

## ОПТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 535.4 : 778.38

А. КОЗМА, Ч. КРИСТЕНСЕН

(Мичиган, США)

### ВЛИЯНИЕ СПЕКЛ-СТРУКТУРЫ НА РАЗРЕШАЮЩУЮ СПОСОБНОСТЬ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**Введение.** При рассмотрении диффузных объектов, освещаемых когерентным излучением, качество изображения ухудшается из-за наличия спекл-структуры. Действие спекла состоит в том, что он вносит шум, который маскирует пространственную информацию изображения.

Спекл присутствует независимо от длины волны, пока излучение когерентно. Следовательно, это явление можно наблюдать в голографии и других системах изображения, где применяются лазеры, работающие в видимом и инфракрасном спектре. Оно также имеет место в диапазоне микроволн, например, в радарах с синтезированной апертурой или в ультразвуковых системах изображения с когерентным звуковым излучателем. Во всех системах спекл, несомненно, снижает разрешение, которое может быть получено с некогерентным освещением при той же апертуре. Поскольку применение когерентного освещения имеет ряд важных преимуществ, необходимо понять, как спекл-структура влияет на разрешающую способность и пригодность к распознаванию и идентификации изображений когерентных оптических систем.

Вредное влияние спекла на разрешающую способность было отмечено в [1—6]. Недавно Юнг и др. [6] провели несколько экспериментов, используя диффузно-освещенную мишень Национального бюро стандартов и оптометр, и показали, что спекл ухудшает разрешающую способность в 5 или 6 раз. Представленная здесь работа развивает эти результаты. Апертура, необходимая для разрешения когерентно-освещенной диффузной решетки, сравнивается с апертурой, требуемой для разрешения решетки, освещенной некогерентно. Проведена оценка степени некогерентного усреднения, необходимого для улучшения разрешающей способности когерентного изображения. Определена апертура, требуемая для разрешения полутонных объектов при использовании когерентного освещения. Эти результаты сравниваются с результатами, полученными при использовании некогерентного освещения, а также проводится оценка некогерентного сглаживания, необходимого для того, чтобы приблизиться к характеристикам некогерентной системы.

**Экспериментальное устройство.** Оптическая система установки показана на рис. 1. Она состоит из двух склеенных астрономических дублетов с апертурой 128 мм и фокусным расстоянием 629 мм, расположенных афокально к апертурной диафрагме, помещенной посередине между линзами. В этой схеме плоскость объекта  $O$  изображается с единичным увеличением в плоскости изображения  $I$ , а ирисовая диафрагма  $F$  используется для управления пространственно-частотной характе-

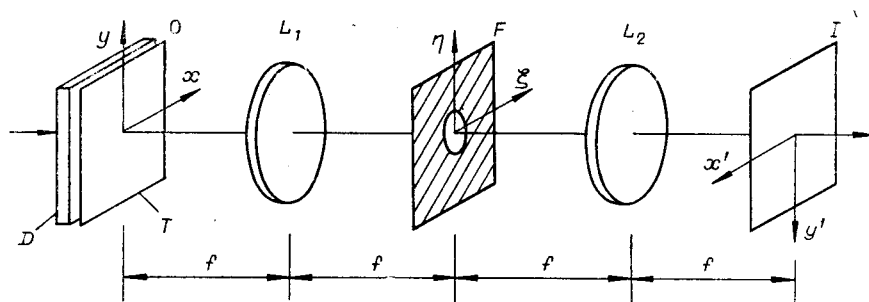


Рис. 1. Оптическая система:

$D$  — рассеиватель с матовым стеклом;  $O$  — плоскость объекта;  $T$  — объектный транспарант;  $L_1$  и  $L_2$  — линзы, образующие афокальную систему изображения;  $F$  — плоскость фильтра с круговой апертурой;  $I$  — плоскость изображения;  $f$  — фокусное расстояние линз  $L_1$  и  $L_2$ .

ристикой процесса изображения. Диафрагма  $F$  имеет круглое отверстие, диаметр которого может изменяться от 0,9 до 20 мм. Когда требуются апертуры меньше 0,9 мм, устанавливаются круглые диафрагмы диаметром от 0,4 до 0,6 мм.

Для создания диффузного освещения перед плоскостью объекта  $O$  установлен неподвижный матовый рассеиватель, на который направляется излучение аргонового лазера, работающего на длине волны 514,5 нм. Для получения пространственно-некогерентного освещения устанавливался дополнительный рассеиватель между источником света и неподвижным матовым стеклом. Этот непрерывно движущийся рассеиватель служит в качестве пространственно-некогерентного источника. Так как матовое стекло деполаризует свет лазера, то за плоскостью транспаранта  $O$  помещается линейный поляризатор, выделяющий одну компоненту светового поля.

Изображение транспаранта, расположенного в плоскости  $O$ , наблюдается в плоскости  $I$  с помощью микроскопа. Оно регистрируется непосредственно 35-миллиметровой фотокамерой или с помощью вспомогательной оптической системы проектируется с увеличением на специальную поляроидную пленку. Оптическая система создает, по существу, ограниченные дифракцией изображения для предметного поля диаметром свыше 2 см с разрешением больше 40 лин/мм.

**Изображение решетки.** Для определения влияния спекла на разрешающую способность при изображении периодических решеток использовалась мира высокого разрешения. Она имела три группы 15-штриховых высококонтрастных элементов с отношением пространственных частот в соседних элементах  $10^{0.1}$ . Для нашей оптической системы представляли интерес лишь две группы элементов, которые имели пространственные частоты от 1 до 10 лин/мм и от 10 до 100 лин/мм соответственно. Во всем этом диапазоне пространственных частот элементы мира хорошо аппроксимируют периодическую прямоугольную волну.

Изображение объекта при пространственно-некогерентном освещении записывалось на поляроидную пленку через апертуры с диаметрами от 0,4 до 12,4 мм. Диаметры выбирались так, чтобы пространственно-частотный отклик системы был достаточно высоким для пропускания основной частоты прямоугольных волн одного из 15-штриховых элементов. Результаты представлены на рис. 2 линией 1. На рис. 3, а показана фотография изображения мира, полученная с диафрагмой диаметром 2,1 мм. Видно, что элемент 5,01 лин/мм разрешается с очень низким контрастом. Это можно было ожидать, так как мира фотографировалась с апертурой, имеющей частоту отсечки около 5,3 лин/мм.

