ся отсутствие быстрых переходов через нуль и регулярность следования нулей. Характеристика $|G_2(-j\omega)|$ имеет меньшую ширину главного лепестка, быстрые переходы через нуль и нерегулярное следование нулей. Существенно, что практическая реализация весовой функции $g_2(t)$ приводит при аналоговой или цифровой обработке к снижению быстродействия и увеличению инструментальной ошибки по сравнению с реализацией функции $g_1(t)$.

Таблица 2

α	1	0,183	0,333	0
$\sqrt{D_1/D_2}$	∞	1,08	1,06	1,15

Характеристика $G_2(-j\omega)$, соответствующая методу наименьших квадратов, ориентирована на борьбу с белым шумом. Поэтому (8) дает наименьшую дисперсию. В табл. 2 представлено сравнение весовых функций $g_1(t)$ по критерию $\sqrt{D_1/D_2}$ при различных значениях α.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бендат Дж., Пирсол А.** Измерение и анализ случайных процессов. М., «Мир», 1974.
2. **Швецкий Б. И., Вишенчук И. М.** Помехозащищенные цифровые вольтметры постоянного тока.— «Измерение, контроль, автоматизация», 1975, № 1 (3), с. 8—13.
3. **Иванов В. А., Чемоданов Б. К., Медведев В. С.** Математические основы теории автоматического регулирования. М., «Высшая школа», 1971.
4. **Агизим А. М., Розенблат М. Ш., Свирщев В. А.** Об одном классе селективных преобразований.— В кн.: Отбор и передача информации. Киев, «Наукова думка», 1971, № 24, с. 46—49.

Поступила в редакцию 5 января 1977 г.;
окончательный вариант — 14 июля 1977 г.

УДК 621.391.2

Я. Ю. НИКИТИН, Р. П. ФИЛИМОНОВ, Е. П. ШУБИНА

(Ленинград)

РАСЧЕТ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ НЕКОТОРЫХ ИНВАРИАНТНЫХ ПРАВИЛ ОБНАРУЖЕНИЯ В СХЕМЕ ДВУХКАНАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ

Введение. При обработке оптических изображений на фоне помех с целью оценки параметров, фильтрации и распознавания образов в качестве первого этапа часто предполагается решение задачи обнаружения (см., например, [1,2]), имеющей также и самостоятельное значение в статистических приложениях оптики, радиолокации, гидроакустики и других дисциплин. В последние годы значительное внимание уделялось построению и исследованию правил обнаружения в условиях так называемой априорной неопределенности [3—5], для преодоления которой, наряду с оптимальными, был предложен ряд субоптимальных решающих правил, основанных, в частности, на эмпирических двухвыборочных статистиках, инвариантных к уровню помех [6—8]. Преимущества инвариантных правил обнаружения выявляются при обработке оптических изображений на неизвестном неоднородном фоне при изменяющейся в широких пределах дисперсии помех, что является характерной особенностью многих оптических изображений и, в частности, фотографических. До настоящего времени отсутствуют, однако, оценки качества предложенных субоптимальных правил, что затрудняет выбор и обоснование того или иного правила и его сравнение с оптимальным.

Такие оценки для некоторых наиболее употребительных правил обнаружения получены в данной работе на основе понятия асимптотической относительной эффективности (АОЭ) по Питмэну [5, 9, 10].

Постановка задачи, описание критериев и определение АОЭ. Сохраняя исходные посылки работ [6—8], сформулируем задачу обнаружения как двухвыборочную статистическую задачу проверки гипотез. Наблюдения $x_1, \ldots, x_n$ и $y_1, \ldots, y_n$ образуют две статистически независимые выборки объема n. Выборочные величины x_i, y_i представляют собой отсчеты огибающих на выходе двухканальной системы обработки детерминированных сигналов в смеси с аддитивным нормальным шумом. В этом случае плотность распределения $f(x)$ элемента выборки при наличии сигнала описывается райсовским законом

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2+\theta^2}{2\sigma^2}\right)I_0\left(\frac{\theta x}{\sigma^2}\right), & x\geqslant 0;\\ 0, & x<0,\end{cases}$$

а при отсутствии сигнала — релеевским законом

$$g(x)=\begin{cases}x/\sigma^2\exp\left(-x^2/2\sigma^2\right), & x\geqslant 0;\\ 0, & x<0.\end{cases}$$

Предполагается, что сигнал может присутствовать только в одном из каналов системы обнаружения. Такая модель характерна для систем адаптивной обработки, когда одна, чисто шумовая выборка является обучающей, а другая — анализируемой. Рассматриваемая ситуация типична и при двухканальном обнаружении изображений, соизмеримых по своим пространственным размерам с полем зрения считывающего оптического устройства и регистрируемых поэтому только в одном из каналов устройства обнаружения.

