дисперсии оценки только по данным натурного эксперимента. Кроме того, уменьшение дисперсии оценки достигается за счет специального выбора распределения входных воздействий в соответствии с формулой (11). Из формулы видно, что входные воздействия должны формироваться не только на основе условий функционирования объекта, которые задаются плотностью вероятности $p(x)$, но также с учетом априорной информации о возможных рассогласованиях модели относительно реального объекта, задаваемых дисперсией $\sigma^2(x)$. Искажения входных воздействий при моделировании относительно входных воздействий при натурном эксперименте сохраняют несмещенность и состоятельность оценки, но приводят к некоторому увеличению ее дисперсии (16). Эти результаты доказывают устойчивость предлагаемого метода комбинированной [illegible] меняют существа рассмотренного метода комбинированной оценки. Он легко распространяется на случай оценки вектора выходных характеристик объекта. При этом определение наиболее благоприятного распределения $f(x)$ осуществляется из условия минимизации некоторой нормы корреляционной матрицы выходных координат объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пугачев В. Н. Комбинированные методы определения вероятностных характеристик. М., «Сов. радио», 1973.
2. Ермаков С. М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М., «Наука», 1971.

Поступила в редакцию 16 декабря 1974 г.

УДК 519.1 : 519.2 : 62-529

В. И. ЗНАК

(*Новосибирск*)

К АЛГОРИТМУ ОЦЕНКИ ТРУДОЕМКОСТИ ПРОГРАММ

I. Задача выявления характеристик алгоритмов, в частности оценки времени их реализации, возникает во многих практически важных случаях. В первых работах [1, 2], посвященных этому вопросу, необходимые оценки получены с помощью матрицы переходов. Однако при этом теряется информация об отдельных ветвях или вариантах реализации алгоритма, что может представлять самостоятельный интерес. Попытки учесть структурные особенности алгоритмов и их схем предприняты в работах [3, 4], где на исследуемые схемы, однако, наложены те или иные структурные ограничения. Кроме того, использование результатов [4] приводит в определенных случаях к избыточным в вычислительном плане процедурам оценок. В данной работе (см. п. II) рассмотрен лишенный отмеченных недостатков алгоритм исследования структурных особенностей схем программ и оценки их трудоемкости; получены граничные оценки трудоемкости и оценка частоты реализации циклов (см. п. III); приведен пример использования полученных результатов (см. п. IV). В качестве исходного объекта исследования в работе используется ориентированный граф (в данном виде можно интерпретировать всякую программу или алгоритм, реализуемый такой программой [1]).

II. Пусть имеется конечный ориентированный граф $G = G(R, r)$, из каждой вершины которого $R_j (j = 1, \ldots, L)$ исходит $m(j)$ дуг $r^{\sigma j}$ ($\delta_j = 1, \ldots, m(j)$). Дополним множество вершин графа вершиной R_0, которая соответствует некоторому внешнему по отношению к алгоритму оператору, определяющему запуск алгоритма. Положим, что из R_0 исходит дуга в направлении вершины R_e, представляющей оператор, выполняемый первым ($1 \leqslant e \leqslant L$). Вершины R_0 и R_q (представляющую останов, $m(q) = 0$) назовем началом и концом графа соответственно.

Путем на графе G назовем такую последовательность дуг

$$\delta = r_1, r_2, \ldots, r_n, \tag{1}$$

что соседние дуги $r_{l-1}, r_l (l = 2, \ldots, n)$ имеют общую вершину R_{j_l} и проходятся в направлении их ориентации. Пусть δ, для которого выполняется условие

$$R_{j_l} \neq R_{j_k} \quad (l, k = \overline{1, n};\ l \neq k), \tag{2}$$

назовем простым (элементарным). Если $R_{j_1} = R_0$, $R_{j_n} = R_q$ и выполняется условие (2), тогда имеем простой полный путь. Если какая-то вершина R_j проходится путем δ дважды, т. е. в отличие от условия (2) для него имеет место

$$R_{j_l} = R_{j_k} \quad (1 \leqslant l;\ k \leqslant n;\ l \neq k),$$

тогда подпуть

$$\delta' = r_l, r_{l+1}, \ldots, r_{k-1} \quad (\delta' \subset \delta), \tag{3}$$

для которого выполняется условие (2), назовем простым циклом.

