УДК 621.391.8 : 519.2

В. М. ГОРБУНОВ, Ф. М. ЗАВЬЯЛКИН, М. С. КВАСНИЦА
(Томск)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА, ПОРОЖДЕННОГО ИМПУЛЬСНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ

В ряде задач оптической связи [1], радиометрического контроля материалов и изделий [2], определения лазерными допплеровскими приборами скорости жидкости и газа [3] требуется найти параметры случайного процесса

$$y(t)=\sum_{i=1}^{n} h(t-t_i), \tag{1}$$

который можно представить как результат воздействия случайной импульсной последовательности на линейный фильтр. Тогда в выражении (1) $h(\tau)$ — отклик фильтра на отдельный импульс; n — число импульсов, появившихся в моменты времени t_i на интервале $(0,\ t+T)$, где параметр T отражает физическую реализуемость фильтра (при $T=0$ и $T>0$ фильтр физически реализуемый и нереализуемый соответственно).

Параметры случайного процесса $y(t)$ наиболее полно определены в случае пуассоновской импульсной последовательности с детерминированной интенсивностью (например, [4]) благодаря безграничной делимости такой последовательности на независимые составляющие со сколь угодно малой интенсивностью. Полученные выражения для моментов распределения процесса $y(t)$ (формулы Кемпбелла) явились основой для вычисления моментов распределения данного процесса при пуассоновской последовательности со случайной интенсивностью [1, 5—7].

Многообразие импульсных последовательностей, рассматриваемых при решении практических задач, приводит к необходимости разработки методов определения параметров процесса $y(t)$ при произвольной последовательности импульсов на входе линейного фильтра. Такая постановка задачи определения параметров случайного процесса, порожденного последовательностью, обусловливает использование единого описания потоков событий, например, на основе производящего функционала потоков [8].

Введем случайный процесс $N(t+T)$, характеризующий число импульсов, появившихся в случайные моменты времени t_i и поступивших на вход фильтра за интервал времени $(0,\ t+T)$, и однозначно определяемый производящим функционалом

$$L[u]=\left\langle \prod_{i=1}^{n}[1+u(t_i)]\right\rangle_{n,t_1,\ldots,t_n}, \tag{2}$$

где $\langle\cdot\rangle_{n,t_1,\ldots,t_n}$ означает усреднение по числу импульсов n и моментам их появления t_i на интервале $(0,\ t+T)$. Следовательно, процесс $y(t)$ выражается через введенный процесс $N(t+T)$ следующим образом:

$$y(t)=\int_0^{t+T} h(t-\tau)\,dN(\tau). \tag{3}$$

Характеристический функционал процесса $N(t+T)$

$$\varphi[u]=\left\langle \exp j\int_0^{t+T} u(\tau)\,dN(\tau)\right\rangle_{N(\tau)}=\left\langle \exp j\sum_{i=1}^{n} u(t_i)\right\rangle_{n,t_1,\ldots,t_n} \tag{4}$$

и связан с производящим функционалом $L[u]$

$$\varphi[u]=L[e^{ju(\tau)}-1],\quad j=\sqrt{-1}. \tag{5}$$

Тогда из выражений (3)—(5) следует, что характеристический функционал $\Phi[u]$ процесса $y(t)$ равен

$$\Phi[u]=L\left[e^{j\int_0^{t+T} u(t)h(t-\tau)dt}-1\right]. \tag{6}$$

При независимых флуктуациях амплитуд импульсов, используя определение потока кратных точек, выражение (6) примет следующий вид:

$$\Phi[u]=L\left[\theta\left[\int_0^{t+T} u(t)\,h(t-\tau)\,dt\right]-1\right]; \tag{7}$$

характеристическая функция $\psi(\omega)$ процесса $y(t)$

$$\psi(\omega)=L[\theta(\omega h(t-\tau))-1], \tag{8}$$

где $\theta(\omega)$ — характеристическая функция амплитуд импульсов; $h(\tau)$ в этом случае — отклик фильтра на импульс с единичной амплитудой.

Пусть $F[u]$ — характеристический функционал случайной во времени интенсивности $\lambda(t)$ пуассоновской последовательности импульсов на входе фильтра. Тогда, согласно [8],

$$L[u]=F[-ju], \tag{9}$$

а из выражения (6) характеристический функционал

$$\Phi[u]=F\left[j\left(e^{j\int\limits_0^{t+T}u(t)h(t-\tau)dt}-1\right)\right]. \tag{10}$$

Выразим производящий функционал $L[u]$ процесса $N(t+T)$ посредством его корреляционных функций [8]:

$$L[u]=\exp\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}\int\limits_0^{t+T}\underset{(n)}{\cdots}\int\limits_0^{t+T}g_n\left(t_1',\ldots,t_n'\right)\prod_{i=1}^{n}u\left(t_i'\right)dt_1'\ldots dt_n'\right],$$

$$t_1',\ldots,t_n'\in(0,t). \tag{11}$$

Учитывая, что функциональные производные m-го порядка

$$\frac{\delta^m}{\delta u\left(t_1'\right)\ldots\delta u\left(t_m'\right)}\prod_{i=1}^{n}\left\{\theta\left[\int\limits_0^{t+T}u\left(t_i'\right)h\left(t_i'-\tau\right)dt_i'\right]-1\right\}\Bigg|_{u(t_1)=\ldots=u(t_n)=0}=0$$

при $m<n$, семиинварианты распределения m-го порядка

$$\mu_m\left(t_1',\ldots,t_m'\right)=\sum_{n=1}^{m}\frac{1}{n!}\int\limits_0^{t+T}\underset{(n)}{\cdots}\int\limits_0^{t+T}g_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)\times$$

$$\times\frac{\delta^n}{\delta u\left(t_1'\right)\ldots\delta u\left(t_n'\right)}\prod_{i=1}^{n}\left\{\theta\left[\int\limits_0^{t+T}u\left(t_i'\right)h\left(t_i'-\tau\right)dt_i'\right]-1\right\}d\tau_1\ldots d\tau_n \tag{12}$$

и определяются лишь первыми m корреляционными функциями импульсной последовательности и m начальными моментами распределения амплитуд импульсов.