В этих условиях задача обнаружения тождественна проверке сложной гипотезы $H_0:\theta=0$ о присутствии в обоих каналах только шума против альтернативы $H_1:\theta>0$, что в одном из каналов имеется шум, а в другом — сигнал и шум. Параметр σ^2 считается неизвестным.

Для решения задачи обнаружения в работе [6] было предложено локально-оптимальное в смысле теории Неймана — Пирсона правило обнаружения, основанное на статистике

$$t_{n,n}^{(1)}=\sqrt{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2\Big/\sum_{i=1}^{n}y_i^2. \tag{1}$$

С данным правилом будем сравнивать следующие два эмпирических правила: предложенное в [7] правило, основанное на статистике логарифмического контраста $t_{n,n}^{(2)}$:

$$t_{n,n}^{(2)}=\sqrt{\frac{1}{n}}\sum_{i=1}^{n}\ln\frac{x_i}{y_i}, \tag{2}$$

и правило обнаружения, основанное на статистике простого контраста $t_{n,n}^{(3)}$, часто употребляемое в алгоритмах так называемых контрастных методов обработки [8, 11, 12]:

$$t_{n,n}^{(3)}=\sqrt{\frac{1}{n}}\sum_{i=1}^{n}(x_i/y_i)^{1/\alpha},\quad 0<\alpha<\infty. \tag{3}$$

Сравнивать качество обнаружения указанных правил будем вычислением коэффициентов АОЭ ρ по следующей формуле [10]:

$$\rho_{i,j} = \lim_{n\to\infty} \frac{A_i}{A_j} = \lim_{n\to\infty} \left\{ \frac{\left[\left. \frac{\partial^m E\left(t_n^{(i)} \mid H_1\right)}{\partial \theta^m} \right|_{\theta=0} \right]^2 \Bigg/ D_i}{\left[\left. \frac{\partial^m E\left(t_n^{(j)} \mid H_1\right)}{\partial \theta^m} \right|_{\theta=0} \right]^2 \Bigg/ D_j} \right\}^{\frac{1}{2m\delta}}, \tag{4}$$

где m — порядок первой ненулевой производной от математического ожидания статистики при альтернативе по параметру θ в точке $\theta=0$; D — дисперсия статистики при основной гипотезе; δ — параметр, характеризующий порядок убывания дисперсии статистики с ростом объема выборки; индексы i, j — номера сравниваемых статистик. Выражения A_i и A_j, составляющие числитель и знаменатель (4) и подлежащие вычислению, будем называть мерой эффективности соответствующих статистик [5].

Как показано в [10], при расчете коэффициента АОЭ одного правила по отношению к другому по формуле (4) должны соблюдаться следующие условия: $\delta_i=\delta_j=\delta$ и $m_i=m_j=m$, т. е. сравниваться могут только правила с одинаковыми значениями параметров m и δ. Последнее обстоятельство отражено в записи соотношения (4).

Статистический смысл коэффициента АОЭ заключается в том, что он показывает, чему равно отношение объемов выборок n_1 и n_2, требуемых каждому правилу для достижения на сходящейся $(n \to \infty)$ последовательности альтернатив заданного значения мощности при фиксированном уровне значимости, т. е.

$$\rho_{1,2} = \lim_{n_1, n_2 \to \infty} n_1/n_2.$$

Вычисление мер эффективности правил обнаружения. Рассмотрим статистику (1) [6] и вычислим ее меру эффективности. Для этого необходимо рассчитать аналитические выражения для плотности статистики при гипотезе и альтернативе.