Для полноты последнего определения отметим, что

любая циклическая перестановка элементов простого цикла дает верное изображение этого цикла. (4)

В настоящее время существует ряд алгоритмов, обеспечивающих перечисление простых (элементарных) путей графа (часть из них названа в работе [4]). Положим, что реализация такого рода процедуры позволила организовать множество Ψ простых полных путей $\psi_i (i = 1, \ldots, n(\Psi))$, т. е. путей из начала графа в конец, и множество Φ простых циклов $\varphi_j (j = 1, \ldots, m(\Phi))$:

$$\psi_i = r_1^i, r_2^i, \ldots, r_{m(i)}^i = \{r_l^i\};$$
$$\varphi_j = r_1^j, r_2^j, \ldots, r_{m(j)}^j = \{r_l^j\}.$$

Выделим на множестве Ψ путь φ_c на множестве Φ некоторое подмножество M циклов φ_s:

$$\begin{gathered}\psi_c = \psi_c', r_f^c, \psi_c'' \quad (1 \leqslant c \leqslant n(\Psi);\ f = f(c));\\ \varphi_s = \varphi_s', r_d^s, \varphi_s'' \quad (s = 1, \ldots, m(M);\ m(M) \leqslant m(\Phi);\ d = d(s))\end{gathered} \tag{5}$$

таких, что ребро $r_f^c \in \psi_c$ и ребра $r_d^s \in \varphi_s (s = 1, \ldots, m(M);\ 1 \leqslant d \leqslant m(s))$ имеют одну и ту же начальную вершину R_j на схеме G. Если $M \neq \varnothing$, то будем говорить, что простые циклы $\varphi \in M$ «порождены» простым путем ψ_c. При реализации пути ψ_c циклы $\varphi_s \in M$ могут быть реализованы в произвольном порядке $n(s)$ раз ($n(s) = 0, 1, 2, \ldots$); иначе получаем множество путей, которое представим в виде

$$\gamma = \psi_c', \ (\varphi_1, \ldots, \varphi_{m(M)}), \ r_f^c, \ \psi_c'. \tag{6}$$

Элемент $r_f^c \in \psi_c$ назовем корнем циклов множества M. Сейчас на множестве $\Phi' = \Phi \diagdown M$ можно искать циклы, порождаемые каждым из рассмотренных $\varphi \in M$, либо исследовать оставшиеся, за исключением рассмотренного, элементы $r \in \psi_c$ и выявить прочие порождаемые путем ψ_c циклы.

Простые полные пути назовем путями нулевого ранга (яруса); простые циклы, порождаемые одним из путей ранга $\nu=0$, назовем путями ранга один и т. д. до $\nu_{\max}$. Очевидно, $\nu_{\max}$ — величина ограниченная, так как граф G является конечным.

Последовательная (от $\nu=0$ до $\nu_{\max}$) реализация преобразования (6) позволяет построить произвольный путь (цепь) на исследуемом графе. Последнее утверждение для случая $m(R_j) \leqslant 2$ ($m(R_j)$ — число преемников вершины R_j, $j=\overline{1, L}$) доказано в работе [5]; более общий случай может быть исследован аналогичным образом.

Введем индексную матрицу $A_\nu = \|a_{ij}\|$, где $i=1, 2$; $j=1, \ldots, \nu$ (т. е. матрицу, состоящую из пары строк и ν столбцов). Положим, что $a_{11} = 1, \ldots, n(\Psi)$ представляет номер простого полного пути; $a_{21}=1, \ldots, m(a_{11})$ — порядковый номер элемента r на таком простом полном пути; $a_{12}=1, \ldots, n(a_{21})$ — номер простого цикла $\varphi \in M$, при этом корнем циклов множества M является отмеченный элемент r данного простого полного пути и т. д.

