УДК 53.085.215

В. М. ЕФИМОВ, А. М. ИСКОЛЬДСКИЙ

(Новосибирск)

МОДЕЛЬ АППАРАТНОЙ ФУНКЦИИ ФОТОПРИЕМНИКА*

В линейных режимах функционирования фотоприемников выполняется принцип суперпозиции, т. е. реакция прибора на сумму дельта-функций представляет собой сумму откликов на каждую из них. В этом случае аппаратная функция является исчерпывающей характеристикой приемника и ее свойства определяются реакцией на одиночный фотоэлектрон (пространственно-временную дельта-функцию), рожденный на входном фотокатоде.

В фотоэлектрических приборах процесс размножения электронов случаен и сопровождается также случайным пространственно-временным рассеиванием вторичных электронов, что приводит к флуктуациям аппаратной функции.

Ниже рассматриваются статистические характеристики этих флуктуаций и влияние последних на точность регистрации [1].

Модель процесса размножения и рассеивания. Для наглядности рассмотрим фотоэлектронные умножитель (ФЭУ). Будем описывать свойства входной камеры ФЭУ функцией $\varphi_0(t)$, которая является плотностью вероятностей времени пролета фотоэлектронов до первого динода. Каждый последующий каскад будем характеризовать $\varphi_l(t)$ и $p_l(k)$, где $\varphi_l(t)$ так же, как и $\varphi_0(t)$, описывает распределение времени запаздывания, а $p_l(k)$ — распределение числа вторичных электронов, рожденных от одного первичного, т. е. $p_l(k)$ — распределение коэффициента усиления l-го каскада.

Рассмотрим реакцию ФЭУ на одиночный фотоэлектрон. Очевидно, что на выходе возникает сигнал, представляющий собой группу из K электронов, распределенных во времени.

Этот сигнал можно описать как временную последовательность δ-функций:

$$\psi(t) = \sum_{i=1}^{K} \delta(t - t_i), \tag{1}$$

где t_i — время прихода i-й частицы на анод, отсчитываемое от момента рождения $t_0=0$ первичного фотоэлектрона. Очевидно, что t_i складывается из времени задержки всех «родителей» данной частицы и времени пролета ее самой в последнем m-м каскаде:

$$t_i = \sum_{l=0}^{m} t_{il}. \tag{2}$$

В рассматриваемой модели t_{il} статистически независимы, поэтому распределение t_i—$\varphi_{0,m}(t)$ является сверткой распределений $\varphi_0(t)$ и всех $\varphi_l(t)$, а интенсивность потока выходных электронов (среднее число электронов в единицу времени)

$$\langle\psi(t)\rangle = \langle K\rangle \varphi_{0,m}(t), \tag{3}$$

где $\langle K\rangle$ — среднее значение числа частиц на выходе, рожденных от одной первичной, т. е. среднее значение коэффициента усиления.

---

* См. примечание к статье: Ефимов В. М., Искольдский А. М. Оценка предельных возможностей регистрации изображений.— «Автометрия», 1977, № 5, с. 94—100.

В силу независимости процесса размножения в различных каскадах

$$\langle K\rangle = \prod_{l=1}^{m} \langle k_l\rangle, \tag{4}$$

где среднее значение коэффициента усиления l-го каскада

$$\langle k_l\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} k p_l(k). \tag{5}$$

Величина $\langle\psi(t)\rangle$ характеризует систему умножения ФЭУ в среднем. Заметим, что в качестве характеристики отдельного каскада можно рассматривать

$$\langle\psi_l(t)\rangle = \langle k_l\rangle\varphi_l(t). \tag{6}$$

В этих обозначениях $\langle\psi(t)\rangle$ — свертка всех $\langle\psi_l(t)\rangle$.

Для описания статистических свойств дискретной последовательности $\psi(t)$ знания математического ожидания $\langle\psi(t)\rangle$ недостаточно. Простейшей характеристикой, отражающей флуктуационные свойства $\psi(t)$, может служить второй смешанный момент (корреляция интенсивности потока выходных электронов):

$$\langle\psi(t)\,\psi(t+\tau)\rangle = \langle K\rangle\,\delta(\tau)\,\varphi_{0,m}(t) + \sum_{l=1}^{m} r_l \int \varphi_{l,m}(t-\theta)\,\varphi_{l,m}(t+ + \tau - \theta)\,\varphi_{0,l-1}(\theta)\,d\theta, \tag{7}$$

где

$$r_l = \langle K\rangle^2 \left(\langle k_l^2\rangle - \langle k_l\rangle\right)/\langle k_l\rangle \prod_{i=1}^{l} \langle k_i\rangle, \tag{8}$$

