

мощью функций Эрмита. Оценки коэффициентов  $\hat{e}_i$  и их среднеквадратичных отклонений  $\hat{\sigma}_{\hat{e}_i}$  в данном разложении равны соответственно:

$$\begin{aligned} \hat{c}'_0 &= 0,0527; & \hat{c}'_1 &= 0,31 \cdot 10^{-2}; & \hat{c}'_2 &= 0,224 \cdot 10^{-3}; & \hat{c}'_3 &= -0,194 \cdot 10^{-5}; \\ \hat{\sigma}_{\hat{c}'_0} &= 0,253 \cdot 10^{-3}; & \hat{\sigma}_{\hat{c}'_1} &= 0,893 \cdot 10^{-4}; & \hat{\sigma}_{\hat{c}'_2} &= 0,129 \cdot 10^{-4}; & \hat{\sigma}_{\hat{c}'_3} &= 0,118 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Видно, что при аппроксимации можно ограничиться тремя членами, поскольку четвертый коэффициент  $\hat{c}'_3$  является статистически не значимым [3]. Оценки коэффициентов  $\hat{p}_i$  в описании функции распределения освещенности в сканирующем луче равны:  $\hat{p}_0=0,0658$ ;  $\hat{p}_1=0,0261$ ;  $\hat{p}_2=0,198 \cdot 10^{-2}$ ;  $\hat{p}_3=0,178 \cdot 10^{-3}$ . Эффективный размер луча

$$\hat{\sigma}_л = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^2 h(x) dx} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 h(x_i)} = 1,58 \text{ мкм.}$$

Вид функции  $h(\rho)$  приведен на рис. 5. Одно деление по оси  $\rho$  соответствует 0,24 мкм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гельфанд И. М., Граев М. И., Виленкин Н. Я. Интегральная геометрия и связанные с ней вопросы теории представлений. М., «Наука», 1962.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. I, II. М., «Наука», 1959.
3. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М., «Мир», 1976.

*Поступила в редакцию 31 декабря 1976 г.*

УДК 621.391 : 681.3.01

**В. С. КИРИЧУК, Б. М. ПУШНОЙ, Г. П. ЧЕЙДО**

*(Новосибирск)*

### ПОСТРОЕНИЕ ПРОЦЕДУР СЧИТЫВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ВЫПУКЛЫМИ ГРАНИЦАМИ

**Введение. Постановка задачи.** Структура прецизионного фотограмметрического автомата «Зенит» [1] обеспечивает его универсальность, т. е. перекрытие широкого спектра задач обработки изображений и микрообъектов. Однако эта универсальность достигается только при наличии развитого математического обеспечения. Создание математического обеспечения для широкого класса задач обработки изображений существенно облегчается, если удастся выделить некоторые стандартные процедуры, эффективно работающие во многих областях.

Наш опыт работы с макетом автомата «Зенит» показал, что многие задачи обработки изображений и микрообъектов связаны с необходимостью вычисления выборочных моментов — координат центра, радиуса инерции и т. д.

Оценки  $W$  этих параметров имеют вид:

$$W = \sum_{\Omega} \varphi(x_i, y_i); \quad (1a)$$

$$W = \sum_{\Omega} \varphi(x_i, y_i) \tau(x_i, y_i); \quad (1б)$$

$$W = \frac{\sum_{\Omega} \varphi(x_i, y_i) \tau(x_i, y_i)}{\sum_{\Omega} \psi(x_i, y_i) \tau(x_i, y_i)}; \quad (1в)$$

$$W = \frac{\sum_{\Omega} \varphi(x_i, y_i) \tau(x_i, y_i)}{\sum_{\Omega} \varphi(x_i, y_i)}. \quad (1г)$$

Это относится, прежде всего, к задачам обработки «компактных» изображений с выпуклыми границами (звезды на астронегативах, популяции клеток в биологии, другие микрообъекты).

В выражениях (1а) — (1г)  $\tau(x_i, y_i)$  — коэффициент пропускания в точке  $x_i, y_i$ ; весовые функции  $\varphi(x_i, y_i), \psi(x_i, y_i)$  — неслучайные, заданные на изображении функции, вид которых определяется видом оцениваемого параметра. Вычисление простых выражений для оценок (1а) — (1г) связано с необходимостью выделения области  $\Omega$ , содержащей информативную часть изображения.