Рассмотрим в общем виде алгоритм ранжировки путей ориентированного графа:

1. Пусть ε_0 — множество элементов ${}_{A_0}r_l^i \in \psi_i$, ${}_{A_0}\Phi^l = \Phi$ — множество простых циклов (где $i=1, n(\Psi)$; $l=1, m(i)$ и A_0 — фиктивная индексная матрица (так как $\nu=0$), введенная для полноты обозначений).

2. Если множество ε_q и множества ${}_{A_\mu}\Phi^b$ циклов уже построены ($q=0, 1, \ldots$; $\mu=0, 1, \ldots, \nu_{\max}$; $a_{11}=i=1, \ldots, n(\Psi)$; $a_{21}=a_{21}(i)=1, \ldots, m(i)$; $\ldots$; $a_{1\mu}=a_{1\mu}(a_{2,\mu-1})=1, \ldots, n(a_{2,\mu-1})$; $a_{2\mu}=a_{2\mu}(a_{1\mu})=1, \ldots, m(a_{1\mu})$; $b=b(a_{2\mu})=1, \ldots, n(a_{2\mu})$; $c=c(b)=1, \ldots, m(b)$), то на следующем шаге:

а) на множестве ε_q выделяем подмножество ${}_{A_\nu}\varphi^k$ элементов ${}_{A_\nu}r_s^k$ ($s=1, \ldots, m(k)$; $0 \leqslant \nu \leqslant \nu_{\max}$), т. е. элементов некоторого пути ранга ν;

б) исследуем непомеченные элементы $r \in {}_{A_\nu}\varphi^k$ в качестве корней на соответствующем множестве циклов ${}_{A_\nu}\Phi^k$ и сопоставим каждому из них число h_s, представляющее количество порождаемых в данном случае циклов;

в) выделяем элемент $r \in {}_{A_\nu}\varphi^k$, которому сопоставлено число $\hat{h} = \max\limits_s h$ (в случае неопределенности выбор таковых произволен), и на множестве ${}_{A_\nu}\Phi^k$ выделяем подмножество ${}_{A_\nu}M_s^k$ циклов в качестве порождаемых путем ${}_{A_\nu}\varphi^k$;

г) циклы $\varphi \in {}_{A_\nu}M_s^k$ представляем в виде ${}_{B_{\nu+1}}\varphi^d$ ($d=d(s)=1, \ldots, n(s)$) и их элементы $r \in {}_{B_{\nu+1}}\varphi^d$ в виде ${}_{B_{\nu+1}}r_x^d$ ($x=x(d)=1, \ldots, m(d)$), где индексная матрица $B_{\nu+1}$ есть $2 \times (\nu+1)$ матрица, для которой $b_{ij}=a_{ij}$ (при $i=1, 2$; $j=1, \ldots, \nu$) и $b_{1,\nu+1}=k$; $b_{2,\nu+1}=s$;

д) на подмножестве ${}_{A_\nu}\varphi^k$ помечается каким-либо образом выделенный элемент и производится преобразование

$${}_{A_\nu}\Phi^k \diagdown {}_{A_\nu}M_s^k = {}_{A_\nu}\Phi^k = {}_{B_{\nu+1}}\Phi^d \tag{7}$$

(т. е. из исходного множества ${}_{A_\nu}\Phi^k$ исключаются циклы ранга $\nu+1$, что дает множество циклов, соответствующее оставшимся элементам $r \in {}_{A_\nu}\varphi^k$ и элементам $r \in {}_{B_{\nu+1}}\varphi^d$, $d = \overline{1, n(b_{2,\nu+1})}$);

е) если помечены все элементы выделенного ${}_{A_\nu}\varphi^k \in \varepsilon_q$, тогда удаляем его из ε_q, включаем в ε_q все пути ранга $\nu+1$, полученные на данном шаге процедуры, что дает множество ε_{q+1}, и переходим к п. а; в противном случае переходим к п. б данной процедуры.