При

$$g_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)=0,\quad n\geqslant 2;\quad g_1(\tau_1)=\lambda(\tau),\quad \theta[u]=e^{j\int u(t)h(t-\tau)d\tau}$$

в случае пуассоновского потока импульсов из выражения (12) получим

$$\mu_m\left(t_1',\ldots,t_m'\right)=\int\limits_0^{t+T}\prod_{i=1}^{m}h\left(t_i'-\tau\right)\lambda(\tau)\,d\tau. \tag{13}$$

Выражение (13) и определяет формулы Кемпбелла. При случайной интенсивности $\lambda(t)$ пуассоновской последовательности импульсов формула (12) приводит к ранее полученным результатам [1, 5—7], если учесть, что из выражения (9) следует

$$g_m\left(t_1',\ldots,t_m'\right)=B_m\left(t_1',\ldots,t_m'\right),$$

где B_m — корреляционные моменты m-порядка интенсивности $\lambda(t)$.

Таким образом, соотношения (7) и (12) полностью определяют параметры процесса, порожденного импульсной последовательностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карп С. Теория оптических каналов в свободном пространстве.— «ТИИЭР», 1970, № 10, с. 17—21.
2. Таточенко Л. К. Радиоактивные изотопы в приборостроении. М., Атомиздат, 1960.
3. Дубнищев Ю. Н., Коронкевич В. П., Соболев В. С., Столповский А. А., Уткин Е. Н., Шмойлов Н. Ф. Измерение параметров турбулентных потоков с помощью лазерного допплеровского измерителя скорости.— «Автометрия», 1971, № 1, с. 36—43.

4. Р а й с. Теория флуктуационных шумов.— В кн.: Теория передачи электрических
8. Б о л ь ш а к о в И. А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума. М., «Сов. радио», 1969.

Поступило в редакцию 18 сентября 1975 г.;
окончательный вариант — 1 февраля 1977 г.

УДК 681.3 : 519.2

И. С. МИКАДЗЕ
(Тбилиси)

К ВОПРОСУ ОСУЩЕСТВИМОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ УСТРОЙСТВОМ С НЕНАГРУЖЕННЫМ РЕЗЕРВОМ

Рассмотрим возможность решения за заданное время t одной большой задачи вычислительной системой (ВС), состоящей из одного рабочего вычислительного устройства (ВУ) и $m-1$ резервных устройств, находящихся в ненагруженном режиме («холодный» резерв).

Пусть резервные устройства не отказывают, находясь в нерабочем состоянии, и пребывание резервного устройства в таком состоянии не изменяет его надежности в рабочем состоянии; решаемая задача состоит из n алгоритмов (этапов), интервалы времени решения которых являются независимыми случайными величинами, распределенными по произвольному закону $F_j(t)$, $j=\overline{1, n}$; отказавшие ВУ обслуживаются одной ремонтной бригадой, и время их восстановления распределено по показательному закону с интенсивностью ν; рабочее ВУ подвергается двум видам отказов [1—3]: при первом рабочее устройство отключается и включается резервное устройство, а при втором виде отказа (сбои) рабочее устройство остается включенным; при первом виде отказа обесценивается вся проделанная работа, а при втором обесценивается проделанная работа в пределах одного этапа; переключающее устройство абсолютно надежно; потоки отказов распределены по закону Пуассона с интенсивностями соответственно α_j и β_i $(j=\overline{1, n})$; аппаратурный контроль идеален и способен мгновенно обнаруживать неисправность.

Процесс решения задачи ВС рассмотрим как полумарковский процесс с конечным количеством состояний [4—8] и введем вероятности $\Phi(t, j, k, m)$ того, что решение задачи закончится в течение времени t, если ее решение начнется с j-го этапа при условии, что из общего количества m ВУ уже отказали k устройств (решение j-го этапа начинается в момент времени $t=0$ при наличии k отказавших устройств).

Рассмотрим две модели такой ВС.

Модель I. Пусть имеют место оба вида отказов. Отказавшие устройства не подлежат восстановлению, и если в процессе решения задачи откажут все m устройств, то задание считается невыполненным ВС, т. е.

$$\Phi(t, j, m, m)=0, \; j=\overline{1, n}.$$

Процесс решения задачи может быть описан с помощью следующей математической модели. Рассматриваемая ВС может находиться в n различных состояниях в зависимости от номера решаемого этапа в данный момент. Интервалы времени, в течение которых ВС находится в i-м $(i=1, n)$ состоянии, являются независимыми случайными величинами. Вероятность перехода из состояния i в любое другое состояние j не зависит от номеров ранее решавшихся этапов.

Опишем эту модель, следуя [4], с помощью полумарковских процессов. В соответствии с [4] полумарковский процесс с конечным числом состояний $\xi(e_1, e_2, \ldots, e_n)$ полностью определяется временем пребывания в состояниях e_i с функциями распределения $P_i(t)$ и условными вероятностями $q_{ij}(t)$; $i, j=\overline{1, n}$, переходов из состояния e_i в состояние e_j при условии, что полумарковский процесс находится в состоянии e_i в течение времени t.

В нашем случае нет необходимости определять условные вероятности $q_{ij}(t)$, а достаточно выразить через исходные характеристики процесса переходные вероятности