Как правило, изображения и микрообъекты имеют плавный переход к фону, к тому же искаженный шумами фона и изображения. Шумы канала считывания делают границу объекта еще более неопределенной. Так как большинство задач связано с обработкой обширных выборок, к быстрдействию алгоритмов предъявляются весьма жесткие требования. Поэтому использование сложных статистических критериев выделения границы изображения недопустимо из-за большого времени вычислений. В настоящей работе рассматривается простой и достаточно эффективный способ считывания выпуклых изображений и исследуется точность получаемых оценок.

Форма пятна, представляющего изображение, предполагается известной:  $\tau = \tau_0(x, y)$ . Измерения сопровождаются шумами, которые можно привести к аддитивному виду, так что результат измерения в точке  $(x, y)$

$$t(x, y) = T\tau_0(x, y) + \xi(x, y),$$

где  $T$  — средний уровень пропускания фона. Оценки вида (1а) — (1г) определяются как моменты функции  $\tau(x, y) = T - t(x, y)$ . В отличие от [2] здесь задача решается в предположении, что закон распределения шумов известен:

$$\xi(x, y) \in F_{\xi}(u, v).$$

Требуется построить процедуру выделения информативной области изображения и определить статистические параметры оценок вида (1).

**Процедура считывания.** Рабочее поле зрения системы считывания автомата «Зенит» может содержать до тысячи объектов. Алгоритм автоматической обработки должен осуществить поиск, локализацию и отбраковку каждого объекта заданной зоны. Поиск объектов, имеющих заметный контраст относительно фона, не представляет труда. Для этого зона покрывается регулярной решеткой с шагом по обеим координатам, не большим  $\sqrt{2}d_{\min}$ , где  $d_{\min}$  — размер наименьшего подлежащего обработке объекта. Точка  $x_i, y_i$ , в которой коэффициент пропускания  $t(x_i, y_i)$  ниже порогового уровня  $T_0$ , принадлежит объекту или помехе; дополнительный анализ окрестностей этой точки позволяет

получить предварительные оценки координат центра, размеров и формы каждого объекта.

Пусть такой точкой является  $A$  (рис. 1). Движением считывающего луча по прямой  $1$  влево и вправо от точки  $A$  находим левый  $D$  и правый  $B$  края объекта. Через середину отрезка  $DB$  точно по такому же принципу проводится вертикальная прямая  $2$  и движением луча вверх — вниз находятся верхний и нижний края объекта. Середина отрезка  $2$  является приближенной оценкой центра. Опираясь на эту точку, процесс можно продолжить и получить более точные приближения. Практика обработки реальных изображений показала, что процесс сходится за четыре шага. Таким образом, в качестве приближенной оценки центра получаем точку  $C$ . Длины отрезков  $3$  и  $4$  характеризуют размеры объектов в двух направлениях. Аналогичным путем можно оценить размеры и в других направлениях.

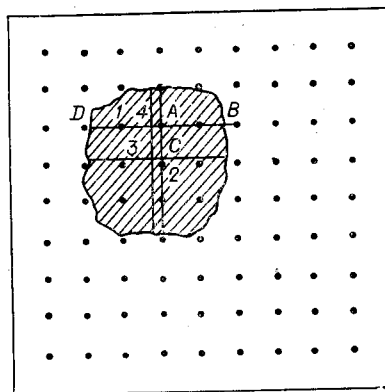


Рис. 1.

Полученные результаты являются исходными данными для отбраковки объектов по размерам и форме и для работы процедур точного оценивания по формулам (1). Принцип считывания ясен из рис. 2. Из рисунка видно, что этот алгоритм считывания пригоден для объектов более широкого класса, чем изображения с выпуклыми границами. Изображение считывается при движении луча от центра к периферии вдоль прямых линий с шагом, равным расстоянию между линиями. Тем самым обеспечивается равномерное покрытие объекта отсчетами. Краем объекта считается первая точка встретившейся серии из  $n$  подряд расположенных отсчетов  $t(x, y)$ , превышающих пороговый уровень  $T_0$ . При таком способе точность определения края наибольшая при движении луча ортогонально краю. Уменьшение угла между краем изображения и направлением движения считывающего луча вызывает возрастание дисперсии определения границы. Использование выбранного способа при считывании объектов с выпуклыми границами приводит в наихудшем случае к углу  $\pi/4$ , в то время как считывание по линиям, параллельным какой-либо одной оси координат, давало бы на полюсах углы, равные нулю.