3. Процедура заканчивается, когда на некотором шаге получаем $\varepsilon_N = \varnothing$.

Рассмотренная процедура позволяет сопоставить схеме G множество Γ ранжированных путей ${}_{A_\nu}\varphi^i$ (где $\nu = 1, \ldots, k$ — ранг соответствующего пути; $i = i(a_{2\nu}) = 1, \ldots, n(a_{2\nu})$ — его порядковый номер на некотором множестве ${}_{A_{\nu-1}}M^{a_{1\nu}}_{a_{2\nu}}$; $a_{2\nu} = 1, \ldots, m(a_{1\nu})$; $a_{1\nu} = 1, \ldots, n(a_{2,\nu-1})$; $\ldots$; $a_{21} = 1, \ldots, m(a_{11})$; $a_{11} = 1, \ldots, n$ — номера простых полных путей).

Каждому ${}_{A_\nu}\varphi^i \in \Gamma$ можно сопоставить:

суммарный параметр

$$ {}_{A_\nu}\Theta^i = \sum_{R_j \in {}_{A_\nu}\varphi^i} t_j; \tag{8} $$

условную вероятность однократной реализации

$$ {}_{A_\nu}P^i = \prod_{r^{\sigma_j} \in {}_{A_\nu}\varphi^i} p^{\sigma_j}; \tag{9} $$

количество реализаций (если $\nu \geqslant 1$) при условии однократной реализации пути ${}_{A_{\nu-1}}\varphi^l \in \Gamma$, порождающего данный $({}_{A_\nu}n = 0, 1, 2, \ldots)$.

Положим, что всякий путь из начала графа G в конец представляет собой событие. Тогда множество всех возможных путей такого рода есть пространство случайных событий Ω (конечное, если в G отсутствуют циклы, и бесконечное в обратном случае). Анализ результатов процедуры ранжировки позволяет задать на Ω случайную величину T (время) и распределение ее вероятностей $P(T)$ (использованием полиноминальной формулы [6]). С формальной стороны эти выражения аналогичны соответствующим выражениям, полученным в работе [4], т. е. результат последней — формулу оценки математического ожидания величины T — можно использовать и в нашем случае. Тогда в обозначениях настоящей работы имеем

$$ E(T) = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \Theta^i P^i + \sum_{\nu=1}^{k} \sum_{a_{2\nu}=1}^{m(a_{1\nu})} \sum_{l=1}^{n(a_{2\nu})} {}_{A_\nu}M^l \right\}, \tag{10} $$

где

$$ \begin{gathered} {}_{A_\nu}M^l = {}_{A_\nu}\Theta^l \frac{F_1}{\left(1 - \sum\limits_{b=1}^{n(a_{21})} {}_{A_1}\widetilde{P}^b(A_\nu)\right) \prod\limits_{a_{21}=1}^{m(a_{11})} \left(1 - \sum\limits_{b=1}^{n(a_{21})} {}_{A_1}\widetilde{P}^b\right)}; \\ F_1 = P^i \frac{F_2}{\left(1 - \sum\limits_{c=1}^{n(a_{22})} {}_{A_2}\widetilde{P}^c(A_\nu)\right) \prod\limits_{a_{22}=1}^{m(a_{12})} \left(1 - \sum\limits_{c=1}^{n(a_{22})} {}_{A_2}\widetilde{P}^c\right)}; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ F_{\nu-1} = {}_{A_{\nu-2}}P^i(A_\nu) \frac{F_\nu}{\left(1 - \sum\limits_{s=1}^{n(a_{2\nu})} {}_{A_\nu}\widetilde{P}^s(A_\nu)\right) \prod\limits_{a_{2\nu}=1}^{m(a_{1\nu})} \left(1 - \sum\limits_{s=1}^{n(a_{2\nu})} {}_{A_\nu}\widetilde{P}^s\right)}; \\ F_\nu = {}_{A_{\nu-1}}P^i(A_k)\, {}_{A_\nu}\widetilde{P}^l(A_\nu); \end{gathered} \tag{11} $$

