буквы, порождаемой источником, зависит от s предыдущих, т. е. рассмотрим марковский источник связности s, $s>1$, порождающий бесконечную последовательность букв алфавита $\{a_1, \ldots, a_k\}$, $k>2$. Как известно [9], заменой входного алфавита любой марковский источник связности $s>1$ сводится к марковскому источнику связности $s=1$. Поэтому будем считать, что $s=1$. С другой стороны, в соответствии с результатами [4] кодирование произвольного слова u длины n, порождаемого марковским источником с k входными буквами, сводится к кодированию не более $(k-1)$ слов, суммарная длина которых не превосходит n, в алфавите из двух букв. Поэтому кодирование сводится к кодированию, изученному в предыдущем пункте, и требует затраты не более $c_5 n^2 \log^{3(1+\varepsilon_n)} n$ элементов на кодирование и не более $c_6 n^2 \log^{3(1+\varepsilon'_n)} n$ элементов на декодирование $(\varepsilon_n \to 0, \varepsilon'_n \to 0,\ n \to \infty)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кричевский Р. Е.** Лекции по теории информации. Новосибирск, изд. НГУ, 1970.
2. **Штарьков Ю. М.** Кодирование сообщений конечной длины на выходе источника с неизвестной статистикой.— В кн.: V конференция по теории кодирования и передачи информации. Т. 1. Теория информации. Москва — Горький, 1972, с. 147—152.
3. **Трофимов В. К.** Избыточность универсального кодирования произвольных марковских источников.— «Проблемы передачи информации», 1974, т. 10, № 4, с. 16—24.
4. **Бабкин В. Ф.** Метод универсального кодирования независимых сообщений неэкспоненциальной трудоемкости.— «Проблемы передачи информации», 1971, т. 7, № 4, с. 13—21.
5. **Бабкин В. Ф., Штарьков Ю. М.** Нумерация последовательностей с заданным числом переходов.— В кн.: Кодирование в сложных системах. М., «Наука», 1974, с. 175—180.
6. **Cover T. M.** Enumerative source encoding.— "IEEE Trans. on Inform. Theory", 1973, vol. IT 19, N 1, p. 73—77.
7. **Кнут Д.** Искусство программирования для ЭВМ. Т. 2. М., «Мир», 1977.
8. **Лупанов О. Б.** Об одном подходе к синтезу управляющих систем — принципе локального кодирования.— В кн.: Проблемы кибернетики. Вып. 14. М., «Наука», 1965, с. 31—110.
9. **Романовский В. И.** Дискретные цепи Маркова. М., Гостехиздат, 1949.

Поступило в редакцию 6 декабря 1977 г.

УДК 62—501.22 : 534

В. Т. ЛЯПУНОВ

(Ленинград)

К ЧИСЛЕННОМУ АНАЛИЗУ ВЗАИМНЫХ СПЕКТРОВ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

В ряде работ показаны возможности и преимущества анализа спектров мощности и взаимных спектров временных рядов, минуя стадию расчета функции взаимной корреляции путем осреднения произведений спектров амплитуд [1—3]. В этих работах используются следующие оценки:

а) для взаимного спектра

$$S_{12}(f) = \frac{1}{Np} \sum_{j=1}^{p} Z_{1j}(f)\, Z^*_{2j}(f), \tag{1}$$

где

$$Z_{nj}(f) = \sum_{t=1}^{N} e^{-i2\pi tf} z_{nj}(t)\, w(t) \tag{2}$$

— оценки комплексных спектров амплитуд временных рядов $z_{nj}(t)$, * означает комплексно-сопряженную величину; f — частота $(f=l/N)$; $w(t)$ — весовая функция для временного ряда $z_{nj}(t)$;