Стандартными вычислениями находим, что плотность случайной величины $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 \Big/ \sum\limits_{i=1}^{n} y_i^2$ при нулевой гипотезе дается формулой

$$p\left(t \mid H_0\right) = \frac{(2n-1)!\, t^{n-1}}{(n-1)!^2 (1+t)^{2n}}. \tag{5}$$

Используя (5), найдем дисперсию статистики при нулевой гипотезе. По определению

$$D\left(t_n\right) = E\left(t_n^2\right) - E^2\left(t_n\right), \tag{6}$$

откуда с помощью результатов 3.191.2 и 8.384 [13] находим, что

$$E\left(t_{n,n}^{(1)} \mid H_0\right) = \sqrt{n} \int_0^\infty \frac{(2n-1)!\, t^n dt}{(n-1)!^2 (1+t)^{2n}} = \frac{n^{3/2}}{n-1} \tag{7}$$

и

$$E\left({t_{n,n}^{(1)}}^2 \mid H_0\right) = n \int_0^\infty \frac{(2n-1)!\, t^{n+1} dt}{(n-1)!^2 (1+t)^{2n}} = \frac{n^2 (n+1)}{(n-1)(n-2)}. \tag{8}$$

В силу соотношений (1), (6)—(8) получаем асимптотическое значение дисперсии статистики $t_{n,n}^{(1)}$ при гипотезе H_0

$$D\left(t_{n,n}^{(1)} \mid H_0\right) \backsim 2, \quad n \to \infty. \tag{9}$$

Вычисление математического ожидания статистики $t_{n,n}^{(1)}$ при альтернативе выполним следующим образом. Очевидно, что

$$E\left(t_{n,n}^{(1)}\,|\,H_1\right)=E\left(\sqrt{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2\Big/\sum_{i=1}^{n}y_i^2\,|\,H_1\right)=\sqrt{n}E\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2\,|\,H_1\right)\times$$
$$\times E\left(1\Big/\sum_{i=1}^{n}y_i^2\,|\,H_1\right)=n^{3/2}E\left(x_i^2\,|\,H_1\right)E\left(1\Big/\sum_{i=1}^{n}y_i^2\,|\,H_1\right). \qquad (10)$$

Математические ожидания, составляющие выражение (10), равны

$$E\left(x_i^2\,|\,H_1\right)=\int_0^\infty x^3/\sigma^2\exp\left(-\frac{x^2+\theta^2}{2\sigma^2}\right)I_0\left(\frac{\theta x}{\sigma^2}\right)dx, \qquad (11)$$

и с учетом соотношений (5), 3.351.3 [13] и того, что сигнал находится только в одном канале системы обнаружения,

$$E\left(1\Big/\sum_{i=1}^{n}y_i^2\,|\,H_1\right)=E\left(1\Big/\sum_{i=1}^{n}y_i^2\,|\,H_0\right)=$$
$$=\int_0^\infty\frac{t^{n-1}\exp\left(-t/2\sigma^2\right)dt}{t\left(2\sigma^2\right)^n(n-1)!}=\frac{1}{2\sigma^2(n-1)}. \qquad (12)$$

Из (11), (12) и (9) следует, что параметры $m=2$, $\delta=1/4$ и асимптотическое значение второй производной от математического ожидания статистики при альтернативе

$$\left\{\frac{\partial^2E\left(t_{n,n}^{(1)}\,|\,H_1\right)}{\partial\theta^2}\bigg|_{\theta=0}\right\}^2\sim\frac{n}{\sigma^4},\quad n\to\infty. \qquad (13)$$

Объединяя (9) и (13), получаем для меры эффективности статистики $t_{n,n}^{(1)}$ окончательно

$$A_1\left(t_{n,n}^{(1)}\right)\sim\frac{n}{2\sigma^4},\quad n\to\infty. \qquad (14)$$

Перейдем к изучению статистики логарифмического контраста (2) [7]. Нетрудно показать, что плотность отношения $z_i=x_i/y_i$ при альтернативе имеет вид

$$p(z)=\frac{2z}{(1+z^2)^2}\exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma^2(1+z^2)}\right)\left(1+\frac{\theta^2z^2}{2\sigma^2(1+z^2)}\right), \qquad (15)$$

а с учетом локального поведения альтернативы $(\theta\longrightarrow0)$

$$p(z)\underset{\theta\to0}{\sim}p_0(z)=\frac{2z}{(1+z^2)^3}\left(1-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}+z^2\left(1+\frac{\theta^2}{2\sigma^2}\right)\right). \qquad (16)$$