при этом

$$ {}_{A_\mu}\widetilde{P}^i = \frac{{}_{A_\mu}P^i}{\prod\limits_{a_{2,\mu+1}=1}^{m(a_{1,\mu+1})}\left(1 - \sum\limits_{d=1}^{n(a_{2,\mu+1})} {}_{A_{\mu+1}}\widetilde{P}^d\right)} \qquad (12) $$

$(\mu=1, \ldots, \nu, \ldots, k-1;\ {}_{A_k}\widetilde{P}^t = {}_{A_k}P^t)$. Здесь символ ${}_{A_\mu}P^j\,(A_\nu)$ отмечает тот факт, что все элементы индексной матрицы A_ι равны соответствующим элементам матрицы A_ν в выражении (10).

В качестве условия нормировки выступает

$$ \sum_{i=1}^{n} \widetilde{P}^i = 1, \qquad (13) $$

где

$$ \widetilde{P}^i = \frac{P^i}{\prod\limits_{a_{21}=1}^{m(a_{11})}\left(1 - \sum\limits_{b=1}^{n(a_{21})} {}_{A_1}\widetilde{P}^b\right)}. $$

III. Результат (11) при опущенном ${}_{A_\nu}\Theta^l$ определяет взвешенное число реализаций пути ${}_{A_\nu}\varphi^l \in \Gamma\ (\nu \geqslant 1)$, которое обозначим через ${}_{A_\nu}N^l$. Множество Γ таково, что отдельному ${}_{A_\nu}\varphi^l \in \Gamma$ соответствует один и только один цикл $\varphi \in \Phi$. Однако отдельному простому циклу φ может быть сопоставлено подмножество $\Gamma_\varphi \subset \Gamma$ ранжированных путей. Тогда математическое ожидание реализации цикла φ на схеме G можно найти как

$$ E(N_\varphi) = \sum_{{}_{A_\nu}\varphi^l \in \Gamma_\varphi} {}_{A_\nu}N^l. \qquad (14) $$

При наличии ветвлений в реализации алгоритма можно определить

$$ T_{\max} = \max_i \frac{M^i(T)}{\widetilde{P}^i} \quad \text{и} \quad T_{\min} = \min_i \frac{M^i(T)}{\widetilde{P}^i} \qquad (15) $$

и использовать их в качестве граничных оценок параметра T. Варьированием вероятностей передач управления $P^{\sigma j}$ последние результаты можно усилить.

Введем множество $\Xi^i \subset \Gamma$ циклов, порождаемых последовательно i-м полным простым путем. Тогда

$$ N_\varphi^i = \left(\sum_{{}_{A_\nu}\varphi^l \in \Xi^i} {}_{A_\nu}N^l\right) \Big/ \widetilde{P}^i \qquad (16) $$

— число реализаций цикла $\varphi \in \Phi$ при условии выполнения соответствующей ветви алгоритма.

IV. Рассмотрим пример.

Пусть граф, приведенный на рисунке, представляет схему некоторого алгоритма. Положим, что дугам графа приписана условная вероятность их выбора

$$ p^{\sigma j} = P\left(r^{\sigma j} \mid R_j\right) \quad \text{при условии} \quad \sum_{\sigma_j=1}^{m(j)} p^{\sigma j} = 1. \qquad (17) $$

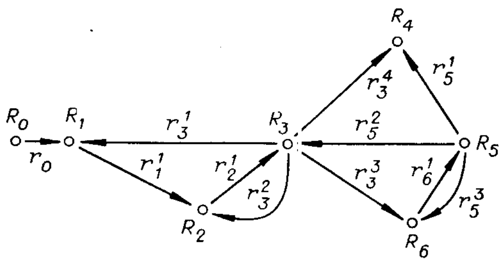
Для такого графа имеем полные простые пути:

$$ \psi_1 = (r_0)_0^1,\ (r_1^1)_1^1,\ (r_2^1)_2^1,\ (r_3^4)_3^1; \quad \psi_2 = (r_0)_0^2,\ (r_1^1)_1^2,\ (r_2^1)_2^2,\ (r_3^3)_3^2,\ (r_6^1)_4^2,\ (r_5^1)_5^2 $$

