

генерации символов, текста, чисел в различных форматах, несколько процедур для генерации графиков аналитически и таблично заданных функций, а также подпрограммы, дающие возможность пользователю вести работу в декартовых и полярных системах координат.

В частности, процедура ТЕХТ является удобным инструментом для вывода на графопостроитель символьной информации, включая русские и латинские буквы (как строчные, так и прописные). Кодировка символов умышленно содержит избыточную информацию для сокращения времени генерации отдельного символа. С помощью подпрограммы NUMBR можно отобразить числа в трех форматах: целочисленном, с плавающей запятой и экспоненциальном. Для вычерчивания аналитически заданных плоских фигур имеются процедуры GRAFP и GRAF. Первая из них служит для генерации файла, соответствующего параметрически заданной кривой, вторая используется в том случае, когда возникает необходимость отображения графика функции с заранее известной аналитической зависимостью. Все графики (включая графики таблично заданных функций) по желанию пользователя могут сопровождаться вычерчиванием осей координат с соответствующей оцифровкой. Для этого не требуется никаких дополнительных параметров: оси и оцифровка будут вычерчены автоматически, если только они не выходят за границы рабочего поля.

Следует отметить, что при написании комплекса на ЕС-1010 преследовалась еще одна цель: по возможности сохранить форматы обращений (имена, структуру параметров) к процедурам генерации графических файлов в аналогичных системах, ранее созданных в ИАиЭ СО АН СССР на ЭВМ «Минск-32» и ЕС-1020 [2].

Все программы генерации графической информации находятся в библиотеке на мини-диске ЭВМ ЕС-1010 и доступны всем пользователям. Сопряжение графопостроителя «Вектор-1301» с ЭВМ осуществляется с помощью унифицированной магистральной системы обмена информацией (УМСО) [3]. Программное обеспечение включения ЭВМ ЕС-1010 в УМСО выполнено Н. С. Яковенко.

Авторы благодарны А. В. Логинову и В. М. Плясову за целый ряд полезных советов и замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шаговый графопостроитель «Вектор». Новосибирск, изд. СКБ НП СО АН СССР, 1973.
2. Гинзбург А. Н., Логинов А. В., Плясов В. М. Программное обеспечение в системе графического вывода.— «Автометрия», 1973, № 2, с. 108—111.
3. Бобко В. Д., Золотухин Ю. Н., Крендель Ю. М., Лившиц З. А., Ян А. П. Магистральная система обмена информацией.— «Автометрия», 1974, № 4, с. 9—20.

Поступило в редакцию 18 марта 1977 г.

УДК 621.398.3

Р. Н. КАРИМОВ, В. Ф. НЕКРАСОВ
(Саратов)

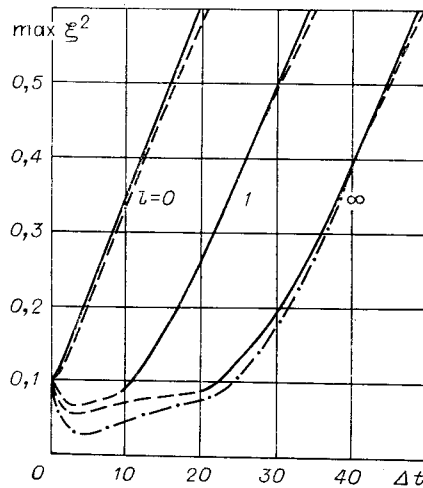
О МЕТОДАХ ДИСКРЕТИЗАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ

В инженерной практике широкое применение находят методы ступенчатой и линейной интерполяции и в значительно меньшей степени метод статистической интерполяции. Единственным достоинством первого метода является то, что его применение не требует вычислений. Погрешность этого метода уже при небольших значениях шага дискретизации на порядок больше других методов. Метод линейной интерполяции при относительной простоте вычислений коэффициентов позволяет получить значительно лучшие результаты и при отсутствии помехи незначительно уступает методу статистической интерполяции.

Рассмотрим особенности применения методов линейной и статистической интерполяции для случая дискретизации стационарного случайного процесса $x(t)$ с аддитивной помехой $\eta(t)$:

$$y(t) = x(t) + \eta(t), \quad (1)$$

где $y(t)$ — измеряемый случайный процесс.