При исследовании пространственно-когерентного освещения объект изображался на поляроидную пленку через те же самые апертуры, и

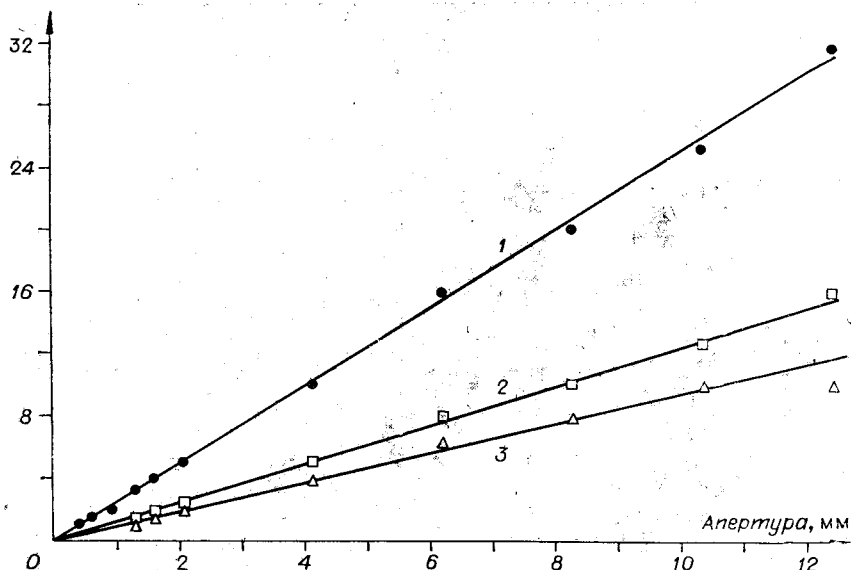


Рис. 2. Разрешающая способность как функция апертуры оптической системы для некогерентного изображения (1), когерентного изображения с разрешающей способностью, оцененной по наблюдению за всей картиной полос (2), и когерентного изображения с разрешающей способностью, оцененной по наблюдению за картиной полос через щель, ширина которой равна периоду решетки (3).

эти фотографии использовались для того, чтобы определить, какой элемент может быть разрешен. Три наблюдателя судили о разрешающей способности, рассматривая фотографии на достаточно большом расстоянии так, чтобы наложенный на решетку спекл разрешался слабо и, следовательно, казался наблюдателю сглаженным. Критерий оценки разрешающей способности был следующим: если относительно непрерывная структура решетки существовала почти по всей ширине элемента, то объект считался разрешенным. Эти данные нанесены вдоль линии 2 на рис. 2. На рис. 3, б дана фотография изображения мира, полученная с апертурой диаметром 4,1 мм, о разрешении элементов которой судили, пользуясь приведенным выше критерием. При рассмотрении этих результатов оказывается, что апертура когерентно-освещенной системы должна быть в 2 раза больше апертуры некогерентной системы, эквивалентной по разрешающей способности. Этот вывод совпадает с выводом, полученным при рассмотрении ширины полосы пропускания пространственных частот для двух типов систем независимо от типа изображающего объекта. Однако чувствовалось, что наличие спекла в диффузном изображении требовало апертуры большего размера, чем удвоенная некогерентная апертура, и что наблюдатель в процессе определения разрешающей способности допускал некоторое усреднение спекл-шума. Полагали, что эта возможность существует, так как ширина решетки значительно больше, чем ее период.

Затем фотографии, полученные при когерентном освещении, повторно исследовались с целью исключения возможности бессознательного усреднения наблюдателем. Щель шириной, равной периоду решетки, накладывали на фотографию и устанавливали перпендикулярно штрихам элемента. Структура решетки исследовалась через эту щель, и разрешающая способность определялась в зависимости от того, можно ли различить периодическую структуру вдоль щели.

Этот эффект можно увидеть на рис. 3, б, помещая щель над рисунком; при наличии щели третий элемент снизу (5,01 лин/мм) не разре-

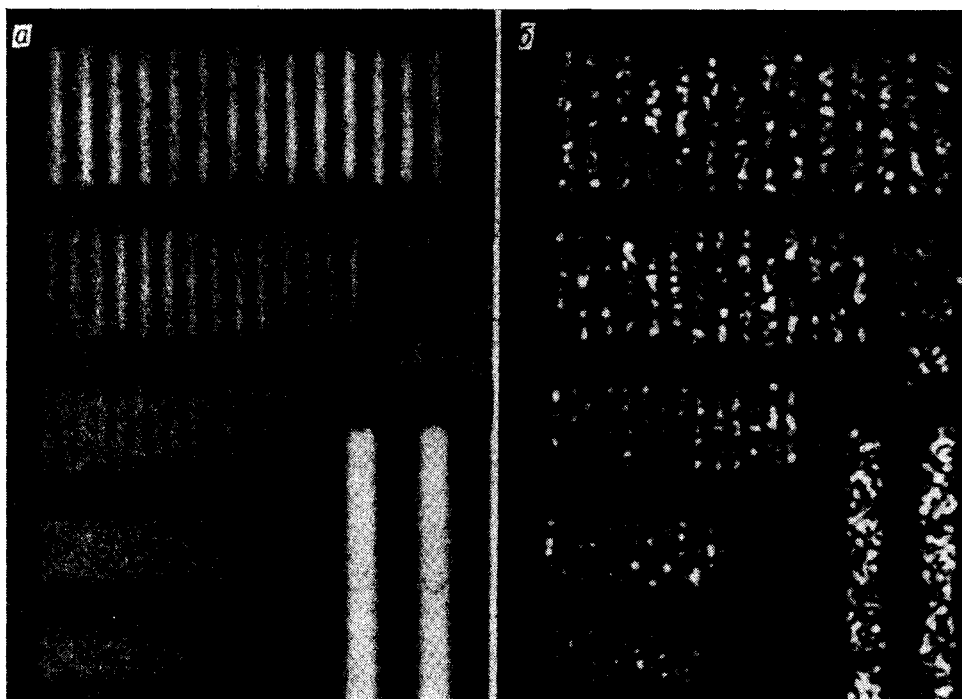


Рис. 3. Штриховые мишени, изображенные некогерентно при апертуре 2,1 мм (а) и когерентно при апертуре 4,1 мм (б). Штриховые мишени слева имеют пространственные частоты сверху вниз 3,16; 3,98; 5,01; 6,31 и 7,95 лин/мм.

шается, тогда как четвертый (3,92 лин/мм) разрешается. Данные, полученные таким образом, представлены на рис. 2 (кривая 3). Они показывают, что для того, чтобы обеспечить равную разрешающую способность в системе, создающей изображение когерентно-освещенных диффузных решеток, требуется увеличить диаметр апертуры в 2,6 раза по сравнению с некогерентной системой.

