

## МЕТОДЫ ГОЛОГРАФИИ

УДК 535.417

А. М. КОНДРАТЕНКО, А. Н. СКРИНСКИЙ

(Новосибирск)

## РЕНТГЕНОВСКАЯ ГОЛОГРАФИЯ МИКРООБЪЕКТОВ

**1. Введение.** В последние годы появился новый тип источников рентгеновского излучения. Это современные накопители высокоэнергетических электронов, спектральная яркость синхротронного излучения которых примерно на два-три порядка выше, чем в характеристических линиях лучших острофокусных рентгеновских трубок с вращающимся анодом. Не представляет технических затруднений повысить яркость синхротронного излучения дополнительно еще на два-три порядка, применяя магнитные «змейки» и уменьшая размеры пучка в месте излучения.

Появление ярких источников заставляет по-новому взглянуть на возможности различных вариантов рентгеновской микроскопии таких, как контактная, проекционная, сканирующая микроскопии, дифракционный анализ периодических структур, рентгеновская голограмма.

Данная работа посвящена анализу рентгеновской голограммы. Этот метод исследования привлекает возможностью однозначно восстанавливать вышедшую из изучаемого объекта волну, в том числе и ее фазу, не имеет принципиальных ограничений на минимальные размеры разрешаемых элементов объекта вплоть до длины волны используемого излучения (так же, как и дифракционный анализ). Важной является возможность работы с малоконтрастными объектами, когда амплитуда и фаза рентгеновской волны после прохождения через эти объекты испытывает лишь очень малые изменения.

Новые перспективы рентгеновской голограммы связаны также с появлением координатно-чувствительных детекторов рентгеновского излучения с эффективностью регистрации порядка единицы, созданных на основе многопроволочных пропорциональных камер [1]. Такие поквантовые детекторы на несколько порядков превышают по эффективности регистрации обычные фотодетекторы, обладают хорошим пространственным разрешением (доли миллиметра). Информация вводится прямо в ЭВМ, осуществляющую затем обработку этой информации и ее вывод в удобном для экспериментатора виде.

Наиболее естественная схема в рентгеновской голограмме — схема типа опыта Юнга. Такая схема безлинзовой Фурье-голограммы была предложена Строуком в 1965 г. [2]. Цель данной работы — проанализировать схему Юнга—Строука, выяснить ее возможности и встающие проблемы.

**2. Описание схемы голограммы.** В схеме безлинзовой Фурье-голограммы осветитель и исследуемый предмет располагаются близко друг

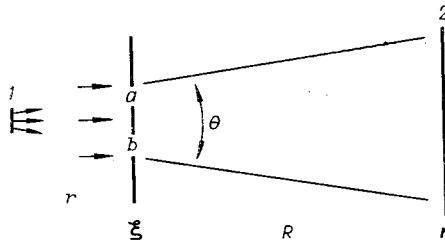


Схема безлинзовой Фурье-голографии:  
1 — источник излучения, 2 — плоскость регистрации.

В диафрагму *a* помещен объект, используемый в качестве осветителя и создающий известное опорное излучение. Исследуемый предмет находится в диафрагме *b*.

(в плоскости  $\xi$ , поперечной направлению распространения фронта падающей волны) [3, 4]:

$$\delta^2 = \delta_1 \times \delta_2 = (\lambda/\theta_1) \times (\lambda/\theta_2).$$

Возможное число разрешаемых элементов примерно равно  $L^2/\delta^2$  ( $L^2 = L_1 \times L_2$  — размер объектов в плоскости  $\xi$ ). Если предмет не чисто двумерный, то для того же самого числа разрешаемых элементов по голограмме может быть определено и продольное положение элементов вдоль распространения волны; продольное разрешение  $\delta_{\parallel}$  в малоугловой голограммии оказывается значительно хуже поперечного [3, 4]:

$$\delta_{\parallel} \approx \lambda/\theta^2.$$

Для того чтобы записать интерференционную картину, требуется регистратор с числом разрешаемых элементов, большим числа разрешаемых элементов объектов по каждому из направлений. Расстояние до регистратора  $R$  должно быть достаточным, чтобы его координатное разрешение  $h_1 \times h_2$  хватило для разрешения самых близких максимумов:

$$R > (L_1 h_1)/\lambda, (L_2 h_2)/\lambda.$$

Кроме того, если выполнено условие

$$R > L_1^2/\lambda, L_2^2/\lambda, \quad (1)$$

восстановление изображения предметов по голограмме сводится просто к Фурье-преобразованию, для которого разработаны очень эффективные алгоритмы, позволяющие быстро обрабатывать информацию в ЭВМ (см., например, [5]).

Для получения в плоскости регистрации контрастной интерференционной картины, позволяющей восстановить изображение исследуемого предмета с указанным разрешением, у излучения должна быть достаточная степень монохроматичности и пространственной когерентности. В случае, когда излучение немонохроматическое (каким и является синхротронное), можно, например, с помощью кристалла-монохроматора пространственно отделить волну с длиной  $\lambda$ . Необходимая степень монохроматичности определяется различимостью самых близких интерференционных максимумов на краю голограммы.

Если использовать объекты размером  $L_1 \times L_2 \times L_{\parallel}$ , то допустимый относительный диапазон длин волн  $\Delta\lambda/\lambda$  не должен превышать величины

$$\Delta\lambda/\lambda < \min(\delta_1/L_1, \delta_2/L_2, \delta_{\parallel}/L_{\parallel}, \delta_{\perp}/L_{\perp}\lambda).$$

Для образования интерференционной картины требуется также, чтобы размеры объектов не превышали размеров области пространст-

к другу и угол между направлениями их излучения в точки удаленного регистратора оказывается малым (см. рисунок).