$\varphi_{i,j}(t)$ — свертка распределений времен запаздывания от i-го каскада по j-й включительно, $\varphi_{i,i}(t)$ — распределение времени запаздывания i-го каскада ($\varphi_{0,0}(t)=\varphi_0(t)$, $\varphi_{m,m}(t)=\varphi_m(t)$). Сложная структура (7) связана с тем, что времена запаздывания двух различных частиц в последней генерации являются зависимыми. «Глубина» этой зависимости определяется числом общих «предков». Например, слагаемое $l=m$ соответствует парам частиц, рожденных от одной и той же частицы предпоследнего каскада, т. е. для этих пар запаздывание во всех предыдущих каскадах одинаково. Слагаемое при $l=1$ относится к парам частиц, у которых общим предком является только начальный фотоэлектрон. Остальные слагаемые соответствуют промежуточной «степени родства».

Для электронно-оптического преобразователя (ЭОП) можно использовать все полученные выше соотношения, заменив $\varphi_l(t)$ на $\varphi_l(x, y, t)$ и введя очевидным образом соответствующие свертки по пространству.

Характеристики аппаратной функции. Преобразование рассмотренной последовательности выходных электронов, характеризуемой $\langle\psi(t)\rangle$ и $\langle\psi(t)\psi(t+\tau)\rangle$, в электрический сигнал производится с помощью пассивного радиотехнического звена, обеспечивающего интегрирование этой последовательности по времени с некоторой весовой функцией.

При этом сигнал на выходе интегрирующего звена

$$w(t) = \int \psi(\tau)\,h(t-\tau)\,d\tau, \tag{9}$$

где $h(t)$ — его весовая функция.

Для среднего значения сигнала вместо (3) будем иметь

$$\langle w(t)\rangle = \langle K\rangle\varphi_{0,m,h}(t), \tag{10}$$

где

$$\varphi_{0,m,h}(t)=\int\varphi_{0,m}(\tau)\,h(t-\tau)\,d\tau$$

— свертка $\varphi_{0,m}(t)$ с весовой функцией радиотехнического звена, $\langle w(t)\rangle$ описывает форму «среднего» одноэлектронного импульса и является средним значением аппаратной функции.

Флуктуации формы одноэлектронного импульса как случайной функции можно также характеризовать вторым смешанным моментом. Выражение для него аналогично (7):

$$\langle w(t)\,w(t+\tau)\rangle=\langle K\rangle\int h(t-\theta)\,h(t+\tau-\theta)\varphi_{0,m}(\theta)\,d\theta+$$

$$+\sum_{l=1}^{m}r_l\int\varphi_{l,m,h}(t-\theta)\,\varphi_{l,m,h}(t+\tau-\theta)\,\varphi_{0,l-1}(\theta)\,d\theta, \qquad (11)$$

здесь дополнительный индекс h означает свертку соответствующей функции из (7) с $h(t)$.

Из (10) и (11) можно получить интегральные характеристики аппаратной функции.

Среднее время запаздывания сигнала на выходе интегрирующего звена по отношению к моменту рождения первичного фотоэлектрона

$$\langle t\rangle=\int t\varphi_{0,m,h}(t)\,dt=\sum_{l=0}^{m}\langle t_l\rangle+t_h, \qquad (12)$$

где $\langle t_l\rangle$ — среднее время запаздывания l-го каскада, $t_h=\int th(t)\,dt$ — запаздывание, вносимое радиотехническим звеном.

Средний по времени второй смешанный момент аппаратной функции

$$\int\langle w(t)\,w(t+\tau)\rangle\,dt=\langle K\rangle\int h(t)\,h(t+\tau)\,dt+$$

$$+\sum_{l=1}^{m}r_l\int\varphi_{l,m,h}(t)\,\varphi_{l,m,h}(t+\tau)\,dt. \qquad (13)$$

При $\tau=0$ из (13) вытекает соотношение для интегрального среднего квадрата аппаратной функции

$$\int\langle w^2(t)\rangle\,dt=\langle K\rangle/\tau_h+\sum_{l=1}^{m}r_l/\tau_{l,m,h}. \qquad (14)$$

В (14) характерные времена аппаратных функций

$$\tau_h=1\Big/\int h^2(t)\,dt,\quad \tau_{l,m,h}=1\Big/\int\varphi^2_{l,m,h}(t)\,dt. \qquad (15)$$

Влияние флуктуаций аппаратной функции на ошибки регистрации. При анализе ошибок регистрации будем считать [2], что на входе ФЭУ действует сигнал $f(x,\,y,\,t)=f(t)$, модулирующий интенсивность стационарного светового поля. Будем, далее, полагать, что $\int h(t)\,dt=1$ и, следовательно, $\int\langle w(t)\rangle\,dt=\langle K\rangle$. Так как в ФЭУ производится интегрирование светового потока по площади S входного фотокатода, то в качестве оценки транспаранта, учитывая запаздывание, примем (см. (17) из [2])

$$\hat{f}(t)=f_{\text{вых}}(t+\langle t\rangle)/\alpha S\langle K\rangle. \qquad (16)$$