Хорошо известно, что отношение среднего значения к среднеквадратическому отклонению ( $m/\sigma$ ) спекл-картины, созданной когерентным освещением, равно единице. Известно также, что это отношение сигнал/шум ( $m/\sigma$ ) можно увеличить, складывая вместе независимые спекл-картины. Увеличение отношения  $m/\sigma$  равно  $\sqrt{N}$ , где  $N$  — число независимых слагаемых. Чтобы определить, как увеличение отношения сигнал/шум спекл-картины влияет на разрешающую способность, когерентно-освещенная диффузная решетка сглаживалась следующим образом. Был получен ряд когерентных изображений решетки, на каждое из которых накладывалась случайная независимая спекл-картина. Каждое из этих изображений получено с апертурной диафрагмой, расположенной в различных точках плоскости  $F$  (см. рис. 1). Чтобы обеспечить независимость спекл-картин, минимальное расстояние между двумя положениями апертуры было равно или больше диаметра апертуры. Ряд изображений, полученных таким способом, был записан как равные приращения экспозиции на поляроидной пленке. Результаты этого эксперимента показаны на рис. 4, где число независимых спекл-картин, которые были добавлены для получения каждого кадра, дано под кадром. Фотография для  $N = \infty$  получена при использовании пространственно-некогерентного освещения. Апертура при изготовлении этих фотографий имела размер, который необходим для разрешения периодической решетки 3,98 лин/мм при пространственно-некогерентном освещении. Исходя из этих данных, можно было сделать вывод,

что для достижения разрешающей способности некогерентно-освещенной системы в когерентной системе требуется отношение сигнал/шум около десяти.

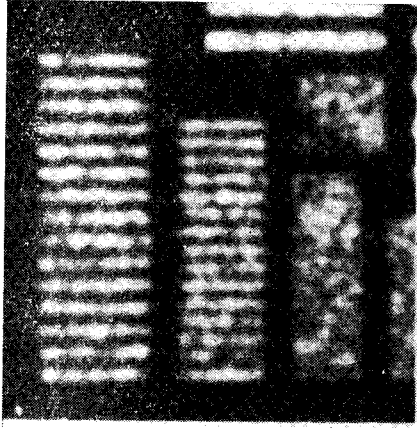
**Изображение полутонных объектов.** Определение влияния спекла на разрешающую способность при изображении объектов с непрерывным пространственно-частотным распределением и диапазоном контрастов не является таким же простым, как в случае с решетками, так как для того, чтобы сделать какой-либо вывод, требуется более субъективное суждение. При попытке исключить субъективные заключения был разработан метод для сравнения некогерентного эталонного изображения с рядом когерентных изображений и с пропущенными через фильтр низких частот вариантами последних изображений.

В качестве полутонного объекта использовался автомобиль. Транспарант с изображением этого автомобиля показан на рис. 5, а. Эталонное изображение сделано с этого транспаранта при использовании некогерентного освещения в оптической системе, приведенной на рис. 1. Диаметр апертуры, использованной для получения этого эталонного изображения, равнялся 1,44 мм, при этом изображение имело разрешение около 6,4 лин/мм по высоте автомобиля на переднем плане. Это разрешение, согласно критериям Джонсона [7], является средним уровнем идентификации в классификации объектов. Эталонное изображение приведено на рис. 5, б.

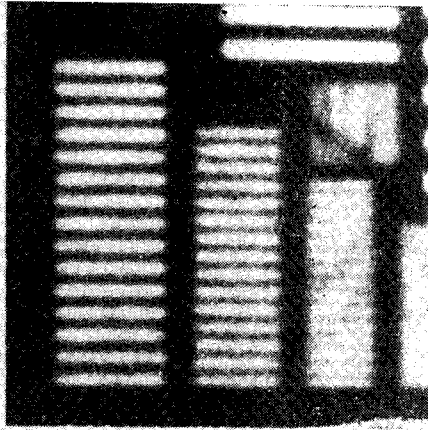
Затем был сделан ряд изображений с когерентным освещением. Эти изображения были получены с помощью оптической системы, приведенной на рис. 1, при использовании негатива объектного транспаранта с автомобилем и фотографировании полученного в плоскости  $I$  изображения на 35-миллиметровую («Panatomic-X») пленку. Ряд изображений был получен при использовании апертур диаметром 12,4; 10,4; 8,3 и 6,2 мм. Фотографии этих изображений представлены на рис. 5, в—и. 35-миллиметровые транспаранты, созданные при когерентном освещении, помещались затем в плоскость объекта оптической системы и изображались в плоскости  $I$  через апертуру диаметром 1,44 мм при использовании некогерентного освещения. Эта низкочастотная фильтрация снижает разрешение созданных когерентно изображений до уровня эталонного изображения и увеличивает отношение сигнал/шум путем сглаживания спекла, в результате чего фотографии становятся похожи на эталонное изображение. Изображения, записанные на поляроидную пленку через вспомогательную оптическую систему, показаны на рис. 5, г, е, з, к. Поскольку полученные изображения имеют такую же разрешающую способность, что и эталонное, показанное на рис. 5, б, то можно определить, какие изображения сходны по качеству с эталонным, судя по тому, можно ли различить в изображении, подвергнутом низкочастотной фильтрации, деталь, имеющуюся на эталонном изображении.

Исследование результатов показывает, что рис. 5, г, е сходны по качеству с рис. 5, б, тогда как на рис. 5, з, к отсутствуют некоторые детали, имеющиеся на эталонном изображении. Эти наблюдения приводят к выводу, что для полутонных объектов апертура когерентно-освещенной системы должна быть примерно в 7 раз больше апертуры некогерентной системы для достижения равных характеристик.

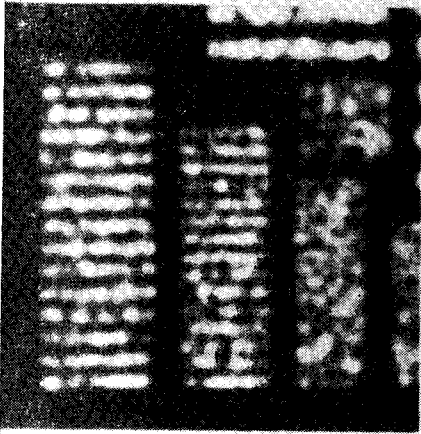
В приложении показано, что отношение сигнал/шум изображений рис. 5, испытавших низкочастотную фильтрацию, дается выражением  $m/\sigma = 1,48 (D/d)$ , где  $D$  — диаметр апертуры, используемый при когерентном изображении, а  $d$  — диаметр апертуры, применяемый в процессе фильтрации нижних частот. Это выражение можно вывести, используя данную Льюсом [4] модель процесса изображения, состоящую из двух ступеней, которая рассматривает когерентную и некогерентную ступени изображения как операции линейной фильтрации, а про-