По интерференционной картины, которая легко регистрируется в дальней зоне (где расстояния между интерференционными максимумами могут сколько угодно превышать длину волны излучения  $\lambda$ ), можно восстановить распределение амплитуд и фаз волны, вышедшей из исследуемого предмета. Получаемая голограмма с угловыми размерами  $\theta_1 \times \theta_2$  позволяет различить детали предмета с поперечными размерами

венной когерентности. Размеры площадки когерентности  $a_1 \times a_2$  определяются размерами источника  $\sigma_1 \times \sigma_2$  и расстоянием от него до объектов  $r$  [6]:

$$a_1 \approx \lambda r / \sigma_1, \quad a_2 \approx \lambda r / \sigma_2.$$

Если размеры объектов  $L_1, L_2$  превышают размеры области когерентности  $a_1, a_2$ , полезно, устанавливая диафрагму вблизи источника (или увеличивая расстояние  $r$ ), увеличить размеры области когерентности. Отметим, что, как правило, допустимый продольный размер объектов определяется временной некогерентностью и, по крайней мере, в  $(1/0)$  раз превышает допустимый поперечный размер.

Основной характеристикой источника, позволяющей количественно оценить его возможности использования в голографии, является мощность взаимно-когерентного излучения  $P$  [7]. Мощность  $P$  равна мощности части излучения источника, попадающего в телесный угол когерентности  $\Delta\Omega \leq (a_1 a_2) / r^2 = \lambda^2 / (\sigma_1 \sigma_2)$ . Величина  $P$  пропорциональна яркости источника и равна полному числу полезных для голографии квантов в секунду. При диафрагмировании полное число взаимно-когерентных квантов сохраняется (при условии, конечно, что размеры диафрагмы намного больше  $\lambda/\alpha_\lambda$ , где  $\alpha_\lambda$  — характерный интервал углов, в котором сосредоточено падающее на диафрагму излучение). Для полного использования взаимно-когерентных квантов размеры диафрагмы должны быть подобраны так, чтобы поперечные размеры объектов совпадали с размерами площадки когерентности.

**3. Интерференционная картина и ее обработка.** Обозначим через  $u_r(\xi)$  и  $u(\xi)$  комплексные амплитуды поля волны в плоскости  $\xi$  соответственно осветителя и исследуемого предмета, расположенных в области когерентности излучения (см. рисунок). Величина  $\int (|u_r|^2 + |u|^2) d\xi$  равна числу квантов, выходящих из объектов в единицу времени. В дальней зоне, где выполнено условие (1), амплитуда поля в плоскости регистрации получается Фурье-преобразованием амплитуд  $u_r$  и  $u$ . Формула для числа квантов, приходящих в единицу времени в точку  $\eta$  регистратора, расположенного в дальней зоне, записывается в виде

$$dI = |U_r(\mathbf{K}) + U(\mathbf{K})|^2 d\mathbf{K} = [|U_r|^2 + |U|^2 + U^*U_r + UU_r^*] d\mathbf{K}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{K}$  — волновой вектор:  $\mathbf{K} = (2\pi/\lambda)(\mathbf{R} + \eta)/|\mathbf{R} + \eta|$ ,  $d\mathbf{K} = K^2 d\Omega \approx K^2 d\eta_1 d\eta_2 / R^2$ , амплитуды

$$U_r = \frac{1}{2\pi} \int u_r(\xi) e^{-i\mathbf{K}\xi} d\xi \quad \text{и} \quad U = \frac{1}{2\pi} \int u(\xi) e^{-i\mathbf{K}\xi} d\xi$$

— пространственные Фурье-гармоники изображений осветителя и исследуемого предмета. Очевидно, неизвестную амплитуду  $u$  можно восстановить (зная амплитуду опорной волны) из интерференционных членов, например, из члена, пропорционального  $UU_r^*$ .

Для примера рассмотрим наиболее простой случай, когда в качестве осветителя используется небольшое отверстие площадью  $s_r$ . Пусть величина  $u_r$  равна нулю всюду, за исключением области отверстия, где она постоянна. Размеры отверстия, по существу, ограничивают разрешение по исследуемому образцу и поэтому должны быть меньше размера разрешаемых деталей предмета\*. В этом примере величина

$$U_r^* = \frac{1}{2\pi} u_r^* s_r e^{-i\mathbf{K}\mathbf{a}}, \quad (3)$$

\* Если заранее точно известна зависимость  $u_r(\xi)$ , то, конечно, можно восстановить амплитуду  $u$  и отверстием с размерами, большими чем  $\delta$ . В этом примере предполагается более простой вариант, когда размеры отверстия намного меньше  $\delta$ .

где  $\mathbf{d}$  — радиус-вектор, проведенный в плоскости  $\xi$  от центра предмета к отверстию.

Чтобы найти амплитуду  $u$ , необходимо произвести преобразование Фурье выражения  $|U+U_r|^2$  (известного по измерениям числа фотонов, падающих в единицу времени на элементы регистратора), поделенного на  $U_r^*$ . При этом, кроме амплитуды  $u$ , получаемой из интерференционного члена  $UU_r^*$ , появляются изображения, соответствующие другим членам формулы (2). Для пространственного отделения изображения исследуемого предмета необходимо, чтобы расстояние  $d$  превышало  $(3/2)l_1$  ( $l_1$  — размер предмета в направлении вектора  $\mathbf{d}$ ) [3, 4]:

$$d > (3/2)l_1.$$

Возможность восстановления амплитуды  $u$  с помощью волны произвольного опорного предмета (осветителя) была показана в работе [8]. В оптической голограмии при восстановлении источником малого размера используются изготавливаемые фотоспособом фильтры [9, 10]. Непосредственное восстановление производится на ЭВМ, осуществляющей преобразование Фурье выражения  $dI/dK$ , поделенного на  $U_r^*$ . Для того чтобы выделить искомую амплитуду, требуется достаточное расстояние  $d$  между центрами осветителя и исследуемого предмета. При этом в области предмета амплитуда

$$u = \frac{1}{2\pi} \int_H e^{iK\xi} \frac{dI}{U_r^*}. \quad (4)$$

Для того чтобы получить полную амплитуду поля, вышедшего из предмета, интегрирование в этой формуле должно производиться по всей области регистратора, в которой  $|U| \neq 0$ . Однако часто требуется исследовать лишь определенные области пространственных гармоник изображения, несущие необходимую информацию о предмете. Тогда интегрирование, очевидно, будет производиться по этой, интересующей экспериментатора области регистратора. При этом амплитуда  $u$  будет информативной частью полной амплитуды поля, вышедшего из предмета. Важный пример такого рода — случай исследования малоконтрастных предметов, который рассмотрен в п. 7. Основная часть мощности излучения малоконтрастного предмета, очевидно, падает на центральную область регистратора. Несущая детальную информацию о предмете малая часть мощности связана с изменением вышедшего из предмета поля и падает на регистратор под большими углами. Поэтому часто бывает полезно отказаться от регистрации излучения в центральной области совсем (аналогично обычному дифракционному анализу).