и простые циклы:

$$ \varphi_1 = r_1^1,\ r_2^1,\ r_3^1; \quad \varphi_2 = r_2^1,\ r_3^2; \quad \varphi_3 = r_3^3,\ r_6^1,\ r_5^2; \quad \varphi_4 = r_6^1,\ r_5^3. $$

Рассмотрим схематично реализацию процедуры ранжировки при условии выбора ψ_1 на первом шаге. Здесь $r_3^4 \in \psi_1$ выступает в качестве корня, определяющего наибольшее число порождаемых таким путем циклов, т. е. приходим к множеству



$$M_3^1 = \left\{ \begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} \varphi^1 \to \varphi_1; \quad \begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} \varphi^2 \to \varphi_2; \quad \begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} \varphi^3 \to \varphi_3 \right\},$$

где

$$\begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} \varphi^1 = \left(\begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} r_1^1 \right)_1^1, \quad \left(\begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} r_2^1 \right)_2^1, \quad \left(\begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} r_3^1 \right)_3^1 \text{и т.д.}$$

Тогда, используя преобразование (7), приходим к множествам

$$\Phi^1 = \begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} \Phi^1 = \begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} \Phi^2 = \begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} \Phi^3 = \{\varphi_4\}.$$

На следующем шаге (предыдущий закончен, так как ни один из оставшихся $r \in \psi_1$ не выступает в качестве корня цикла φ_4) получаем

$$\begin{vmatrix}1 & 3\\3 & 5\end{vmatrix} \varphi^1 \to \varphi_4,$$

где стрелка указывает исходный $\varphi \in \Phi$.

Аналогичным образом находим множество ранжированных путей, последовательно порождаемых простым полным путем ψ_2:

$$\begin{vmatrix}2\\3\end{vmatrix} \varphi^1 \to \varphi_1; \quad \begin{vmatrix}2\\3\end{vmatrix} \varphi^2 \to \varphi_2; \quad \begin{vmatrix}2\\3\end{vmatrix} \varphi^3 \to \varphi_3; \quad \begin{vmatrix}2\\4\end{vmatrix} \varphi^1 \to \varphi_4; \quad \begin{vmatrix}2 & 3\\3 & 3\end{vmatrix} \varphi^1 \to \varphi_4.$$

Для проверки результатов процедуры ранжировки удобно использовать условие (13). В нашем случае имеем

$$\widetilde{P}^1 + \widetilde{P}^2 = \frac{P^1}{1 - \left(\begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} P^1 + \begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} P^2 + \dfrac{\begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} P^3}{1 - \begin{vmatrix}1 & 3\\3 & 5\end{vmatrix} P^1} \right)} +$$

$$+ \frac{P^2}{1 - \left(\begin{vmatrix}2\\3\end{vmatrix} P^1 + \begin{vmatrix}2\\3\end{vmatrix} P^2 + \dfrac{\begin{vmatrix}2\\3\end{vmatrix} P^3}{1 - \begin{vmatrix}2 & 3\\3 & 3\end{vmatrix} P^1} \right)\left(1 - \begin{vmatrix}2\\4\end{vmatrix} P^1\right)} =$$

$$= \frac{p_3^4 - p_3^4 p_5^3 + p_5^3 p_5^1}{1 - p_3^1 - p_3^2 - p_3^3 p_5^2 + p_3^1 p_5^3 + p_3^2 p_5^3} = 1.$$