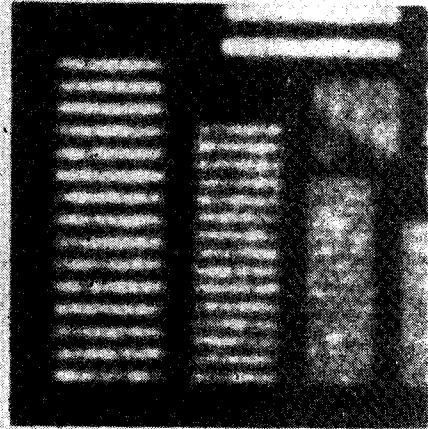
N = 36



N = ∞



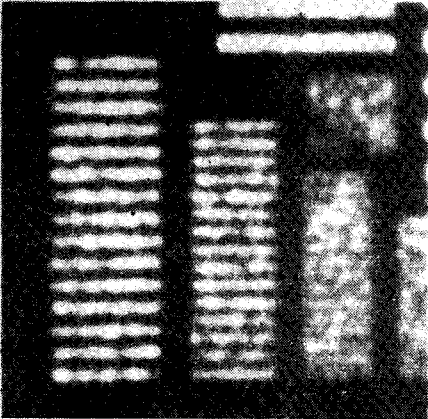
N = 16



N = 128



N = 8



N = 58

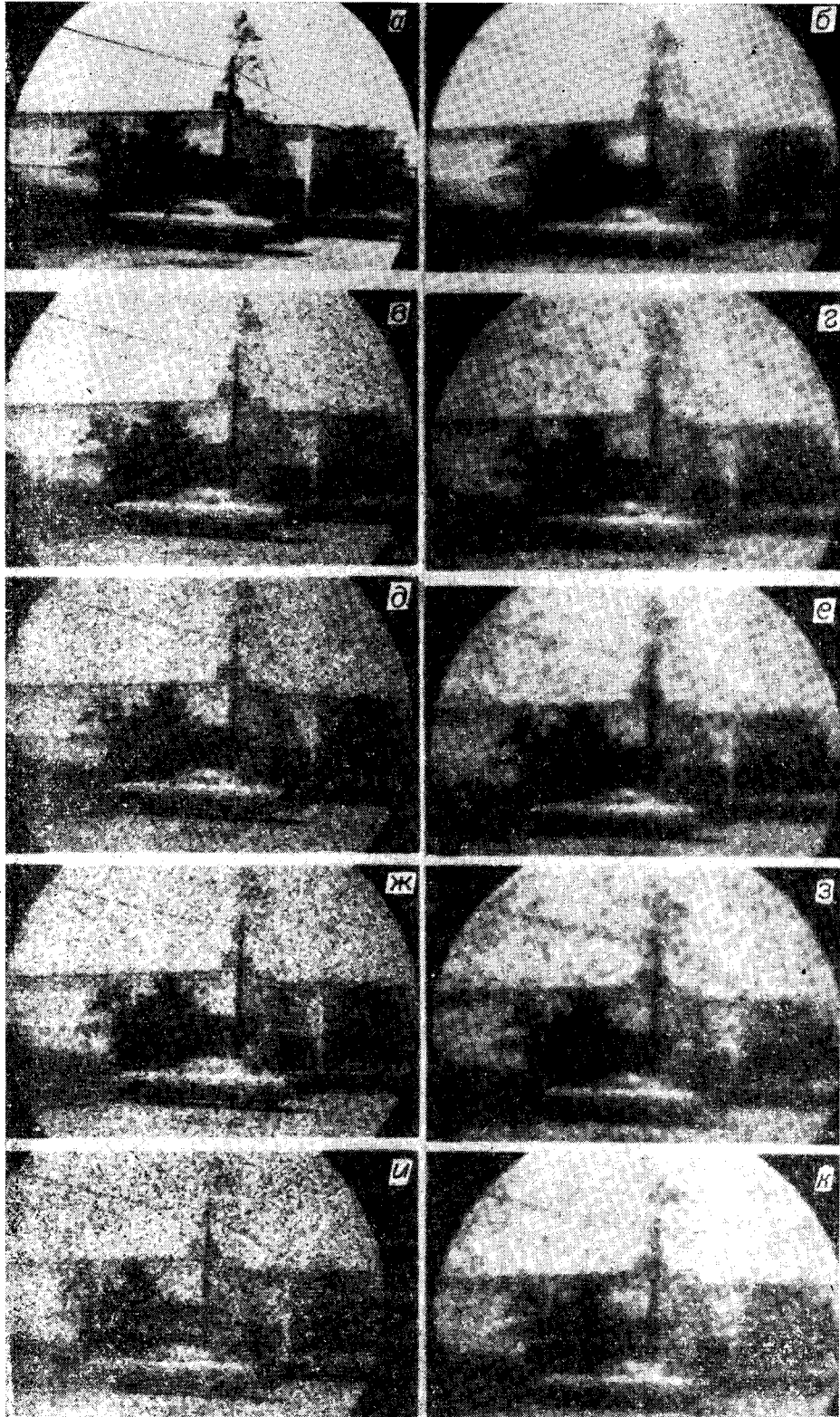
межуточную запись когерентного изображения — как процесс квадратичного детектирования. Используя это выражение при расчете  $m/\sigma$  для рис. 5, г, е, з, к, получаем 12,7; 10,7; 8,5 и 6,4 соответственно. Отношение сигнал/шум для рис. 5, г, е (эти изображения считаются сходными по качеству с эталонным изображением) равно десяти или более, тогда как для рис. 5, з, к, о которых судили, как о неприемлемых по качеству, это отношение меньше десяти. Этот результат сходен с результатом, полученным ранее при изображении диффузно-освещенных решеток. Примененный метод — тест сравнения изображений, при котором получается отношение апертуры, равное семи, — дает, быть может, слишком пессимистичный результат. Непосредственное исследование рис. 5, ж показывает, что в этом когерентном изображении имеется достаточно информации, чтобы считать его сравнимым с эталонным изображением. Хотя автомобиль замаскирован мелкой спекл-картиной, наблюдатель может научиться пренебрегать влиянием этой картины и устанавливать достаточно деталей в изображении, чтобы убедиться в том, что оно сравнимо с эталонным изображением. Некоторые наблюдатели, которым показывали эти изображения, думали, что даже рис. 5, и содержит достаточно деталей, чтобы считать его сходным с эталонным изображением. Отсюда вывод, что лучше наблюдать когерентное изображение непосредственно, чем наблюдать сглаженный вариант когерентного изображения, так как апертуру когерентной системы надо увеличивать примерно в 5, а не в 7 раз по сравнению с некогерентной системой для получения сравнимого разрешения.

В результате представленных здесь данных возникает вопрос, почему диффузно-освещенную решетку можно разрешить с меньшей апертурой, чем полутоновый объект. Хотя причина возникновения этого, явно аномального, эффекта не совсем ясна, можно дать предполагаемый ответ. Решетка является более простой структурой; она в основном одномерна и имеет более высокий контраст, чем полутоновый объект. К тому же в случае с решеткой наблюдателей просили только определить, имеется ли периодическая структура; тогда как в случае с полутоновым объектом их просили сделать более сложное заключение: можно ли в исследуемом изображении различить так же много деталей, как в эталонном. Итак, оказывается, наблюдатель способен сделать вывод о решетке, имея меньше информации, чем требуется для полутонного объекта. Полный ответ на этот вопрос предполагает более подробное аналитическое и экспериментальное исследование разрешающей способности при наличии спекла, что выходит за пределы работы.