При восстановлении волны с помощью произвольного осветителя часто (особенно в случаях, когда на голограмме существуют точки  $K$ , в которых  $U_r=0$ ) требуется значительно увеличить расстояние  $d$ , что обычно приводит к уменьшению доли используемых взаимно-когерентных квантов источника излучения. Можно обойтись без увеличения этого расстояния, если осуществить несколько дополнительных операций, также легко выполняемых ЭВМ.

Вычтем из выражения (2) члены  $|U|^2dK$  и  $|U_r|^2dK$ , определяемые раздельным экспонированием. В результате получим вместо (2) выражение  $(U^*U_r + UU_r^*)dK$ , из которого с помощью преобразования Фурье уже можно выделить искомую амплитуду  $u$ . Достаточно лишь, чтобы

$$d > \frac{1}{2}(l_1 + l_r)$$

( $l_r$  — размер осветителя в направлении  $\mathbf{d}$ ). Это условие выполняется,

если даже осветитель и предмет расположить вплотную друг к другу при экспозиции.

В случае если по каким-либо причинам не удается определить с нужной точностью величину  $|U|^2$ , можно преобразование Фурье несколько раз осуществить на ЭВМ способом, соответствующим предложенному в оптической голограммии [11]. Сначала осуществляем преобразование Фурье без деления на  $U_r^*$ :

$$\int e^{iK\xi} dI = \int [u(\xi + \xi') u_r^*(\xi') + \dots + u_r(\xi + \xi') u^*(\xi')] d\xi'.$$

При условии

$$d > \frac{1}{2}(l_1 + l'_1) + \max(l_1, l'_1) \quad (5)$$

можно отделить автокорреляцию изображений осветителя и предмета и следующее преобразование Фурье произвести только над ней:

$$\frac{1}{2\pi^2} \int e^{-iK\xi} u(\xi + \xi') u_r^*(\xi') d\xi' d\xi = UU_r^*;$$

Фурье-гармоника этого выражения, поделенного на  $U_r^*$ , и будет искомой амплитудой  $u$ , выделенной при условии (5).

**4. Требуемые время экспозиции и число зарегистрированных квантов.** Восстановливаемая амплитуда поля излучения, вообще говоря, будет отличаться от истинной. Отличие может быть связано, например, с недостаточным числом элементов регистратора, с его паразитной за светкой, с неполным знанием поля осветителя, с частичной некогерентностью излучения, с конечным числом регистрируемых квантов и другими.

Остановимся на изучении вопроса о числе квантов, которое требуется зарегистрировать, и необходимом времени экспозиции для восстановления с заданной точностью амплитуды волны. Этот вопрос имеет наибольшую актуальность в рентгеновском диапазоне, в котором наиболее ощутимы ограничения по яркости источника и становится реальной поквантовая регистрация. Формулы для требуемых времени экспозиции и числа зарегистрированных квантов позволяют оценить возможности осуществления различных вариантов рентгеновской голограммии в конкретных условиях.

Очевидно, для восстановления амплитуды поля с полной достоверностью нужно бесконечное число зарегистрированных квантов. Вычислим средневероятное значение восстанавливаемой амплитуды  $\hat{u}$  и его среднеквадратичное отклонение при конечном времени регистрации  $T$ . Будем считать, что регистратор обладает «безграничным» динамическим диапазоном регистрации и его область разбита на большое число (разрешаемых) элементов с координатами  $\eta_n$ . Пусть за время  $T$  в  $n$ -й клетке зарегистрировано  $N_n$  квантов. Отношение  $N_n/T$  при  $T \rightarrow \infty$  будет стремиться к величине

$$N_n/T \rightarrow \varepsilon I_n,$$

где  $I_n = |U + U_r|^2 dK_n$  — мощность излучения, падающего на  $n$ -ю клетку;  $\varepsilon$  — эффективность регистрации (доля регистрируемых квантов из числа падающих на регистратор).

Восстанавливаемая амплитуда  $\hat{u}$  будет вычисляться в области исследуемого предмета по формуле (4), которую можно переписать в виде

$$\hat{u} = \frac{1}{2\pi\varepsilon T} \int_H e^{iK\xi} \frac{dN}{U_r^*} = \frac{1}{2\pi\varepsilon T} \sum_n \frac{N_n}{U_r^*(K_n)} e^{iK_n \xi}. \quad (6)$$

Амплитуда  $\hat{u}$  при  $T \rightarrow \infty$  стремится к  $u$ .