**Распределение граничных точек.** Рассмотрим более подробно процедуру выделения граничных точек. Обозначим последовательность значений  $t(x, y)$ , получаемую при движении считывающего луча вдоль некоторой линии, как функцию  $s(x) = t(x, \text{const}) + \xi(x, \text{const})$ .

Сигнал  $s(x)$  представлен на рис. 3. Найдем распределение вероятностей для координаты  $x_0$  точки превышения функцией  $s(x)$  порогового уровня. Эти точки являются граничными для вводимой области изображения. Граничной точкой, как определено выше, считается начальная точка  $x_0$  первой серии из  $n$  подряд расположенных отсчетов  $s(x_0), \dots, s(x_0 + n - 1)$ , превышающих пороговый уровень  $T_0$ .

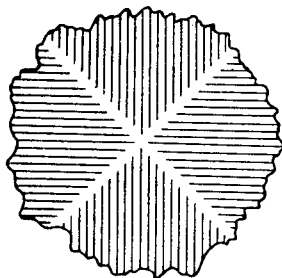


Рис. 2.

Введем обозначение  $p_i = P\{s(x_i) < T_0\}$ . При известных законе распределения шума и виде функции  $t_0(x, y)$  вычисление этих вероятностей не представляет труда. Вероятность  $P(1)$  положения границы в первой точке рав-

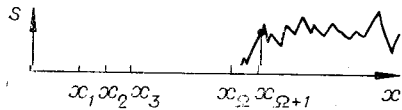


Рис. 3.

на вероятности превышения уровня  $T_0$   $n$  первыми отсчетами:

$$P(n) = p_1 \prod_{i=2}^{2n} (1 - p_i);$$

. . . . .

$$P(n+1) = p_n \prod_{i=n+1}^{2n} (1 - p_i).$$

Вероятность границы в  $(n+2)$ -й точке равна произведению вероятностей трех независимых событий:

- 1)  $s(x_{n+1}) < T_0$ ;
- 2)  $s(x_{n+2}), \dots, s(x_{2n+1}) > T_0$ ;
- 3) в первых  $n$  точках граничной точки нет.

Тогда

$$P(n+2) = p_{n+1} [1 - K(n)] \prod_{i=n+k}^{2n+1} (1 - p_i). \quad (4)$$

Здесь  $K(n)$  обозначена вероятность превышения порогового уровня  $n$  первыми отсчетами.

В общем случае для  $(n+k)$ -й точки получаем

$$P(n+k) = p_{n+k-1} [1 - K(n+k-2)] \prod_{i=n+k}^{2n+k-1} (1 - p_i), \quad (5)$$

где  $K(n+k-2)$  — вероятность наличия в первых  $n+k-2$  отсчетах хотя бы одной серии из  $n$  подряд расположенных отсчетов, превышающих уровень  $T_0$ . Вероятности  $K(i)$  вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} K(i) &= 0 \quad \text{при } i < n; \\ K(n) &= P(1); \\ K(n+1) &= P(1) + P(2); \\ &\dots \dots \dots \\ K(n+m) &= \sum_{i=1}^{m+1} P(i). \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), получаем общее выражение для вычисления вероятности положения границы в  $(n+k)$ -й точке

$$P(n+k) = p_{n+k-1} \left[ 1 - \sum_{i=1}^{k-1} P(i) \right] \prod_{i=n+k}^{2n+k-1} (1 - p_i). \quad (7)$$

Используя полученное распределение положения граничных точек, можно вычислить

**Моменты выборочных функций.** Если считывание производится вдоль некоторой линии, то результатом измерения является одна из функций  $W$ , вычисленная на этой линии согласно (1). Обозначим величину измеряемой функции через  $W_j$ , если граничной точкой линии

служит  $j$ -я точка. Вероятность получения величины  $W_j$  равна  $P(j)$  — вероятности положения границы в точке  $j$ . Следовательно, результат измерений подчиняется распределению вероятностей с плотностью, равной [3]

$$\sum_{j=1}^{\infty} P(j) p_j(x),$$

где  $p_j(x)$  — плотность распределения случайной величины  $W_j$ . Среднее значение и дисперсия статистики  $W$ .