## ВЫВОДЫ

Изучено влияние спекла на качество изображения диффузно-освещенной решетки и полутоновых объектов. Установлено, что для получения сходных результатов при изображении диффузных решеток апертура когерентно-освещенной системы должна быть в 2,6 раза больше апертуры некогерентной системы. Этот коэффициент должен увеличиваться до пяти при изображении объектов с непрерывным пространственно-частотным распределением и диапазоном контрастов и до семи, если затем когерентное изображение подвергается низкочастотной фильтрации. Когерентная система может обладать разрешающей способностью, сравнимой с некогерентной системой, при равной апертуре, если когерентное изображение сглаживается так, что отношение среднего значения к среднеквадратичному отклонению равно 10 или более.

*Рис. 4.* Увеличение разрешения штриховой мишени при  $N$  наложенных когерентных изображениях с независимыми спекл-картинами. Изображение, отмеченное  $N = \infty$ , было получено при использовании некогерентного освещения. Пространственные частоты штриховых мишеней слева сверху вниз — 2,51; 3,16 и 3,98 лин/мм.





## Приложение

Некогерентная фильтрация когерентных изображений выполняется при использовании оптической системы, показанной на рис. 6. Исходный фотографический транспарант помещается в плоскость объекта  $x-y$ . Неподвижный рассеиватель располагается перед транспарантом, и для освещения рассеивателя и транспаранта в плоскости объекта используется монохроматическая плоская волна от лазера. Линзы  $L_1$  и  $L_2$ , имеющие равные фокусные расстояния, образуют афокальную систему и используются для изображения плоскости объекта  $x-y$  в плоскости изображения  $x'-y'$  с единичным увеличением. Диафрагма, установленная посредине между линзами  $L_1$  и  $L_2$ , используется для

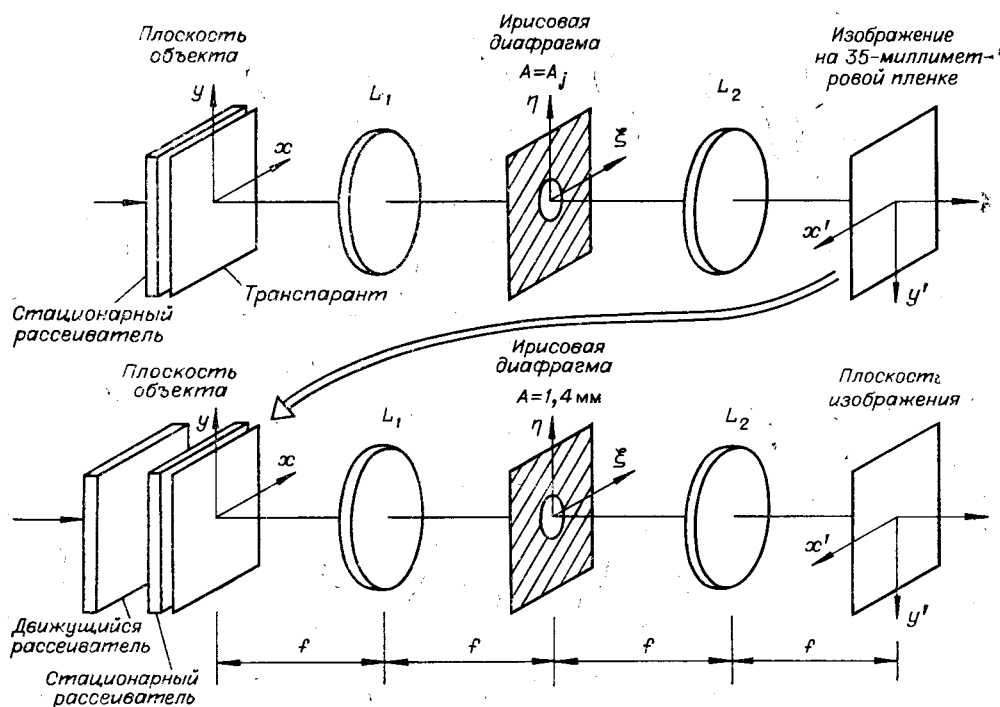


Рис. 6. Некогерентная фильтрация когерентных изображений.

фильтрации изображения, чтобы управлять результирующей разрешающей способностью, фиксируемой в плоскости  $x'-y'$  фотокамерой. Это промежуточное изображение проявляется и используется для дальнейшей обработки.

После проявления изображения, записанного в  $x'-y'$ , как описано выше, получающийся в результате промежуточный транспарант  $T_2$  помещается снова в плоскость объекта  $x-y$ , где он заменяет исходный транспарант. Промежуточный транспарант освещается монохроматической плоской волной, которая сначала рассеивается движущимся матовым стеклом, чтобы моделировать пространственно-некогерент-

Рис. 5. Сравнение изображений, созданных некогерентно, с когерентными изображениями и сглаженными когерентными изображениями, полученными при использовании больших апертур:

$a$  — исходное изображение;  $b$  — эталонное некогерентное изображение, образованное через апертуру 1,44 мм;  $в, д, ж, и$  — когерентные изображения, полученные при диаметре апертуры, увеличенном на коэффициент 8,6; 7,2; 5,8 и 4,3 соответственно;  $г, е, з, к$  есть  $в, д, ж, и$  соответственно, сглаженные некогерентной фильтрацией через апертуру 1,44 мм.

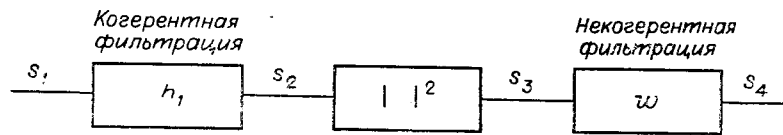


Рис. 7. Модель системы.

ный свет. Этот пространственно-некогерентный объект изображается афокальной системой через фильтр на плоскость  $x'-y'$ , где регистрируется окончательное изображение. Разрешение этого конечного изображения зависит от размера фильтра, помещенного посередине между линзами  $L_1-L_2$ , как и прежде. Описанный сложный процесс изображения можно представить схемой рис. 7.