Хорошо известно, что вероятность  $W(N_n)$  регистрации в клетке определенного числа  $N_n$  квантов за время  $T$  не зависит от числа регистраций в других клетках и определяется распределением Пуассона\*, для которого (см., например, [12])

$$\bar{N}_n = \sum_{N_n} N_n W(N_n) = \varepsilon I_n T,$$

$$\bar{N}_n^2 - \bar{N}_n^2 = \varepsilon I_n T.$$

Таким образом, средневероятное значение  $\bar{\bar{u}} = u$ , т. е. как и должно быть, совпадает с амплитудой поля, получаемой в пределе  $T \rightarrow \infty$ . Для среднеквадратичного отклонения  $\hat{u}$  от  $u$  имеем

$$D\hat{u} = |\bar{\bar{u}}|^2 - |u|^2 = \frac{1}{\delta^2 \varepsilon T} \left( 1 + \left\langle \left| \frac{U}{U_r} \right|^2 \right\rangle \right), \quad (7)$$

где  $\delta^2 = 4\pi^2 \left[ \int_H d\mathbf{K} \right]^{-1}$  — площадь минимально разрешаемого элемента, скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по голограмме:

$$\left\langle \left| \frac{U}{U_r} \right|^2 \right\rangle = \int_H \left| \frac{U}{U_r} \right|^2 d\mathbf{K} \left( \int_H d\mathbf{K} \right)^{-1}.$$

Из формулы (7) видно, что среднеквадратичное отклонение  $D\hat{u}$ , определяющее уровень квантовых шумов, одно и то же по величине во всех точках  $\xi$  области исследуемого предмета.

Задаваемый уровень  $D\hat{u}$  определяет время экспозиции и число квантов, которое нужно зарегистрировать. Допустимая величина  $D\hat{u}$ , конечно, задается конкретными целями исследования и свойствами предмета. Без существенных ограничений можно выбрать эту величину равной

$$D\hat{u} = \frac{\kappa^2}{s} \int_H |U|^2 d\mathbf{K} = \frac{\kappa^2}{s} \int_H |u|^2 d\xi = \kappa^2 \langle |u|^2 \rangle, \quad (8)$$

где  $s = l_1 l_2$  — площадь исследуемого предмета. Малое число  $\kappa$  является свободным параметром, задающим точность, с которой необходимо знать информативную амплитуду  $u$ , показывающим, во сколько раз средневероятное отклонение  $\hat{u}$  от  $u$  должно быть меньше среднего уровня  $\sqrt{\langle |u|^2 \rangle}$ . Величина  $\kappa$  определяет статистическую точность восстановления амплитуды  $u$  по квантовым шумам.

С помощью формул (7) и (8) можно найти требуемое время экспозиции  $T$  и число квантов  $N = \sum_n \bar{N}_n$ , которое нужно зарегистрировать для восстановления амплитуды с точностью  $\kappa$ :

$$N = \frac{M}{\kappa^2} \left( 1 + \frac{I_r}{I_0} \right) \left( 1 + \left\langle \left| \frac{U}{U_r} \right|^2 \right\rangle \right), \quad (9a)$$

$$T = \frac{M}{\varepsilon \kappa^2 I_0} \left( 1 + \left\langle \left| \frac{U}{U_r} \right|^2 \right\rangle \right), \quad (9b)$$

где  $M = s/\delta^2$  — число разрешаемых элементов предмета,  $I_r = \int_H |U_r|^2 d\mathbf{K}$  и

---

\* Мы пренебрегаем «неквантовыми» изменениями волнового поля, поскольку время  $T$  значительно превосходит время их корреляций, определяемое временем когерентности и временами изменения мощности излучения источника (для синхронного излучения времена изменения мощности порядка периода обращения густка электронов в накопителе). Поэтому под  $I_n$  во всех формулах нужно понимать средние значения мощности падающего на  $n$ -ю клетку излучения.

$I_0 = \int_H |U|^2 d\mathbf{K}$  — число квантов осветителя и предмета, падающих в единицу времени на голограмму.

Таким образом, зная величину  $|U|^2$  (например, облучая на короткое время регистратор излучением исследуемого предмета), можно определить время  $T$  и число квантов  $N$ . Время  $T$  и число  $N$  становятся бесконечно большими, если существуют области голограммы, в которых  $U_r=0$ . Это связано с тем, что при восстановлении изображения из интерференционного члена  $UU^*$ , значения  $U$  в этих областях остаются неизвестными. Поэтому осветитель должен освещать всю область голограммы, нужную при восстановлении. Кроме того, чтобы полнее использовать опорное излучение, оно должно быть по возможности сконцентрировано лишь на этой информативной области.

Формулы (9) позволяют выявить оптимальный осветитель и найти оптимальное соотношение потоков квантов осветителя и предмета. В оптимальном случае требуется минимальная информация (и минимальное машинное время) для восстановления амплитуды  $u(\xi)$ . Исследование формулы (9а) на экстремум показывает, что поле оптимального осветителя должно удовлетворять условию

$$|U_r|^2 = \sqrt{\langle |U|^2 \rangle} |U|. \quad (10)$$

Оптимальное отношение потоков падающих на голограмму квантов выражается формулой

$$\left( \frac{I_r}{I_0} \right)_{\text{opt}} = \frac{\langle |U| \rangle}{\sqrt{\langle |U|^2 \rangle}}. \quad (11)$$

В этом случае число зарегистрированных квантов, необходимое для восстановления, минимально и равно

$$N_{\text{opt}} = \frac{M}{\kappa^2} \left( 1 + \frac{\langle |U| \rangle}{\sqrt{\langle |U|^2 \rangle}} \right)^2. \quad (12a)$$

Из формулы (11) видно, что в оптимальном случае поток квантов на голограмму от осветителя  $I_r$  не превышает потока от предмета  $I_0$ :

$$0 < (I_r/I_0)_{\text{opt}} < 1.$$

Обычно  $(I_r/I_0)_{\text{opt}}$  порядка единицы, однако если почти весь поток квантов от предмета падает на очень малую часть площади голограммы, то  $(I_r/I_0)_{\text{opt}} \ll 1$ .