Используя (16) и равенство между собой двух интегралов [14]:

$$\int_0^\infty\frac{z\ln z\,dz}{(1+z^2)^3}=-\int_0^\infty\frac{z^3\ln z\,dz}{(1+z^2)^3}=-\frac{1}{8}, \qquad (17)$$

получим значение математического ожидания статистики $t_{n,n}^{(2)}$ при альтернативе

$$E\left(t_{n,n}^{(2)}\,|\,H_1\right)=\sqrt{n}\,E\left(\ln z\,|\,H_1\right)=$$
$$=\sqrt{n}\int_0^\infty\ln z\,p(z)\,dz\underset{\theta\to0}{\sim}\sqrt{n}\int_0^\infty\ln z\,p_0(z)\,dz=\frac{\theta^2\sqrt{n}}{4\sigma^2}. \qquad (18)$$

Для вычисления дисперсии статистики $t_{n,n}^{(2)}$ при нулевой гипотезе воспользуемся (16) и (17) и найдем, что

$$E\left(t_{n,n}^{(2)}\,|\,H_0\right)=\int\limits_0^\infty \frac{2z\ln z dz}{(1+z^2)^2}=0. \tag{19}$$

Остается вычислить значение $E\left(t_{n,n}^{(2)^2}\,|\,H_0\right)$. Применяя несколько раз интегрирование по частям, сведем исходный интеграл к табличному и вычислим его с помощью 3.411.2 [13]. Окончательный результат —

$$E\left(t_{n,n}^{(2)^2}\,|\,H_0\right)=\int\limits_0^\infty \frac{2z\ln^2 z dz}{(1+z^2)^2}=\frac{1}{2}\int\limits_0^\infty \frac{t dt}{e^t-1}=\frac{\pi^2}{12}. \tag{20}$$

Таким образом, в силу (19) и (20) получаем, что значение дисперсии статистики при гипотезе H_0 равно

$$D\left(t_{n,n}^{(2)}\,|\,H_0\right)=\frac{\pi^2}{12}. \tag{21}$$

Результаты (18) и (21) показывают, что $m=2$ и $\delta=1/4$. Поэтому, дважды дифференцируя интегральное представление (18) математического ожидания при альтернативе, находим

$$\left\{\left.\frac{\partial^2 E\left(t_{n,n}^{(2)}\,|\,H_1\right)}{\partial\theta^2}\right|_{\theta=0}\right\}^2=\frac{n}{4\sigma^4}, \tag{22}$$

откуда в силу (21) и (22) мера эффективности статистики логарифмического контраста равна

$$A_2\left(t_{n,n}^{(2)}\right)=\frac{3n}{\pi^2\sigma^4}. \tag{23}$$

Обратимся теперь к вычислению меры эффективности статистики простого контраста (3) [8, 11, 12]. Заменой переменной $z^{1/\alpha}=t$ в (15) получим выражение для плотности случайной величины $t=(x/y)^{1/\alpha}$:

$$p(t)=\frac{2\alpha t^{2\alpha-1}}{(1+t^{2\alpha})^2}\exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma^2(1+t^{2\alpha})}\right)\left(1+\frac{\theta^2 t^2}{2\sigma^2(1+t^{2\alpha})}\right). \tag{24}$$

С помощью (24) и 3.241.5 [13] найдем дисперсию статистики при нулевой гипотезе. Поскольку

$$E\left(t_{n,n}^{(3)}\,|\,H_0\right)=2\alpha\int\limits_0^\infty \frac{t^{2\alpha}dt}{(1+t^{2\alpha})^2}=\frac{\pi}{2\alpha}\operatorname{cosec}\frac{\pi}{2\alpha},\ \alpha>1/2, \tag{25}$$

и

$$E\left(t_{n,n}^{(3)^2}\,|\,H_0\right)=2\alpha\int\limits_0^\infty \frac{t^{2\alpha+1}dt}{(1+t^{2\alpha})^2}=\frac{\pi}{\alpha}\operatorname{cosec}\frac{\pi}{\alpha},\quad \alpha>1, \tag{26}$$

то, следовательно,

$$D\left(t_{n,n}^{(3)}\,|\,H_0\right)=\frac{\pi}{\alpha}\left(\operatorname{cosec}\frac{\pi}{\alpha}-\frac{\pi}{4\alpha}\operatorname{cosec}^2\frac{\pi}{2\alpha}\right). \tag{27}$$

Вид выражения (26) показывает, что при значениях $\alpha\leqslant 1$ соответствующий интеграл расходится. Это означает [10], что АОЭ правила простого контраста при $\alpha\leqslant 1$ по сравнению с рассматриваемыми правилами равна нулю. Рассмотрим поэтому случай $\alpha>1$.