Входной сигнал  $s_1$  задает амплитудное пропускание комбинации транспаранта  $T_1$  и неподвижного рассеивателя. Когерентный фильтр с импульсным откликом  $h_1$  изображает процесс фильтрации апертурой, используемой для образования когерентного промежуточного транспаранта  $T_2$ . Блок, показывающий процесс возведения величины в квадрат, приближенно представляет запись комплексной амплитуды когерентного изображения на фотопленку. Некогерентный фильтр с импульсным откликом  $w$  представляет совместное действие рассеивателя и апертуры, помещенной в средней точке афокальной системы, во втором процессе изображения. Можно показать, что  $w = |h_2|^2$  ( $h_2$  — когерентный импульсный отклик фильтра), т. е.  $W = H_2 * H_2^*$ , где  $W$  и  $H_2$  — соответственно некогерентная и когерентная передаточные функции фильтра,  $*$  — оператор свертки,  $*$  — оператор сопряжения. Предполагается, что сигналы  $s_1, s_2, s_3$  и  $s_4$  — функции двумерных пространственных координат оптической системы. Входной сигнал  $s_1$  — комплексная амплитуда светового поля, существующего справа от транспаранта  $T_1$ , а сигнал  $s_2$  — комплексная амплитуда изображения, которое регистрируется после первого процесса изображения. Мы предполагаем, что в процессе регистрации (фотографирования) квадрат величины  $s_2$  записывается линейно и создается пропускание по интенсивности такое, что освещенность  $s_3$ , производимая справа от транспаранта  $T_2$  во втором процессе изображения, пропорциональна  $|s_2|^2$ . Выходной сигнал  $s_4$  является распределением освещенности изображения, получаемого в процессе некогерентной фильтрации. Эта освещенность создает выходное изображение, которое мы хотим оценить. Критерий, выбираемый для оценки, есть отношение квадрата среднеквадратического значения освещенности к дисперсии освещенности выходного светового распределения  $s_4$ . Мы хотим найти значение для этого отношения, которое зависит от входного сигнала  $s_1$  и импульсных характеристик когерентного и некогерентного фильтров. Чтобы перейти к этому, допустим, что  $s_1$  — комплексный нормированный гауссов случайный процесс, который является стационарным и действительная и мнимая части которого имеют нулевое среднее значение.

Расчет отношения выполняется следующим образом. Квадрат среднеквадратического значения для  $s_4$  по определению

$$m_{s_4}^2 = [E\{s_4\}]^2,$$

где  $E(x)$  используется для обозначения статистического среднего значения. Сигнал  $s_4$  получается путем пропускания  $s_3$  через фильтр с импульсным откликом  $w$ . Следовательно,

$$s_4 = s_3 * w = \iint_{-\infty}^{\infty} s_3(x - x', y - y') w(x', y') dx' dy'.$$

Здесь \* — оператор свертки. Выполняя указанную операцию усреднения, имеем

$$m_{s_4} = E[s_4] = m_{s_3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x', y') dx' dy' = m_{s_3} W(0, 0), \quad (1)$$

так как передаточная функция  $W$  является преобразованием Фурье импульсного отклика  $\omega$ , как указано ниже:

$$W(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, y) e^{-j2\pi(\xi x + \eta y)} dx dy.$$

Среднее значение для  $s_3$  тоже можно выразить через функцию автокорреляции сигнала  $s_2$ , определенную в начале координат как

$$m_{s_3} = R_{s_2}(0, 0),$$

так как по определению

$$R_{s_2}(\alpha, \beta) = E[s_2(\alpha - x, \beta - y) s_2^*(x, y)]$$

и

$$s_3(x, y) = |s_2(x, y)|^2 = s_2(x, y) s_2^*(x, y).$$

Спектр  $s_2$ , а именно  $S_{s_2}(\xi, \eta)$ , можно записать через спектр  $s_1$  и передаточную функцию когерентного фильтра, потому что

$$S_{s_2}(\xi, \eta) = S_{s_1}(\xi, \eta) |H_1(\xi, \eta)|^2.$$

Следовательно, так как

$$R_{s_2}(0, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{s_2}(\xi, \eta) d\xi d\eta = m_{s_3},$$

то

$$m_{s_3} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{s_1}(\xi, \eta) |H_1(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta. \quad (2)$$

Передаточную функцию некогерентного фильтра можно записать через когерентную передаточную функцию  $H_2$  как

$$W(\xi, \eta) = H_2(\xi, \eta) * H_2^*(\xi, \eta)$$

или

$$W(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_2(\xi - \xi', \eta - \eta') H_2^*(\xi', \eta') d\xi' d\eta'.$$

Следовательно,

$$W(0, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_2(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta. \quad (3)$$

При комбинации уравнений (1)—(3) среднее значение для  $s_4$  дается выражением

$$m_{s_4} = \left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{s_1}(\xi, \eta) |H_1(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right) \left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_2(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right). \quad (4)$$

Дисперсия  $s_4$  по определению есть

$$\sigma_{s_4}^2 = E\{s_4^2\} - (E\{s_4\})^2. \quad (5)$$

Чтобы рассчитать приведенное выше выражение, удобно найти автокорреляцию для  $s_3$ . Она определяется следующим образом:

$$R_{s_3}(\alpha, \beta) = E [s_3(x + \alpha, y + \beta) s_3(x, y)].$$

Используя соотношение  $s_3 = |s_2|^2$ , эту величину можно записать как

$$R_{s_3}(\alpha, \beta) = E [s_2(x + \alpha, y + \beta) s_2^*(x + \alpha, y + \beta) s_2(x, y) s_2^*(x, y)]. \quad (6)$$

Сигнал  $s_2$  — результат прохождения сигнала  $s_1$  через линейный фильтр. Следовательно, сигналы  $s_1$  и  $s_2$  являются стационарными комплексными гауссовыми случайными процессами, и, значит, можно разложить в ряд уравнение (6), используя следующую теорему:

$$E[x_1 x_2 x_3 x_4] = E[x_1 x_2] E[x_3 x_4] + E[x_1 x_3] E[x_2 x_4] + E[x_1 x_4] E[x_2 x_3].$$

Таким образом, уравнение (6) можно записать в виде

$$\begin{aligned} R_{s_3}(\alpha, \beta) = & E [s_2(x + \alpha, y + \beta) s_2^*(x + \alpha, y + \beta)] E [s_2(x, y) s_2^*(x, y)] + \\ & + E [s_2(x + \alpha, y + \beta) s_2(x, y)] E [s_2^*(x + \alpha, y + \beta) s_2^*(x, y)] + \\ & + E [s_2(x + \alpha, y + \beta) s_2^*(x, y)] E [s_2^*(x + \alpha, y + \beta) s_2(x, y)]. \end{aligned}$$

Так как  $s_2$  стационарна, второй член стремится к нулю, а первый и третий члены принимают вид

$$R_{s_3}(\alpha, \beta) = \{E[|s_2(x, y)|^2]\}^2 + R_{s_2}(\alpha, \beta) R_{s_2}^*(\alpha, \beta)$$

или

$$R_{s_3}(\alpha, \beta) = R_{s_2}^2(0, 0) + |R_{s_2}(\alpha, \beta)|^2.$$

Спектр от  $s_3$  есть преобразование Фурье автокорреляционной функции  $R_{s_3}(\alpha, \beta)$ . Значит,

$$S_{s_3}(\xi, \eta) = R_{s_2}^2(0, 0) \delta(\xi, \eta) + S_{s_2}(\xi, \eta) * S_{s_2}(-\xi, -\eta), \quad (7)$$