Для выполнения условия (11) необходимо, чтобы на осветитель и исследуемый предмет падали от источника потоки квантов в определенном соотношении. Найдем потоки квантов, падающие на осветитель  $J_r$  и предмет  $J_0$ , при использовании всего возможного потока взаимно-когерентных квантов:

$$J_r + J_0 = J = \text{const}. \quad (12b)$$

Нетрудно с учетом условия (11) получить, что

$$(J_r)_{\text{opt}} = \frac{q_0 \langle |U| \rangle}{q_0 \langle |U| \rangle + q_r \sqrt{\langle |U|^2 \rangle}} J; \quad (13)$$

$$(J_0)_{\text{opt}} = \frac{q_r \sqrt{\langle |U|^2 \rangle}}{q_0 \langle |U| \rangle + q_r \sqrt{\langle |U|^2 \rangle}} J,$$

где  $q_r = I_r/J_r$ , и  $q_0 = I_0/J_0$  — коэффициенты использования излучений (доли квантов осветителя и предмета, падающие на голограмму, от общего числа квантов, падающих на эти объекты).

С помощью (13) формула для требуемого времени экспозиции в оптимальном случае запишется в виде

$$T_{\text{opt}} = \frac{M}{\epsilon \kappa^2 q_0 J} \left( 1 + \frac{\langle |U| \rangle}{V \langle |U|^2 \rangle} \right) \left( 1 + \frac{q_0}{q_r} \frac{\langle |U| \rangle}{V \langle |U|^2 \rangle} \right). \quad (14)$$

Как видно, при полном использовании опорного излучения (при  $q_r=1$ ) время  $T_{\text{opt}}$  наименьшее.

Исследование формулы (9б) на экстремум при условии (12б) показывает, что время  $T$  минимально при той же структуре осветителя ( $|U_r|^2 \sim |U|$ ), а отношение  $I_r/I_0$  равно

$$\left( \frac{I_r}{I_0} \right)_{T=T_{\text{min}}} = \sqrt{\frac{q_r}{q_0} \frac{\langle |U| \rangle}{V \langle |U|^2 \rangle}}. \quad (15)$$

В этом случае

$$\begin{aligned} N_{T=T_{\text{min}}} &= \frac{M}{\kappa^2} \left( 1 + \sqrt{\frac{q_r}{q_0} \frac{\langle |U| \rangle}{V \langle |U|^2 \rangle}} \right) \left( 1 + \sqrt{\frac{q_0}{q_r} \frac{\langle |U| \rangle}{V \langle |U|^2 \rangle}} \right); \\ T_{\text{min}} &= \frac{M}{\epsilon \kappa^2 q_r q_0 J} \left( V \sqrt{q_r} + V \sqrt{q_0} \frac{\langle |U| \rangle}{V \langle |U|^2 \rangle} \right)^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Условия минимальности числа квантов  $N$  и времени экспозиции  $T$  совпадают лишь при  $q_r=q_0$ . Независимо от соотношения  $q_r$  и  $q_0$  величина  $T_{\text{opt}}$  всегда одного порядка с  $T_{\text{min}}$ :

$$T_{\text{opt}} < \left( 1 + \frac{\langle |U| \rangle}{V \langle |U|^2 \rangle} \right) T_{\text{min}} < 2 T_{\text{min}}.$$

Требуемое же число зарегистрированных квантов  $N$  в случае, когда  $T=T_{\text{min}}$ , при существенном отличии значений  $q_r$  и  $q_0$  намного превосходит  $N_{\text{opt}}$ . Для осветителя, у которого падающее на него излучение используется полностью ( $q_r=1$ ), время  $T_{\text{min}}$  становится меньшим,  $N_{T=T_{\text{min}}}$  может как увеличиваться, так и уменьшаться.

Изготовление оптимальных осветителей представляет технически трудную, а иногда и невыполнимую задачу. Но существует множество осветителей, при использовании которых требуемые времена экспозиции и число зарегистрированных квантов не очень сильно отличаются от оптимальных значений. Обычно достаточно, чтобы характерные размеры элементов осветителя были порядка разрешения  $\delta$ , а потоки квантов, попадающие на информативную часть голограммы от предмета и осветителя, были одного порядка.

Близок к оптимальному случай, когда опорный предмет (создающий опорную волну) подобен исследуемому. При этом из формул (9), подставляя  $|U_r|=|U|$ , получаем

$$N = (4M)/\kappa^2, \quad T = 2M/(\epsilon \kappa^2 / I_0).$$

Выбор опорного излучения, близкого к исследуемому, может оказаться полезным при изучении очень малых изменений предметов.

**5. Случай малого опорного отверстия.** Рассмотрим практически важный пример, когда осветителем является малое отверстие. Такой осветитель наиболее приспособлен для изучения самых различных предметов. В этом случае в области голограммы  $|U_r|=\text{const}$  и из (9) получаем следующие формулы для требуемых числа зарегистрированных квантов и времени экспозиции:

$$\begin{aligned} N &= (M/\kappa^2) [(I_r + I_0)^2 / I_r I_0], \\ T &= [M/(\epsilon \kappa^2)] [(1/I_r + 1/I_0)]. \end{aligned} \quad (17)$$

Из полной мощности излучения из малого отверстия  $J_r$  используется

лишь часть  $I_r = (s_r/\delta^2)J_r$ , падающая на область голограммы, поэтому желательно, чтобы размеры отверстия были по возможности ближе к размерам разрешаемого элемента

$$(q_r = s_r/\delta^2 \approx 1).$$

Формулы предыдущего раздела для оптимального осветителя переносятся на случай малого опорного отверстия заменой  $\langle |U| \rangle / \sqrt{\langle U \rangle^2} \rightarrow 1$ . Так, например, число квантов минимально, если  $I_r = I_0$  (ср. с (11)). При этом формулы для  $N$  и  $T$  имеют вид (ср. с (12), (14))

$$\begin{aligned} N_{\text{opt}} &= 4(M/\kappa^2), \\ T_{\text{opt}} &= (2M/\varepsilon\kappa^2 J) (q_r + q_0) / q_r q_0. \end{aligned} \quad (18)$$

В частности, когда при обработке интерференционной картины используется вся площадь регистратора, в оптимальном случае для фазово-контрастных (слабопоглощающих) предметов ( $q_0 = 1$ ) половина потока взаимно-когерентных квантов должна пройти через опорное отверстие, а другая половина — через исследуемый предмет.