К сожалению, эти формулы сильно усложняются при увеличении числа граничных точек. Например, при считывании изображения вдоль некоторой линии, начиная от внутренней точки этой линии, необходимо рассматривать уже две граничные точки. Предполагая, что вероятности положения границ линии в точках  $i$  и  $j$  равны соответственно  $P_I(i)$  и  $P_{II}(j)$ , и обозначая результат измерения для этого случая  $W_{i,j}$ , получаем

$$M_W = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} P_I(i) P_{II}(j) M_{W_{i,j}}; \quad (9a)$$

$$D_W = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} P_I(i) P_{II}(j) D_{W_{i,j}} + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} P_I(i) P_{II}(j) (D_{W_{i,j}} - M_W)^2. \quad (9b)$$

Здесь мы имеем дело уже с двойным суммированием, от которого удастся перейти к однократному только в случае, если  $W_{ij}$  можно представить в виде суммы  $W_{ij} = W_I(i) + W_{II}(j)$  (что справедливо для статистик вида (1a), (1б)). При этом

$$M_W = \sum_{i=1}^{\infty} P_I(i) W_I(i) + \sum_{j=1}^{\infty} P_{II}(j) W_{II}(j) = M_{W_I} + M_{W_{II}}; \quad (10a)$$

$$D_W = \sum_{i=1}^{\infty} [P_I(i) D_{W_I(i)} + P_{II}(i) D_{W_{II}(i)}] + \sum_{i=1}^{\infty} \{P_I(i) [M_{W_I}(i) - M_{W_I}]^2 + P_{II}(i) [M_{W_{II}}(i) - M_{W_{II}}]^2\}. \quad (10b)$$

Например, при определении длины линии  $l$  имеем

$$M_l = \sum_{i=1}^{\infty} i P_I(i) + \sum_{i=1}^{\infty} i P_{II}(i);$$

$$D_l = \sum_{i=1}^{\infty} P_I(i) (i - M_l)^2 + \sum_{i=1}^{\infty} P_{II}(i) (i - M_l)^2.$$

В выражениях (8б), (9б) и (10б) первое слагаемое характеризует долю дисперсии измерений, обусловленную случайными ошибками измерений  $\tau(x, y)$ , второе — вклад случайности граничных точек области  $\Omega$ .

Поскольку для статистик  $W$ , не допускающих разложения на аддитивные компоненты, точные формулы для вычисления среднего и дисперсии катастрофически усложняются при обработке двумерных изображений из-за большого числа граничных точек области считывания, получим приближенные выражения.

Вначале рассмотрим статистику вида (16), учитывая, что результаты измерения коэффициента пропускания должны подставляться в виде  $T_0 - t(x, y) = T_0 - T\tau(x, y) - \xi(x, y)$ . Тогда (16) преобразуется в

$$W = \sum_{\infty} \varphi(x_i) [T_0 - T\tau_0(x, y) - \xi(x, y)]. \quad (11)$$

Остановимся на случае, когда область  $\Omega$  ограничена одной граничной точкой  $I$ , имеющей распределение вероятностей  $P(I)$ . Определим математическое ожидание номера граничной точки:  $M = \sum_{I=i}^{\infty} IP(I)$  — и преобразуем статистику (11) к виду

$$W = \sum_{i=1}^M \varphi(x_i) [\tau^*(x_i) - \xi(x_i)] + \sum_{i=M}^I \varphi(x_i) [\tau^*(x_i) - \xi(x_i)],$$

где  $\tau^*(x_i) = T_0 - T\tau_0(x_i)$ .