где  $\delta(x, y)$  — дельта-функция Дирака. Возвращаясь к уравнению (5), мы можем разложить его, используя (1), (2) и соотношения

$$E\{s_4^2\} = \iint_{-\infty}^{\infty} S_{s_4}(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

и

$$S_{s_4}(\xi, \eta) = S_{s_3}(\xi, \eta) |W(\xi, \eta)|^2,$$

чтобы получить

$$\sigma_{s_4}^2 = \iint_{-\infty}^{\infty} S_{s_3}(\xi, \eta) |W(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta - |W(0, 0) R_{s_2}(0, 0)|^2. \quad (8)$$

Подставляя уравнение (7) в (8), получим

$$\begin{aligned} \sigma_{s_4}^2 = & \iint_{-\infty}^{\infty} \{R_{s_2}^2(0, 0) \delta(\xi, \eta) + S_{s_2}(\xi, \eta) * S_{s_2}(-\xi, -\eta)\} \times \\ & \times |W(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta - |W(0, 0) R_{s_2}(0, 0)|^2. \end{aligned}$$

Интегрируя первый член, получаем результат

$$\begin{aligned} \sigma_{s_4}^2 = & R_{s_2}^2(0, 0) |W(0, 0)|^2 + \iint_{-\infty}^{\infty} \{S_{s_2}(\xi, \eta) * S_{s_2}(-\xi, -\eta)\} \times \\ & \times |W(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta - W^2(0, 0) R_{s_2}^2(0, 0), \end{aligned}$$

который сокращается до

$$\sigma_{s_4}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{S_{s_2}(\xi, \eta) * S_{s_2}(-\xi, -\eta)\} |W(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta. \quad (9)$$

Отмечая, что

$$S_{s_2}(\xi, \eta) = S_{s_1}(\xi, \eta) |H_1(\xi, \eta)|^2$$

и

$$W(\xi, \eta) = H_2(\xi, \eta) * H_2(\xi, \eta),$$

имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{s_4}^2 = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{S_{s_1}(\xi, \eta) |H_1(\xi, \eta)|^2 * S_{s_1}(-\xi, -\eta) |H_1(\xi, -\eta)|^2\} \times \\ & \times |H_2(\xi, \eta) * H_2(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (10)$$

Чтобы рассчитать отношение квадрата к дисперсии в выходном изображении, можно объединить уравнения (4) и (10) и получить

$$\frac{m_{s_4}^2}{\sigma_{s_4}^2} = \frac{\left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{s_1}(\xi, \eta) |H_1(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right)^2 \left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_2(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{S_{s_1}(\xi, \eta) |H_1(\xi, \eta)|^2 * S_{s_1}(-\xi, -\eta) |H_1(\xi, \eta)|^2\} |H_2(\xi, \eta) * H_2(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \quad (11)$$

Если допустить, что спектр от  $s_1$  белый, то  $S_{s_1}(\xi, \eta)$  постоянная, которую можно вынести из-под интегралов уравнения (11), и уравнение записать как

$$\frac{m_{s_4}^2}{\sigma_{s_4}^2} = \frac{\left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right) \left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_2(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{|H_1(\xi, \eta)|^2 * |H_1(-\xi, -\eta)|^2\} |H_2(\xi, \eta) * H_2(-\xi, -\eta)|^2 d\xi d\eta} \quad (12)$$

Если размер  $H_1(\xi, \eta)$  больше по сравнению с размером  $H_2(\xi, \eta)$ , т. е. имеет место значительное некогерентное интегрирование или сглаживание, тогда  $|H_1(\xi, \eta)|^2 * |H_1(-\xi, -\eta)|^2$  в интеграле знаменателя уравнения (12) можно считать постоянной и вынести за знак интеграла. Следовательно, если максимальное значение

$$\{|H_1|^2 * |\overline{H_1}|^2\}_{\max} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(\xi, \eta)|^4 d\xi d\eta,$$

используемое отношение (12) можно записать как

$$\frac{m_{s_4}^2}{\sigma_{s_4}^2} = \frac{\left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right)^2 \left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_2(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(\xi, \eta)|^4 d\xi d\eta \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_2(\xi, \eta) * H_2(-\xi, -\eta)|^2 d\xi d\eta} \quad (13)$$

Уравнение (13) можно записать в другой форме, используя следующую зависимость.

Пусть

$$Q(\xi, \eta) = H_2(\xi, \eta) * H_2(-\xi, -\eta),$$

тогда по теореме Парсеваля

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |Q(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |q(x, y)|^2 dx dy,$$

где  $q(x, y)$  — обратное преобразование Фурье от  $Q(\xi, \eta)$ . Значит, уравнение (13) принимает вид

$$\frac{m_{s_4}^2}{\sigma_{s_4}^2} = \frac{\left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right)^2 \left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |h_2(x, y)|^2 dx dy \right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(\xi, \eta)|^4 d\xi d\eta \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |h_2(x, y)|^4 dx dy}. \quad (14)$$

Чтобы рассчитать действительные значения для  $m_{s_4}^2/\sigma_{s_4}^2$ , нужно уточнить формы когерентной и некогерентной апертур. Здесь представляет интерес случай, когда для когерентного и некогерентного изображений используются круглые апертуры. Итак, допустим, что  $H_1$  и  $H_2$  (преобразования Фурье от  $h_1$  и  $h_2$  соответственно) есть круглые апертуры диаметром  $d$  и  $d/\alpha$ . Тогда

$$H_1(f_\rho, f_\theta) = \begin{cases} 1, & |f_\rho| \leq d/2; \\ 0, & |f_\rho| > d/2 \end{cases} \quad (15)$$

и

$$H_2(f_\rho, f_\theta) = \begin{cases} 1, & |f_\rho| \leq \frac{d}{2\alpha}; \\ 0, & |f_\rho| > \frac{d}{2\alpha}. \end{cases} \quad (16)$$

Преобразование Фурье от  $H_2$  выражается через

$$h_2(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_2(f_\rho, f_\theta) e^{i2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy$$

или, поскольку  $H_2$  имеет круговую симметрию,

$$h_2(\rho) = 2\pi \int_0^{d/2\alpha} r J_0(2\pi r \rho) dr.$$

Если допустим, что  $r' = 2\pi r$ , тогда при  $r = d/2\alpha$ ,  $r' = \pi d/\alpha$  и

$$h_2(\rho) = 1/2\pi \rho^2 \int_0^{\pi d/\alpha} r' J_0(r') dr',$$

и так как

$$\gamma J_1(\gamma) = \int_0^\gamma \xi J_0(\xi) d\xi,$$

то

$$h_2(\rho) = \frac{\pi d^2}{2\alpha^2} \frac{J_1(\pi d \rho / \alpha)}{\pi d \rho / \alpha}. \quad (17)$$