Запись поля исследуемого предмета с помощью малого отверстия обладает недостатками, связанными с небольшой мощностью опорной волны\* (за исключением случаев очень малых значений  $q_0$ ). При  $I_r \ll I_0$  требуемое число зарегистрированных квантов и время экспозиции намного превосходят оптимальные значения:

$$\begin{aligned} N &= (M/\kappa^2) (q_0/q_r) (J_c/J_r), \\ T &= (M/\varepsilon\kappa^2) (1/q_r J_r). \end{aligned} \quad (19)$$

При этом регистратор излишне перегружается квантами исследуемого предмета. Если мощность опорной волны увеличить нельзя, полезно уменьшить мощность  $I_0$  до величины порядка  $I_r$ , устанавливая «ослабитель» излучения перед предметом, понижающий значение  $q_0$ . Конечно, время экспозиции  $T$  при этом остается неизменным.

Увеличения мощности опорной волны можно добиться фокусировкой излучения на малое отверстие — осветитель. Примером, показывающим возможность фокусировки рентгеновских лучей, используя дифракционные явления, могут служить зонные пластинки Френеля (использование линз, подобных оптическим, как известно, невозможно из-за очень малого отличия коэффициента преломления веществ от единицы в рентгеновском диапазоне). Ширина самого узкого (внешнего) кольца должна быть равна  $\delta$  — диаметру отверстия осветителя, а площадь пластинки определяется долей потока взаимно-когерентных квантов, которая должна пройти через осветитель.

**6. Другие варианты осветителей.** Способом повышения мощности опорной волны может стать использование опорных предметов, размерами порядка исследуемого. Если заранее поле осветителя неизвестно, его можно узнать из голограммы, полученной, например, при длительной однократной экспозиции с малым опорным отверстием (или с помощью другого известного осветителя).

Важным вариантом таких опорных предметов для исследования произвольных объектов является дифракционный осветитель — дифрактор со случайно расположеннымными рассеивающими центрами, наиболее

\* Заметим, что просто увеличением размеров отверстия, несмотря на увеличение мощности излучения пропорционально площади, нельзя добиться уменьшения значений  $N$  и  $T$ , так как при этом будет повышаться освещение лишь малой центральной части регистратора, которая не позволяет получить требуемого разрешения деталей предмета размерами, меньшими размеров отверстия.

равномерно рассеивающий излучение по голограмме. «Случайный» дифрактор эквивалентен матовым осветителям, применяемым в оптической голографии. Рассеивать излучение, очевидно, могут случайно расположенные отверстия, поглощающие «включения», различного рода неровности поверхности материалов и т. п. Характерный размер рассеивающих элементов оптимального дифрактора должен быть порядка требуемого разрешения.

При обработке интерференционной картины, записанной с помощью «немалого» опорного предмета, возникают особенности, связанные с существованием точек  $K$ , в которых амплитуда  $U$ , обращается в нуль и за конечное время экспозиции в этих точках невозможно восстановить амплитуду  $U$ . Малые окрестности этих точек при обработке интерференционной картины не должны учитываться. Выбрасываемые окрестности следует выбирать так, чтобы, с одной стороны, мало искажить изображение исследуемого предмета, а с другой — не сильно увеличить требуемые время экспозиции и число зарегистрированных квантов.

Следует сказать несколько слов об одномерной голографии, когда достаточно знать зависимость амплитуды волны лишь от одной координаты (например, при исследовании поля линейных объектов). При этом, очевидно, во всех формулах для времени  $T$  и числа квантов  $N$  величина  $M$  вместо  $s/\delta^2$  будет равна  $l_1/\delta_1$ . Аналогично опорному отверстию в одномерной голографии можно использовать щель. Вместо двумерных зонных пластинок Френеля, если нужно, можно использовать одномерные зонные пластиинки. Таким образом, для получения пространственного разрешения по одной степени свободы такого же, как и по двум степеням, с тем же источником излучения требуется значительно меньшее время экспозиции и число регистрируемых квантов.

**7. Исследование малоконтрастных предметов.** Для большого класса объектов (например, биологических) амплитуда и фаза рентгеновской волны после прохождения через эти объекты испытывает малые изменения. Важным достоинством голографии является то, что контрастность голограммы не зависит прямо от контрастности предмета и может оставаться высокой даже для очень малоконтрастных предметов.

Для малоконтрастного слабопоглощающего предмета почти вся мощность  $J_0$  падает на центральную область регистратора в угле порядка  $\lambda/l$ . Малая часть  $J'_0 (J'_0 \ll J_0)$ , связанная с малым изменением амплитуды поля, вышедшего из предмета, падает на регистратор под значительно большими углами  $\lambda/\delta \gg \lambda/l$ .

Рассмотрим сначала случай регистрации всего излучения объектов и обработки полной интерференционной картины. При этом  $q_0=1$ . Дисперсию  $\sqrt{D_u}$  необходимо выбрать достаточно малой, чтобы уровень квантовых шумов не превышал интересующие малые изменения амплитуды  $u: \kappa^2 = \frac{J'_0}{J_0} \kappa_0^2 \ll \kappa_0^2$ . При записи оптимальным осветителем, удовлетворяющим условию (10), требуемые число  $N$  и время  $T$ , как видно из (12а), (14), равны ( $q_r=1$ ):

$$N_{\text{opt}} = \frac{M}{\kappa_0^2} \frac{J_0}{J'_0}, \quad T_{\text{opt}} = \frac{M}{\varepsilon \kappa_0^2 J'_0}. \quad (20)$$

При получении (20) учитывалось, что величина  $\langle |U| \rangle / \sqrt{\langle |U|^2 \rangle}$  мала, так как почти вся мощность излучения падает на центральную малую часть голограммы:

$$\frac{\langle |U| \rangle}{\sqrt{\langle |U|^2 \rangle}} \approx \frac{1}{\sqrt{M}} + \sqrt{\frac{J'_0}{J_0}} \ll 1.$$

В этом случае поток квантов на осветитель  $J_r$ , примерно равен (см. (13))

$$(J_r)_{\text{opt}} \approx \left( \frac{1}{\sqrt{M}} + \sqrt{\frac{J'_0}{J_0}} \right) J$$

и составляет малую часть полного потока, падающего на объекты.