При обработке достаточно контрастных изображений зона неопределенности границы области суммирования невелика и функцию  $\varphi(x_i)$  можно считать приближенно постоянной в этой зоне. Тогда

$$\begin{aligned} W &\approx \sum_{i=1}^M \varphi(x_i) [\tau^*(x_i) - \xi(x_i)] + \varphi(x_M) \sum_{i=M}^I [\tau^*(x_i) - \xi(x_i)] = \\ &= \sum_{i=1}^M \varphi(x_i) [\tau^*(x_i) - \xi(x_i)] + \varphi(x_M) h \quad (12) \end{aligned}$$

Случайная величина  $h$  принимает значения, равные  $\sum_{i=M}^I [\tau^*(x_i) - \xi(x_i)]$  с вероятностями  $P(I)$ , и, следовательно, математическое ожидание и дисперсия случайной величины  $h$  равны:

$$\begin{aligned} M_h &= \sum_{I=1}^{\infty} P(I) \sum_{j=M}^I \tau^*(x_j); \quad D_h = \sum_{I=1}^{\infty} P(I) \sum_{j=M}^I \sigma^2(x_j) + \\ &+ \sum_{I=1}^{\infty} P(I) \left[ \sum_{j=M}^I \tau^*(x_j) - M_h \right]^2 \quad (13) \end{aligned}$$

в предположении, что  $M[\xi(x_i)] = 0$ .

Далее предполагается, что дисперсию случайного шума в зоне неопределенности границы можно считать постоянной, а функция  $\tau^*(x_i)$  допускает линейное представление:

$$\tau^*(x_i) = \tau^*(x_M) + \tau'(x_M)(x_i - x_M) = a + b(i - M) \quad (14)$$

(считывание производится с постоянным шагом). Для такого вида сиг-

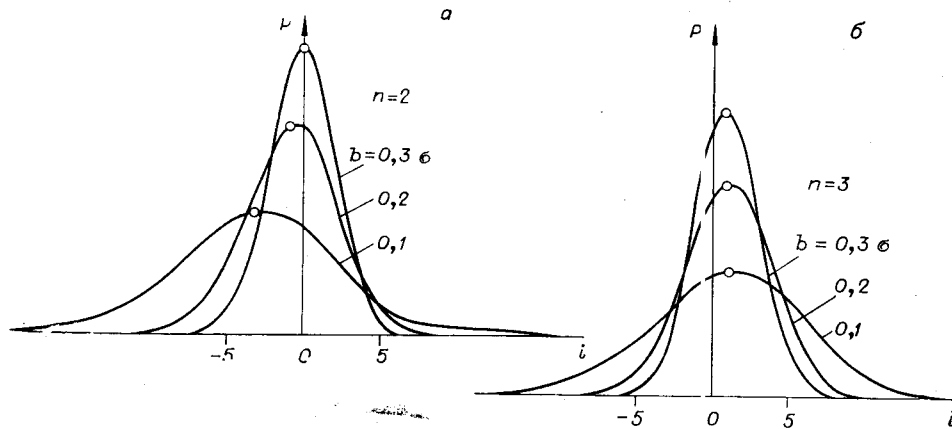


Рис. 4.

нала дискретное распределение  $P(I)$  положения граничной точки в случае  $n=2$  и  $n=3$  имеет малое смещение относительно истинного положения границы в большом диапазоне углов наклона  $b$ . На рис. 4, а приведены распределения  $P(i)$  для  $n=2$  и углов наклона, равных  $0,1\sigma$ ,  $0,2\sigma$  и  $0,3\sigma$ , где  $\sigma^2$  — дисперсия шума. Эти же распределения для  $n=3$  представлены на рис. 4, б. Истинная граница расположена в точке  $i=0$ . На кривых отмечены положения средних значений каждого распределения.

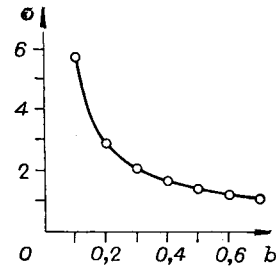


Рис. 5.

Приведенные данные обнаруживают существенную зависимость дисперсии положения граничной точки от угла наклона сигнала в области границы. Более подробно зависимость  $\sigma(b)$  изображена на рис. 5. Значительное повышение дисперсии при уменьшении угла наклона сигнала послужило основной причиной использования процедуры сканирования, схема которой приведена на рис. 2. Эта процедура при обработке реальных изображений обеспечивает угол наклона, не меньший 0,2. Поскольку при этом распределение  $P(I)$  практически несмещенное, а параметр  $a$  равен нулю, т. е.  $\tau^*(x_M) = 0$ , то

$$M_h = \frac{b}{2} \sum_{i=0}^{\infty} P(i) (i - M) |i - M|. \quad (15)$$

(Это выражение получено в предположении, что пороговый уровень назначен посередине между двумя отсчетами.) Из симметрии распределения  $P(I)$  следует, что  $M_h = 0$ . Тогда

$$D_h = \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} P(i) |i - M| + \frac{b^2}{4} \sum_{i=0}^{\infty} P(i) (i - M)^4 = \sigma^2 \beta_1 + \frac{b^2}{4} \mu_4, \quad (16)$$

где  $\beta_1$  — первый абсолютный момент,  $\mu_4$  — четвертый центральный момент распределения положения граничной точки.