Зависимость максимальной ОСКО от шага дискретизации:

линейная интерполяция при $n=2$ (сплошная линия); статистическая интерполяция при $n=2$ (штриховая); статистическая интерполяция при $n=4$ (штрихпунктирная).

для дифференцируемых случайных процессов $\max \xi^2(t)$ находится в середине интервала между отсчетами при $\Delta t > \Delta t^*$, где Δt^* — некоторая величина шага дискретизации, а при $\Delta t < \Delta t^*$ — в точках отсчета. Это объясняется фильтрацией помехи при малых Δt . Причем при использовании статистической интерполяции фильтрации подвергаются значения $y(t)$ как между отсчетами, так и в самих точках отсчета, а использование линейной интерполяции позволяет фильтровать значения $y(t)$ лишь между отсчетами. Поэтому величина $\max \xi^2(t)$ линейной интерполяции не может быть меньше σ_η^2/σ_x^2 (σ_η^2 — дисперсия помехи). При использовании же статистической интерполяции значение $\max \xi^2(t)$ может быть существенно ниже σ_η^2/σ_x^2 .

Следует отметить одну особенность: чем выше степень дифференцируемости l случайного процесса $x(t)$, тем $\max \xi^2(\Delta t)$ меньше, а для помехи наблюдается обратная зависимость: чем выше l , тем больше $\max \xi^2(\Delta t)$ при $\rho_\eta(\Delta t) \neq 0$. На рисунке приведена зависимость $\max \xi^2(\Delta t)$ линейной и статистической интерполяции для $x(t)$ с $l=0; 1; \infty$ при $\sigma_\eta^2/\sigma_x^2 = 0,1$; $\rho_\eta(\tau) = e^{-0,06\tau}$ и интервале корреляции $x(t)$, равном 50 условным единицам времени.

В работе [3] указано, что статистическая интерполяция из-за громоздкости вычисления коэффициентов представляет интерес лишь для выявления потенциальных возможностей. Однако можно показать, что выражения для коэффициентов статистической интерполяционной формулы приводятся к виду

$$c_i(t) = \sum_{j=1}^m (-1)^{i+j} a_{ij}(\Delta t) \rho_x(\Delta t_j), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (3)$$

где $\Delta t_j = (t - t_j)$; m — степень интерполяционного полинома; $\rho_x(\Delta t_j)$ — нормированная корреляционная функция сигнала.

После выбора шага Δt коэффициенты $a_{ij}(\Delta t)$ можно считать постоянными и уточнить при существенном изменении свойств случайного процесса $x(t)$. Остается лишь трудность вычисления $\rho_x(\Delta t_j)$ в m точках.

Этот недостаток можно устранить следующим способом, который использует достоинства обоих методов (линейной и статистической интерполяции). Вначале к отсчетам случайного процесса $y(t)$ применяется статистическая интерполяция и тем самым осуществляется фильтрация помехи в отсчетах $y(t_s)$. Далее к полученным значениям $\bar{x}(t_s)$ применяется линейная интерполяция

$$\hat{x}(t) = \bar{x}(t_s) + k[\bar{x}(t_{s+1}) - \bar{x}(t_s)], \quad (4)$$

где $k = (t - t_s)/(t_{s+1} - t_s)$ при $t_s \leq t \leq t_{s+1}$, $s = 1, 2, \dots, n-1$.

Легко показать, что при использовании статистической интерполяционной формулы по m отсчетам выражение (4) приводится к виду

$$\hat{x}(t) = \sum_{i=1}^m \hat{c}_i(t) y(t_i). \quad (5)$$

Предполагается, что $x(t)$ может рассматриваться как стационарный случайный шум, не коррелированный с $\eta(t)$. Требуется определить шаг дискретизации Δt так, чтобы по значениям $y(t)$ в моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_s, t_{s+1}, \dots, t_n$ можно было с заранее заданной точностью вычислить значение сигнала $x(t)$ в любой момент времени $t \in [t_s, t_{s+1}]$, $t_{s+1} = t_s + \Delta t$ при $s = 1, 2, \dots, n-1$.