Подставляя уравнения (15) и (17) в (14), получим выражение

$$\frac{m_{s_4}^2}{\sigma_{s_4}^2} = \frac{\left( \int_0^{2\pi} \int_0^{d/2} f_\rho df_\rho df_\theta \right)^2 \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \left( \frac{\pi d^2}{2\alpha^2} \right)^2 \left( \frac{J_1(\pi d \rho / \alpha)}{\pi d \rho / \alpha} \right)^2 \rho d_\rho d_\theta \right]^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^{d/2} f_\rho^4 df_\rho df_\theta \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \left( \frac{\pi d^2}{2\alpha^2} \right)^4 \left( \frac{J_1(\pi d \rho / \alpha)}{\pi d \rho / \alpha} \right)^4 \rho d_\rho d_\theta},$$

которое сокращается до

$$\frac{m_{s_4}^2}{\sigma_{s_4}^2} = \frac{\alpha^2}{2} \frac{\int_0^\infty \left(\frac{J_1(r)}{r}\right)^2 r dr}{\int_0^\infty \left(\frac{J_1(r)}{r}\right)^4 r dr}. \quad (18)$$

Для интеграла в числителе можно найти значение непосредственно как

$$\left(\int_0^\infty \left(\frac{J_1(r)}{r}\right)^2 r dr\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

Значение интеграла в знаменателе можно найти, отмечая, что  $\text{circ}(r)$  и  $J_1(2\rho r)/\rho$  — пары преобразования Фурье, где  $\text{circ}(r) = 1$  для  $r \leq 1$  и равно 0 во всех других случаях\*. Следовательно,

$$\int_0^\infty \left(\frac{J_1(r)}{r}\right)^4 r dr = \int_0^2 \left| \frac{\text{circ}(r) * \text{circ}(r)}{2\pi} \right|^2 r dr.$$

Так как \*\*

$$\frac{\text{circ}(r) * \text{circ}(r)}{2\pi} = \frac{\cos^{-1}(\rho/2) - \rho/2 \sqrt{1 - (\rho/2)^2}}{\pi},$$

$$\int_0^\infty \left(\frac{J_1(r)}{r}\right)^4 r dr = \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\cos^{-1}(\rho/2) - (\rho/2) \sqrt{1 - (\rho/2)^2}}{\pi} \right]^2 \rho d\rho.$$

Подставляя  $\rho = 2 \cos \alpha$ , имеем

$$\int_0^\infty \left(\frac{J_1(r)}{r}\right)^4 r dr = \int_0^\pi \left[ \frac{\alpha - \sin \alpha}{2\pi} \right]^2 \sin \alpha dx = \frac{1}{8} - \frac{2}{3\pi^2} = 0,05745.$$

Используя эти результаты, получаем

$$\frac{m_{s_4}^2}{\sigma_{s_4}^2} = 2,18\alpha^2 = 2,18 \frac{A}{a},$$

где  $A$  — площадь когерентной апертуры,  $a$  — площадь апертуры, используемой для некогерентной фильтрации низких частот. Наконец, можно записать

$$\frac{m_{s_4}}{\sigma_{s_4}} = 1,48 \frac{D}{d},$$

где  $D$  — диаметр апертуры, применяемой на стадии когерентного изображения;  $d$  — диаметр апертуры, применяемый в процессе некогерентной фильтрации низких частот.

Авторы выражают благодарность проф. Н. Джорджу, д-ру В. Л. Гамблу, д-ру Б. Д. Гуэнтеру и д-ру И. Зеленке за полезные дискуссии, а также д-ру И. С. Беннегу, д-ру Р. Л. Хартману, д-ру Е. Л. Уилкинсону за проявленные интерес и поддержку.

\* Значение интеграла было найдено Робертом Баймой (частное сообщение).  
\*\* Goodman J. W. Introduction to Fourier optics. N. Y., McGraw-Hill, 1968.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Laser Speckle and Related Phenomena, ed by Dainty J. C., N. Y., Springer-Verlag, 1975.
2. Upatnieks J. and Lewis R. W.—“Appl. Opt.”, 1973, vol. 12, p. 2161.
3. George N. and Jain A.—“Appl. Opt.”, 1973, vol. 12, p. 1202.
4. Lewis R. W.—“Redundancy in Coherent Imaging Systems”. (PhD Thesis.) N. Y., University of Michigan, 1973.
5. Dainty J. C.—“Opt. Acta”, 1971, vol. 18, p. 327.
6. Young M., Faulkner B. and Cole J.—“J. Opt. Soc. Amer.”, 1970, vol. 60, p. 137.
7. Johnson J.—“Image Intensifier Symposium”. Virginia, Fort Belvoir, 1958, AD-220160, October 6—7.

*Поступила в редакцию 26 июля 1976 г.*

УДК 681.7.013.82

**В. А. ЗВЕРЕВ, А. И. ХИЛЬКО, А. В. ШИШАРИН**

(Горький)

### К ВОПРОСУ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИСТОЧНИКОВ НЕКОГЕРЕНТНОГО БЕЛОГО СВЕТА В СХЕМАХ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Известные схемы пространственной фильтрации изображений [1, 2] рассчитаны на использование когерентного в пространстве и времени света. Если в качестве источника света употребить обычные лампы накаливания, возможности фильтрации значительно сужаются. Тем не менее схемы пространственной фильтрации с лампой накаливания в качестве источника света имеют два преимущества — это, во-первых, простота выполнения, дешевизна; во-вторых, полное отсутствие спекл-шума [3], неизменно присутствующего в системах с лазерным источником света. Теория работы оптических систем с источником света в виде лампы накаливания строилась главным образом для осветителей микроскопов [4] и других физических приборов. В настоящей статье делается попытка изложить известные факты применительно к задаче пространственной фильтрации изображений так, чтобы с единой точки зрения описать системы с лазерным источником, где возможности пространственной фильтрации являются наибольшими, системы с некогерентным освещением, где пространственная фильтрация практически невозможна, и все промежуточные случаи.

Как показано в [5], преобразование комплексных амплитуд, осуществляемое оптической системой, можно записать в виде

$$\mathcal{P}_b(x) = \frac{k}{2\pi b} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathcal{P}}_b(x') C_M \left[ \frac{k}{b} (x - x') \right] \exp \left\{ i \frac{k}{2b} [(x')^2 - x^2] \right\} dx', \quad (1)$$

где  $\mathcal{P}_b(x)$  — распределение комплексных амплитуд на расстоянии  $b$  от объектива;  $k$  — волновое число;  $C_M(u)$  — преобразование Фурье от функции  $M(x)$ ;  $M(x)$  — функция, описывающая отклонения объектива от идеального бесконечного; реальный объектив представляет собой модулирующую структуру вида

$$M(x) \exp(-ikx^2/2F)$$

( $F$  — фокусное расстояние объектива);  $\tilde{\mathcal{P}}_b(x)$  — распределение комплексных амплитуд на расстоянии  $b$  от объектива, которое получится, если