Зная первые два момента случайной величины  $h$ , можно вычислить математическое ожидание и дисперсию измеряемых статистик:

$$M_W = \sum_{i=0}^M \varphi(x_i) \tau^*(x_i); \quad (17)$$

$$D_W = \sum_{i=0}^{\infty} \varphi^2(x_i) \sigma_{\xi}^2(x_i) + \varphi^2(x_M) D_h.$$

При обработке двумерного изображения область считывания ограничена замкнутой границей, и, применяя приведенные выше рассуждения, для этого случая получаем

$$M_W = \sum_{\Omega_M} \varphi(x_i, y_i) \tau^*(x_i, y_i); \quad (18)$$

$$D_W = \sum_{\Omega_M} \sigma^2(x_i, y_i) \varphi^2(x_i, y_i) + \sum_{\Omega_G} \varphi^2(x_M, y_M) D_h(x_M, y_M).$$

Здесь  $\Omega_M$  — область, ограниченная линией математического ожидания границ, а  $\Omega_G$  — множество математических ожиданий граничных точек.

Определим математическое ожидание и дисперсию оценок, имеющих вид отношения двух статистик:

$$W = \frac{\sum_{\Omega} \varphi(x_i, y_i) \tau^*(x_i, y_i) + \sum_{\Omega} \varphi(x_i, y_i) \xi(x_i, y_i) + \sum_{\Omega_M} \varphi(x_M, y_M) h(x_M, y_M)}{\sum_{\Omega} \psi(x_i, y_i) \tau^*(x_i, y_i) + \sum_{\Omega} \psi(x_i, y_i) \xi(x_i, y_i) + \sum_{\Omega_M} \psi(x_M, y_M) h(x_M, y_M)}. \quad (19)$$

Разложим знаменатель в ряд Тейлора, ограничиваясь первым членом (это допустимо при шумах измерений, малых относительно величины сигнала). Математическое ожидание и дисперсия статистики в этих предположениях равны:

$$M_W = \frac{\sum_{\Omega} \varphi(x_i, y_i) \tau(x_i, y_i)}{\sum_{\Omega_M} \psi(x_i, y_i) \tau(x_i, y_i)} - \frac{\alpha}{\beta} \psi(x_M, y_M) \left[ \sigma_h^2(x_M, y_M) \right] + \frac{1}{\beta^4} \left\{ \sum_{\Omega} \psi(x_i, y_i) \sigma^2(x_i, y_i) + \sum_{\Omega_M} \psi(x_M, y_M) \sigma_h^2(x_M, y_M) \right\} \left\{ \sum_{\Omega} \varphi(x_i, y_i) \sigma^2(x_i, y_i) + \sum_{\Omega_M} \varphi(x_M, y_M) \sigma_h^2(x_M, y_M) \right\} + \frac{1}{\beta^4} \left\{ \sum_{\Omega} \psi(x_i, y_i) \varphi(x_i, y_i) \times \sigma^2(x_i, y_i) + \sum_{\Omega_M} \psi(x_M, y_M) \varphi(x_M, y_M) \sigma_h^2(x_M, y_M) \right\}^2. \quad (20)$$

Здесь  $\alpha = \sum_{\Omega} \varphi(x_i, y_i) \tau^*(x_i, y_i)$ ;  $\beta = \sum_{\Omega} \psi(x_i, y_i) \tau^*(x_i, y_i)$ .