Найдем значение m-й производной по параметру θ от математического ожидания статистики контраста при альтернативе. Из (24) следует, что

$$\left.\frac{\partial^m E\left(t_{n,n}^{(3)}\,|\,H_1\right)}{\partial\theta^m}\right|_{\theta=0}=\sqrt{n}\int\limits_0^\infty t\left\{\left.\frac{\partial^m p(t)}{\partial\theta^m}\right|_{\theta=0}\right\}dt. \tag{28}$$

Очевидно, что снова $m=2$ и $\delta=1/4$; таким образом, рассматриваемые правила могут сравниваться между собой на основе понятия коэффициента АОЭ. Поскольку

$$\left.\frac{\partial^2 p(t)}{\partial\theta^2}\right|_{\theta=0} = \frac{2\alpha(t^{2\alpha}-1)\,t^{2\alpha-1}}{\sigma^2(1+t^{2\alpha})^3}, \tag{29}$$

то, следовательно, используя (28), (29) и 3.241.4 [13], находим

$$\left.\frac{\partial^2 E\left(t_{n,n}^{(3)}\mid H_1\right)}{\partial\theta^2}\right|_{\theta=0} = \sqrt{n}\int_0^\infty \frac{2\alpha t^{2\alpha}(t^{2\alpha}-1)\,dt}{\sigma^2(1+t^{2\alpha})^3} =$$

$$= \frac{\sqrt{n}}{2\sigma^2}\left[\Gamma\left(\frac{4\alpha+1}{2\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{2\alpha-1}{2\alpha}\right) - \Gamma\left(\frac{4\alpha-1}{2\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{2\alpha+1}{2\alpha}\right)\right]. \tag{30}$$

С помощью известных соотношений для гамма-функции $\Gamma(x+1)=x\Gamma(x)$ и $\Gamma(x)\Gamma(1-x)=\pi/\sin\pi x$ (30) легко преобразуется к более простому виду:

$$\left.\frac{\partial^2 E\left(t_{n,n}^{(3)}\mid H_1\right)}{\partial\theta^2}\right|_{\theta=0} = \frac{\pi\sqrt{n}}{4\alpha^2\sigma^2}\operatorname{cosec}\frac{\pi}{2\alpha}. \tag{31}$$

Соотношения (27) и (31) дают совместно следующее выражение для меры эффективности статистики простого контраста:

$$A_3\left(t_{n,n}^{(3)}\right) = \frac{\pi n}{8\sigma^4\alpha^3\,(tg\pi/2\alpha-\pi/2\alpha)}. \tag{32}$$

Анализ выражения (32) показывает, что с ростом значения α мера эффективности стремится к пределу. Действительно, разлагая в (32) тангенс в степенной ряд и ограничиваясь в силу условия $\alpha\to\infty$ первыми двумя членами разложения, нетрудно видеть, что мера эффективности статистики простого контраста в пределе при $\alpha\to\infty$ совпадает со значением меры эффективности статистики логарифмического контраста. Значения меры эффективности статистики простого контраста для некоторых значений параметра α приведены в таблице.

α	1,25	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	10,0	∞
$A_3\frac{\sigma^4}{n}$	0,110	0,169	0,223	0,270	0,285	0,289	0,301	0,304

Очевидно, что с практической точки зрения наибольший интерес представляет случай $\alpha=2$.

ВЫВОДЫ

Сравнение полученных результатов (14), (23) и (32) показывает, что наилучшими свойствами обладает локально-оптимальное правило В. Н. Прокофьева $t_{n,n}^{(1)}$. Локально оно примерно в 1,5 раза лучше правила, основанного на статистике логарифмического контраста $t_{n,n}^{(2)}$, и почти в 2,25 раза эффективнее правила, основанного на статистике простого контраста $t_{n,n}^{(3)}$ с $\alpha=2$. В то же время при всех конечных значениях параметра α мера эффективности статистики простого контраста оказывается меньше, чем меры эффективности статистики логарифмического контраста.