Последнее достаточно просто доказывается использованием равенств (полученных из условия (17)):

$$p_3^1 + p_3^2 = 1 - p_3^3 - p_3^4; \quad p_3^3 p_5^2 = \left(1 - p_3^1 - p_3^2 - p_3^4\right) p_5^2;$$

$$p_3^1 p_5^3 = \left(1 - p_3^2 - p_3^3 - p_3^4\right) p_5^3.$$

Произведем оценку параметра T (полагая, что вершинам R_j сопоставлены t_j, $j = 1, \ldots, 5$). В соответствии с (10) получаем

$$E(T) = P^1 \left(\Theta^1 + \sum_{i=1}^{3} \begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} \Theta^i \begin{vmatrix}1\\3\end{vmatrix} N^i + \begin{vmatrix}1 & 3\\3 & 5\end{vmatrix} \Theta^1 \begin{vmatrix}1 & 3\\3 & 5\end{vmatrix} N^1 \right) +$$

$$+P^2\left(\Theta^2+\sum_{i=1}^{3}\left|\begin{matrix}2\\3\end{matrix}\right|\Theta^i\left|\begin{matrix}2\\3\end{matrix}\right|N^i+\left|\begin{matrix}2&3\\3&3\end{matrix}\right|\Theta^1\left|\begin{matrix}2&3\\3&3\end{matrix}\right|N^1+\left|\begin{matrix}2\\4\end{matrix}\right|\Theta^1\left|\begin{matrix}2\\4\end{matrix}\right|N^1\right),$$

где

$$\left|\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\right|N^i=\frac{\left|\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\right|P^i}{\alpha\alpha}\,(i=1,2);\quad \left|\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\right|N^3=\frac{\left|\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\right|P^3/\beta}{\alpha\alpha};\quad \left|\begin{matrix}1&3\\3&5\end{matrix}\right|N^1=\frac{\left|\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\right|N^3\left|\begin{matrix}1&3\\3&5\end{matrix}\right|P^1}{\beta};$$

$$\left|\begin{matrix}2\\3\end{matrix}\right|N^i=\frac{\left|\begin{matrix}2\\3\end{matrix}\right|P^i}{\alpha\alpha\gamma}\ (i=1,2);\quad \left|\begin{matrix}2\\3\end{matrix}\right|N^3=\frac{\left|\begin{matrix}2\\3\end{matrix}\right|P^3}{\alpha\alpha\beta\gamma};$$

$$\left|\begin{matrix}2&3\\3&3\end{matrix}\right|N^1=\frac{\left|\begin{matrix}2\\3\end{matrix}\right|N^3\left|\begin{matrix}2&3\\3&3\end{matrix}\right|P^1}{\alpha\alpha\beta\beta\gamma};\quad \left|\begin{matrix}2\\4\end{matrix}\right|N^1=\frac{\left|\begin{matrix}2\\4\end{matrix}\right|P^1}{\alpha\gamma\gamma}$$

представляют собой частоты реализации соответствующих циклов и

$$\alpha=1-\left(\left|\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\right|P^1+\left|\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\right|P^2+\frac{\left|\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\right|P^3}{1-\left|\begin{matrix}1&3\\3&5\end{matrix}\right|P^1}\right);$$

$$\beta=1-\left|\begin{matrix}1&3\\3&5\end{matrix}\right|P^1;\quad \gamma=1-\left|\begin{matrix}2&3\\3&5\end{matrix}\right|P^1.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Карп Р. М. О приложении теории графов к программированию.— Кибернетический сборник. Вып. 4. М., Изд-во иностр. лит., 1962, с. 123—134.
2. Kral I. One way of estimation frequencies of jumps in a program.— "Comm. ACM", 1968, vol. 11, № 7, p. 475—480.
3. Кутепов В. П., Перцов Е. Е. Оценка вероятности и среднего времени для множества путей вероятностного графа по регулярным выражениям.— В кн.: Цифровая вычислительная техника и программирование. Вып. 8. М., «Сов. радио», 1974, с. 16—20.
4. Знак В. И. Алгоритм априорной оценки времени машинной реализации программы.— «Автометрия», 1972, № 1, с. 101—110.
5. Мартынюк В. В. Выделение цепей в схеме алгоритма.— «Журн. вычислит. мат. и мат. физики», 1961, т. 1, № 1, с. 151—162.
6. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1. М., «Мир», 1967.

Поступила в редакцию 28 октября 1976 г.;
окончательный вариант — 18 января 1977 г.