Тогда интегральный квадрат систематической ошибки (см. (30) и (42) из [2])

$$\langle\varepsilon_0^2\rangle = \sigma_f^2\Big[1 - 2\int \rho_f(\tau)\,\varphi_{0,m,h}(\tau + \langle t\rangle)\,d\tau + \int \rho_f(\tau)\,[\varphi_{0,m,h}(\tau)]_0\,d\tau\Big], \quad (17)$$

где $[\varphi_{0,m,h}(\tau)]_0$ — свертка функции $\varphi_{0,m,h}(t)$ с самой собой (см. (31) из [2]). Так как $\varphi_{0,m,h}(t)$ является сверткой плотности вероятностей времен пролета $\varphi_{0,m}(t)$ с весовой функцией радиотехнического звена $h(t)$, то из (17) следует, что наличие временного рассеивания по отношению к систематической ошибке эквивалентно введению дополнительного радиотехнического звена с аппаратной функцией $\varphi_{0,m}(t)$, т. е. приводит к увеличению этой ошибки.

Интегральная дисперсия случайной ошибки запишется следующим образом (см. (32) и (44) из [2]):

$$\langle\sigma^2\rangle = (1/\alpha S)\,\langle f\rangle \int [\langle w^2(t)\rangle/\langle K\rangle^2]\,dt + (\sigma_I^2/I^2)\,\langle f^2\rangle \int \rho_I(\xi,\eta,\tau)\,[\varphi_{0,m,h}(\tau)]_0 \times$$
$$\times \{[w_S(\xi,\eta)]_0/S^2\}\,d\xi d\eta d\tau, \quad (18)$$

где $[w_S(\xi,\eta)]_0$ — свертка пространственной аппаратной функции ФЭУ (равной 1, если $\xi,\eta\in S$, и нулю, если $\xi,\eta\equiv S$) с самой собой.

По отношению ко второму слагаемому (18) наличие временного разброса также эквивалентно введению дополнительного радиотехнического звена с аппаратной функцией $\varphi_{0,m}(t)$. Для когерентного опорного поля это слагаемое (см. (38) из [2]) равно $(\sigma_I^2/I^2)\langle f^2\rangle$, для теплового источника (см. (39) из [2]) — $(\sigma_I^2/I^2)(V_I/S\tau_{0,m,h})$, т. е. в последнем случае наличие временного разброса приводит к уменьшению этого слагаемого, так как характерное время $\tau_{0,m,h}\geqslant\tau_h$.

Из (14) следует, что «дробовая» составляющая тем меньше, чем меньше флуктуации коэффициента усиления (при этом наибольший вклад вносят флуктуации коэффициента усиления первого каскада) и чем больше флуктуации времен пролета (при этом наибольший вклад вносят флуктуации времени пролета последнего каскада, а флуктуации времен пролета входной камеры ФЭУ вообще не сказываются на величине «дробовой» составляющей).

Так как

$$\langle K\rangle + \sum_{l=1}^{m} r_l = \langle K^2\rangle, \quad (19)$$

то, как следует из (18) и (14), «дробовая» составляющая лежит в пределах

$$(1/\alpha S\tau_{1,m,h})\,\langle f\rangle\,(1 + [D/\langle K\rangle^2]) \leqslant (1/\alpha S)\,\langle f\rangle \int [\langle w^2(t)\rangle/\langle K\rangle^2]\,dt \leqslant$$
$$\leqslant (1/\alpha S\tau_h)\,\langle f\rangle\,(1 + [D/\langle K\rangle^2]), \quad (20)$$

где $D=\langle K^2\rangle-\langle K\rangle^2$ — дисперсия коэффициента усиления.

Таким образом, дисперсия «дробовой» составляющей ошибки определяется средним числом фотоэлектронов $\langle N_э\rangle=\alpha V_э$ в объеме некоторой апертуры $V_э(S\tau_h\leqslant V_э\leqslant S\tau_{1,m,h})$ и относительной дисперсией коэффициента усиления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов В. М., Искольдский А. М. Флуктуации аппаратной функции и ошибки фотоприемника, обусловленные случайным характером процесса усиления в фотоэлектрических приборах.— Препринт, № 37. Новосибирск, изд. ИАиЭ СО АН СССР, 1976.
2. Ефимов В. М., Искольдский А. М. Оценка предельных возможностей регистрации изображений.— «Автометрия», 1977, № 5, с. 94—100.

Поступила в редакцию 23 мая 1977 г.