При записи малым отверстием оптимальный вариант осуществляется, когда  $I_r = I_0 = J_0$  и поток на осветитель  $J_r = \frac{\delta^2}{s_r} J_0$  должен быть не меньше потока на исследуемый предмет. В этом варианте число  $N$  и время  $T$  примерно в 4 раза больше, чем при записи оптимальным осветителем.

При регистрации и обработке всей интерференционной картины объектов голограмма оказывается сильно перегруженной информацией о малых пространственных частотах изображения (о форме предмета), которая часто не представляет интереса\*. В этих случаях полезно отказаться от регистрации излучения в центральной области совсем. Тогда амплитуда  $u$  из формулы (4) будет равна лишь малой информативной части полной амплитуды поля, вышедшего из предмета. При записи малым отверстием в оптимальном варианте освещенность голограммы от отверстия по-прежнему должна быть равна освещенности от предмета. Но теперь это означает, что  $J_r = \frac{\delta^2}{s_r} J'_0$ , т. е. через отверстие необходимо пропустить поток квантов, в  $\delta^2 J'_0 / s_r J_0$  раз меньший, чем через предмет. Число  $N$  и время  $T$ , как видно из (18), равны ( $q_0 = J'_0 / J_0 \ll q_r = s_r / \delta^2$ ,  $\kappa = \kappa_0$ ):

$$N_{\text{opt}} = \frac{4M}{\kappa_0^2}, \quad T_{\text{opt}} = \frac{2M}{\epsilon \kappa_0^2 J'_0}.$$

При записи оптимальным осветителем величины  $N_{\text{opt}}$ ,  $T_{\text{opt}}$  и соотношение потоков  $J_r$  и  $J_0$  будут примерно такими же (величина  $\langle |U| \rangle \sqrt{\langle |U|^2 \rangle}$  при выбрасывании центральной области в простых случаях станет порядка единицы).

Таким образом, выбрасывание при обработке интерференционной картины центральной части регистратора позволяет существенно уменьшить (в  $J_0/J'_0$  раз) необходимое число зарегистрированных квантов. При оптимальном освещении мощность опорной волны требуется в  $J_0/J'_0$  раз меньше, чем при записи малым отверстием. Контрастность интерференционных полос информативной части голограммы становится полной.

Желательно использовать диафрагму, в которую помещается исследуемый предмет, с возможно более плавной зависимостью коэффициента поглощения рентгеновских лучей на краях. Такая диафрагма создает минимальное паразитное освещение голограммы. Предельное разрешение по контрастности предмета определяется фоновым рассеянием на веществе предмета.

**8. Учет частичной некогерентности падающего излучения.** Представляет интерес исследовать, как может изменить результаты частичная некогерентность излучения. Как известно, временная некогерентность уменьшает контрастность интерференционной картины к краям голограммы, ограничивая тем самым предельное разрешение по объекту, которое становится порядка  $L(\Delta/\lambda/\lambda)$ . Для того чтобы различить детали меньших размеров, необходимо резко увеличить време-

\* Форма исследуемого предмета (по центральной части голограммы) может быть изучена отдельно при специальной (и более короткой) экспозиции.

мя экспозиции и число зарегистрированных квантов (обратно пропорционально квадрату контрастности интерференционных полос у краев голограммы). Пространственная некогерентность уменьшает контрастность интерференционной картины по всей голограмме. Это тоже приводит к необходимости увеличивать время  $T$  и число квантов  $N$  для исследования деталей объекта.

Ограничимся количественным анализом наиболее простого случая с малым опорным отверстием для частично пространственно-некогерентного излучения. Пусть  $\Gamma(\xi)$  — комплексная степень пространственной когерентности излучения между точкой предмета  $\xi$  и опорным отверстием.

Теперь величина  $\bar{u}$ , определяемая усреднением формулы (6), будет равна  $\Gamma u$ . Вместо условия (8) имеем

$$|\bar{u}|^2 - |\Gamma u|^2 = \kappa^2 \langle |\Gamma u|^2 \rangle = \frac{\kappa^2}{s} \int |\Gamma u|^2 d\xi. \quad (21)$$

Таким образом, формулы для времени экспозиции и необходимого числа зарегистрированных квантов вместо (17) запишутся в виде

$$T = \frac{M}{\epsilon \kappa^2} \frac{(1 + I_0/I_r)}{\int |\Gamma u|^2 d\xi}, \quad N = \frac{M}{\kappa^2} \frac{(I_r + I_0)^2}{I_r \int |\Gamma u|^2 d\xi}.$$

При полной когерентности падающего излучения  $|\Gamma|=1$  и последние формулы, очевидно, совпадают с (17). При уменьшении величины  $|\Gamma|$  время  $T$  и число  $N$  возрастают примерно в  $|\Gamma|^{-2}$  раз.

**9. Количественные примеры.** Для того чтобы представить порядки входящих в формулы величин, о которых сегодня может идти речь, рассмотрим конкретный пример. Предположим, что источником излучения является накопитель ВЭПП-3 (ИЯФ СО АН СССР). Сегодняшняя его мощность взаимно-когерентного рентгеновского излучения [7]

$$P = 10^{10} \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \lambda^2 (\text{нм}) \frac{\text{квант}}{\text{с}}.$$

Пусть в исследуемом предмете с контрастностью порядка единицы требуется различить  $M=50 \times 50$  деталей. Интерференционную картину будем регистрировать детектором с эффективностью регистрации, близкой к единице (изготовлен на базе проволочных пропорциональных камер), размером  $20 \times 20 \text{ см}^2$  и пространственным разрешением  $0,5 \times 0,5 \text{ мм}^2$ . Этот детектор поместим на расстоянии 10 м от объектов.