Другой вывод состоит в том, что правила обнаружения, основанные на статистиках простого контраста со значением параметра $\alpha\leqslant1$, оказываются статистически неэффективными, в силу чего не следует ожидать положительных эффектов обнаружения при применении статистик контрастной обработки, основанных на отношениях элементов выборок с показателем степени, большим единицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Карпова О. М., Нежевенко Е. С., Уманцев Г. Д.** Распознавание изображений известной формы на фотоснимках.— «Автометрия», 1975, № 3, с. 68.
2. **Веряскин Ф. Ф., Выдрин Л. В., Давыдов В. Т., Мантуш Т. Н., Нежевенко Е. С., Панков Б. Н., Твердохлеб П. Е.** Оптико-электронный процессор для распознавания изображений.— «Автометрия», 1975, № 3, с. 73.
3. **Левин Б. Р.** Оптимальные алгоритмы обнаружения сигналов, устойчивые к изменению априорных данных.— «Изв. высш. учеб. заведений. Радиоэлектроника», 1970, т. XIII, вып. 2, с. 107.
4. **Дмитриенко А. Н., Корадо В. А.** О непараметрических свойствах обнаружителей, оптимальных для гауссовской помехи с неизвестной интенсивностью.— «Радиотехника и электроника», 1972, т. XVII, вып. 10, с. 2071.
5. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 3. М., «Сов. радио», 1976.
6. **Прокофьев В. Н.** Инвариантное правило некогерентного обнаружения сигнала на фоне шумов неизвестного уровня.— «Радиотехника и электроника», 1973, т. XVIII, вып. 3, с. 547.
7. **Артамонов А. Ф., Шишкин И. Ф.** Контрастный прием на нелинейном приемнике.— «Радиотехника», 1972, т. 26, № 6, с. 94.
8. **Нестерук В. Ф., Порфирьева Н. Н., Попов Г. П.** Вопросы теории инвариантного обнаружения.— «Вопросы радиотехники. Сер. общетехн.», 1967, т. 15, с. 37.
9. **Шметтерер Л.** Введение в математическую статистику. М., «Наука», 1976.
10. **Кендалл М. Д., Стьюарт А.** Статистические выводы и связи. М., «Наука», 1973.
11. **Баталов Ю. В., Мирошников М. М., Порфирьева Н. Н.** О контрастном методе обработки фотографий Марса.— «ОМП», 1973, № 9, с. 11.
12. **Богданович В. А., Прокофьев В. Н.** Оптимальный обнаружитель сигналов в неизвестных шумах.— «Изв. высш. учеб. заведений. Радиоэлектроника», 1970, т. 13, вып. 2, с. 157.
13. **Градштейн И. С., Рыжик И. М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов, произведений. М., Физматгиз, 1963.
14. **Фихтенгольц Г. М.** Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. II. М., «Наука», 1966, с. 560.

Поступила в редакцию 17 мая 1977 г.

УДК 621.317

Ю. Д. ПОПОВ

(Киев)

ОПТИМИЗАЦИЯ ОДНОГО МЕТОДА ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Следуя работе [1], рассмотрим систему равенств

$$x=(k_1+\hat{\varphi}_1)/d_1=(k_2+\hat{\varphi}_2)/d_2=\ldots=(k_m+\hat{\varphi}_m)/d_m, \quad (1)$$

где x — восстанавливаемая величина, принимающая значения из интервала $[0, 1)$; $k_i=[d_ix]^+$; $\hat{\varphi}_i=\{d_ix\}^+$ — соответственно целая и дробная части от d_ix; d_i — заданные числа, удовлетворяющие соотношению $0<d_1<d_2<\ldots<d_m$. Величина x подлежит оценке по наблюденным значениям $\hat{\varphi}_1, \hat{\varphi}_2, \ldots, \hat{\varphi}_m$, при этом $k_1, k_2, \ldots, k_m$ не известны. Заметим, что система (1) избыточна, если φ_i измеряются безошибочно и на d_i