Рассмотрим более пристально случай оценивания координат объекта с границей круглой формы радиуса  $R$ , когда весовые функции имеют вид  $\psi(x_i, y_i) = 1$ ;  $\varphi(x_i, y_i) = x_i$  (или  $\varphi(x_i, y_i) = y_i$  при оценивании координаты  $y$ ). Пусть истинное положение объекта характеризуется координатами  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ . Тогда  $M_W = 0$ , т. е. сценка положения получается несмещенной, а дисперсия ее

$$D_W = \frac{1}{\beta^2} \left[ \sum_{\Omega} x_i^2 \sigma^2(x_i, y_i) + \sum_{\Omega_M} x_M^2 \sigma_h^2(x_M, y_M) \right] + \frac{1}{\beta^4} \left[ \sum_{\Omega} \sigma^2(x_i, y_i) + \sum_{\Omega_M} \sigma_h^2(x_M, y_M) \right] \left[ \sum_{\Omega} x_i^2 \sigma^2(x_i, y_i) + \sum_{\Omega_M} x_M^2 \sigma_h^2(x_M, y_M) \right]. \quad (21)$$

Предположим, что дисперсия измерений постоянна, т. е.  $\sigma^2(x_i, y_i) = \sigma^2$ , а число измерений равно  $n$ . Дальнейшие вычисления дают

$$D_W = \frac{\sigma^2 n^2}{4\pi \beta^2} + \frac{ns}{2\pi \beta^2} + \frac{(n\sigma^2 + s) \left( \frac{n^2 \sigma^2}{4\pi} + \frac{n}{2\pi} s \right)}{\beta^4}, \quad (22)$$

где  $s = \sum_{\Omega_M} \sigma_h^2(x_M, y_M)$ . Введем среднюю дисперсию границы  $\bar{\sigma}_h^2 = \frac{s}{2\pi R} = \frac{2}{\sqrt{n\pi}}$  и средний по изображению коэффициент пропускания  $\bar{\tau}$ , так что  $\beta = \sum_{\Omega} \tau^*(x_i, y_i) = n\bar{\tau}$ . Тогда

$$D_W = \frac{1}{(\bar{\tau})^2} \left( \frac{\sigma^2}{4\pi} + \frac{\sigma_h^2}{\sqrt{n\pi}} \right) + \frac{1}{(\bar{\tau})^4} n \left( \sigma^2 + 2 \sqrt{\frac{\pi}{n}} \sigma_h^2 \right) \left( \frac{\sigma^2}{4\pi} + \frac{\bar{\sigma}_h^2}{\sqrt{n\pi}} \right). \quad (23)$$

Отношение второго слагаемого (23) к первому  $\frac{\sigma^2 + 2 \sqrt{\frac{\pi}{n}} \bar{\sigma}_h^2}{n (\bar{\tau})^2} \ll 1$



$T$   $D_w$   
0,3

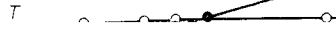


Рис. 6.

$\sigma$	$T$	$D_{w_{\min}}$
0,25	0,25	2,26
0,35	0,23	2,83

бвиду того, что  $\sigma^2$  и  $\bar{\sigma}_h^2$  существенно меньше как  $n$ , так и  $\bar{\tau}$ . На этом основании вторым слагаемым в (23) можно пренебречь и считать

$$D_w = \frac{1}{(\bar{\tau})^2} \left( \frac{\sigma^2}{4\pi} + \frac{\bar{\sigma}_h^2}{\sqrt{\pi n}} \right). \quad (24)$$

Нужно исследовать зависимость дисперсии  $D_w$  от порогового уровня  $T$ , чтобы назначить оптимальный уровень, приводящий к минимуму дисперсии. Однако этот анализ можно провести только для конкретной модели изображения. Например, для пятна, имеющего форму двумерной гауссоиды, выражение (24) принимает вид

$$D_w = \frac{\sigma^2}{4\pi \left( T + \frac{1-T}{\ln T} \right)^2} \left( 1 - \frac{2\sigma}{T \ln T} \right). \quad (25)$$

Используя (25), можно определить оптимальные значения порогового уровня  $T$ , обеспечивающие минимум  $D_w$ . В таблице для различных величин  $\sigma$  приведены оптимальные значения  $T$  и соответствующие им величины  $D_w$  (в единицах  $\sigma^2$ ). По этим данным построены графики рис. 6. Оптимальный уровень с возрастанием шумов асимптотически стремится к постоянной величине. Вообще говоря, оптимальный уровень слабо изменяется в зависимости от мощности шума. В силу этого дисперсия оценки в согласии с (25) растет с увеличением  $\sigma$  практически линейно.