Точность интерполяции оценивается по максимальной величине относительной среднеквадратичной ошибки

$$\xi^2(t) = \frac{M\{[\hat{x}(t) - x(t)]^2\}}{\sigma_x^2}, \quad (2)$$

где $M\{ \}$ — знак математического ожидания; σ_x^2 — дисперсия сигнала; $\hat{x}(t)$ — оценка сигнала.

Когда $x(t)$ измеряется без помех, $\max \xi^2(t)$ линейной и статистической интерполяции находится в середине интервала между отсчетами при любых Δt . В случае наличия помехи это выполняется лишь для марковских случайных процессов. В работах [1, 2] показано, что

Здесь $\hat{c}_i(t) = c_i(t_s) + k[c_i(t_{s+1}) - c_i(t_s)]$; $c_i(t_s)$ — коэффициенты статистической интерполяционной формулы, $i=1, 2, \dots, m$.

Коэффициенты $c_i(t_s)$ ($i=1, 2, \dots, m$) могут быть вычислены заранее и храниться в памяти ЭВМ. Учитывая равенства некоторых $c_i(t_s)$, следует хранить $m^2/2$ коэффициентов при четном m и $(m+1)m/2$ при нечетном.

Формула для относительного среднеквадратичного отклонения метода статистической фильтрации с последующей линейной интерполяцией имеет вид

$$\xi^2(t) = 1 + \left(1 + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_x^2}\right) \sum_{i=1}^m \hat{c}_i^2(t) + \sum_{i=1}^{m-1} \left\{ \left[\rho_x(i\Delta t) + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_x^2} \rho_\eta(i\Delta t) \right] \times \right. \\ \left. \times \sum_{\substack{j,r=1; \\ j-r=i}}^m \hat{c}_j(t) \hat{c}_r(t) \right\} - 2 \sum_{i=1}^m \hat{c}_i(t) \rho_x(\Delta t_i),$$

где $\sum_{\substack{j,r=1; \\ j-r=i}}^m$ означает суммирование по j и r от 1 до m при $j-r=i$.

Исследования показали, что $\max \xi^2(\Delta t)$ этого метода столь незначительно отличается от соответствующей зависимости метода статистической интерполяции, что на рисунке, обе кривые сливаются в одну. Для рассмотренных типов случайных процессов и помех увеличение количества отсчетов до трех и четырех не приводит к существенному уменьшению $\max \xi^2(t)$. Хорошие результаты позволяет получить скользящая интерполяция по четырем отсчетам (см. рисунок). Однако при выборе m следует помнить, что точность оценок корреляционных функций падает с увеличением сдвига $\tau = i\Delta t$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пиржуков А. Я., Хрумало В. М., Хуснутдинов И. П. Инженерные методы назначения шага дискретизации. — Труды III Всесоюзного симпозиума «Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей». Л., изд. ВНИИЭП, 1970.
2. Каримов Р. Н., Некрасов В. Ф. Использование метода статистической интерполяции при дискретизации случайного процесса с помехой. — Труды VIII Всесоюзного симпозиума «Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей». Каунас, изд. ВНИИЭП, 1975.
3. Ефимов В. М. Квантование по времени при измерении и контроле. М., «Энергия», 1969.

Поступило в редакцию 4 ноября 1974 г.;
окончательный вариант — 1 июля 1976 г.

УДК 519.2+ (016.3)

Т. А. АЛИЕВ
(Баку)

К ПРИНЦИПАМ ПОСТРОЕНИЯ МНОГОКАНАЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ КОРРЕЛЯТОРОВ

В настоящее время для определения корреляционных функций широко применяются мультипликационные, релейные и знаковые корреляторы [1—3], в которых вычисления производятся по следующим выражениям соответственно

$$R_{xx,m}(\tau_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X(t_j) X(t_j + \tau_i); \quad (1)$$

$$R_{xx,p}(\tau_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X(t_j) \operatorname{sgn} X(t_j + \tau_i); \quad (2)$$

$$R_{xx,zn}(\tau_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \operatorname{sgn} X(t_j) \operatorname{sgn} X(t_j + \tau_i); \quad (3)$$