На рис. 7 представлены зависимости среднеквадратичного отклонения  $\sigma_w$  оценки  $W$  от порогового уровня  $T$ , вычисленные по выражению (25) для трех значений уровня шума. Они показывают, что для контрастных изображений ( $\sigma/T \ll 0,1$ ) варьирование  $T$  в широких пределах (0,1 ÷ 0,6) весьма слабо отражается на точности оценки  $W$ . В случае слабоконтрастных изображений ( $\sigma$  велико относительно  $T$ ), точность оценки более критична к величине порогового уровня. Но даже при  $\sigma=0,5$  минимум дисперсии оценки довольно плоский — вариации  $T$  от 0,15 до 0,35 несущественно отражаются на точности.

**Заключение.** Предложенные здесь процедуры считывания компактных изображений с выпуклыми границами использовались при решении различных задач обработки изобра-

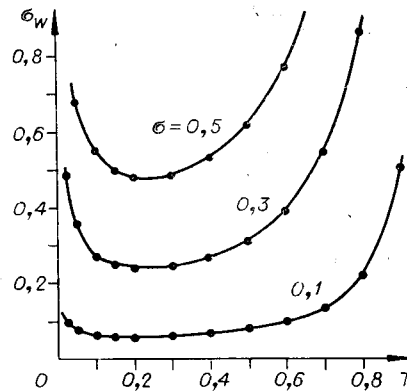


Рис. 7.

жений [2, 4, 5]. Во всех случаях они оказались достаточно эффективными и при простоте алгоритмов выделения границ, обеспечивающей высокую скорость обработки, дали высокую точность оценок.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бурый Л. В., Коронкевич В. П., Нестерихин Ю. Е., Нестеров А. А., Пушной Б. М., Ткач С. Е., Щербаченко А. М. Прецизионный фотограмметрический автомат.— «Автометрия», 1974, № 4, с. 83—89.
2. Косых В. П., Чейдо Г. П. Автоматизация астро- и фотометрических измерений.— «Автометрия», 1977, № 3, с. 88—98.
3. Уилкс С. Математическая статистика. М., «Наука», 1967.
4. Киричук В. С., Косых В. П. Восстановление размеров микрообъектов при считывании их конечной апертурой.— «Автометрия», 1977, № 3, с. 108—114.
5. Андрианов Л. А., Киричук В. С., Косых В. П., Чейдо Г. П. Автоматический анализ цитогрaмм.— «Автометрия», 1977, № 3, с. 98—107.

*Поступила в редакцию 31 декабря 1976 г.*

УДК 621.391 : 681.3.01

**В. П. БУДЯНОВ, С. Н. КАСЬЯНОВА, В. Е. ЛЕСНИКОВСКАЯ,  
Б. Н. ЛУЦЕНКО**

*(Новосибирск)*

### **НЕКОТОРЫЕ АЛГОРИТМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ГРАФИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ С ПОМОЩЬЮ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОГО АВТОМАТА «ЗЕНИТ»**

**1. Терминология.** Под графической информацией будем подразумевать в данной работе линейчатое изображение, зарегистрированное на прозрачном фотоносителе. Изображение может быть темным на светлом фоне — впрод будет именоваться позитивом — или светлым на темном фоне — негатив. К изображению будем относить точки, в которых коэффициент пропускания ниже (для позитива) или выше (для негатива) некоторого уровня. Дополнение к изображению именуется фоном. Термины линия и точка имеют здесь не математический, но физический смысл. Предполагается, что на исследуемом кадре линия может плавно изменять свою ширину в 3—5 раз, иметь самопересечения, разветвления и разрывы, протяженность которых меньше текущей ширины линии. Под шириной линии будем подразумевать длину отсекаемого границами линии отрезка нормали к направлению средней оси, или скелета [1, 2] линии, или аппроксимирующего их отрезка ломаной в данной точке. Средние оси, или скелет изображения, образно определяются с помощью метода степного пожара [1]. Если представить изображение покрытым сухой травой, а фон негорючим и предположить, что огонь возник одновременно по всей границе изображения и распространяется с равномерной скоростью к центру линии, скелет будет образован линией гашения огня. Скелет изображения вместе с функцией гашения (пропорциональной времени достижения фронтом огня данной точки скелета), называемые скелетной парой, дают полное описание объекта. С некоторой условностью можем