Рассмотрим сначала случай записи малым отверстием размером  $\delta$ . Для излучения с длиной волны  $\lambda=0,1 \text{ нм}$  разрешение по объекту достигает величины  $\delta^2=5 \times 5 \text{ нм}^2$ , продольное разрешение примерно 0,25 мк. Число квантов, которое требуется зарегистрировать, как следует из формул (17), если выбрать  $\kappa=0,1$ , равно  $N \approx 10^6$  квант (при уменьшении величины мощности  $I_0$  примерно до величины  $I_r$ ). При вычислении требуемого времени экспозиции следует учесть, что мощность  $I_r+I_0$  не может быть в данном случае больше половины мощности взаимно-когерентных квантов  $P$ . Из формулы (19) для времени экспозиции  $T$  получаем ( $J_r \approx P/2M$ ,  $\Delta\lambda/\lambda \approx 1/50$ )

$$T \approx 10 \text{ мин.}$$

Для излучения с длиной волны  $\lambda=1 \text{ нм}$  разрешение  $\delta^2=50 \times 50 \text{ нм}^2$ , продольное разрешение примерно 2,5 мк, требуемое число зарегистрированных квантов то же самое, необходимое время экспозиции  $T=6 \text{ с}$ .

В случае записи отверстием, на которое излучение оптимально фокусируется зонной пластинкой, число квантов  $N$  то же самое, требуемое время экспозиции  $T \approx 1 \text{ с}$  для излучения с длиной волны 0,1 нм,  $T \approx 10^{-2} \text{ с}$  для излучения с длиной волны 1 нм. При исследовании

малоконтрастных предметов требуемые времена экспозиции будут увеличены примерно в  $J_0/J'_0$  раз.

Следует отметить, что мощность взаимно-когерентного излучения накопителя ВЭПП-3 в ближайшее время предполагается увеличить примерно в 100 раз за счет применения магнитных «змеек» и уменьшения размеров пучка в месте излучения.

**10. Проблемы рентгеновской голограмии и пути их решения.** Одним из важнейших элементов схемы рентгеновской голограмии является опорный предмет. В простейшем варианте это небольшое отверстие размером  $\delta$ . Однако приходится сталкиваться с трудностями при изготовлении в фольгах механическими способами уже отверстий микронного размера. Для увеличения мощности опорной волны целесообразно использовать зонную пластинку Френеля с шириной внешнего, самого узкого кольца, приблизительно равной  $\delta$ , фокусирующую все нужное излучение на отверстие. Оптическое качество пластиинки, как и качество малого отверстия осветителя, может быть невысоким: от этого зависит лишь эффективность использования потока взаимно-когерентных квантов, но не точность восстановления. Приемлемым является использование в качестве опорного предмета «случайного» дифрактора с размерами деталей, приблизительно равными  $\delta$ . Трудности при изготовлении таких оптических элементов того же характера и порядка, что и трудности при изготовлении отверстий размером  $\delta$ .

Решить задачу изготовления осветителей можно, используя, например, приемы современной микроэлектроники. Так, можно нанести на легкую подложку, скажем, бериллиевую, хорошо пропускающую рентгеновские лучи, слой из тяжелых элементов с использованием технологии современной ультрафиолетовой или рентгеновской микрофотолитографии. Возможно вживление тяжелых атомов в легкую фольгу-матрицу с применением ионной оптики высокого разрешения.

При использовании широкополосного (немонохроматического) излучения возникает необходимость монохроматизации. Идеальный монохроматор должен выделить из спектра интервал  $(\Delta\lambda/\lambda)_{\max}$  порядка обратного числа разрешаемых по одному направлению элементов предмета, не ухудшая при этом пространственной когерентности излучения. Эти требования для кристалла-монохроматора часто оказываются несовместимыми (для таких монохроматоров  $\Delta\lambda/\lambda$  всегда примерно равна вносимому в поток квантов разбросу углов:  $\Delta\lambda/\lambda \approx \Delta\theta_m$ ). Такая ситуация имеет место в малоугловой голограмии, если поместить монохроматор перед исследуемым предметом. Чтобы сохранить пространственную когерентность, разброс углов  $\Delta\theta_m$  не должен превышать разброса углов падения от источника. Но при этом величина  $\Delta\lambda/\lambda$  становится значительно меньше допустимой  $(\Delta\lambda/\lambda)_{\max}$  и теряется мощность взаимно-когерентных квантов, по крайней мере, в  $\delta/\lambda \approx \theta_m^{-1}$  раз.

Существуют два наиболее эффективных положения монохроматора (в которых почти не теряется поток полезных квантов): вблизи источника и перед регистратором. Если  $(\Delta\lambda/\lambda)_{\max}$  меньше углов излучения источника  $\alpha_\lambda$ , целесообразно поместить монохроматор близко к источнику на расстоянии  $r_m$  не больше  $\sigma(\Delta\lambda/\lambda)_{\max}^{-1}$  ( $\sigma$  — размер источника).

Расстояние  $r_m$  оказывается меньше расстояния до объектов  $r$ , по крайней мере, в  $\delta/\lambda$  раз. Вносимый разброс углов  $\Delta\theta_m$  не превосходит при этом разброса углов прихода излучения на монохроматор, и степень пространственной когерентности излучения не уменьшается.

В случаях когда желательно использовать более широкий спектральный диапазон ( $(\Delta\lambda/\lambda)_{\max} > \alpha_\lambda$ ) или по техническим причинам поставить монохроматор близко к источнику нельзя, его полезно поместить вблизи регистратора, где отсутствует требование сохранения

пространственно-когерентных свойств излучения. Необходимо лишь, чтобы на расстоянии от монохроматора до регистратора соседние интерференционные максимумы монохроматора не перемешались. Такое положение монохроматора позволяет сохранить поток полезных квантов, но резко повышает радиационную нагрузку исследуемого предмета паразитными квантами.

Важная для развития рентгеновской микроголографии задача — создание поквантовых координатных детекторов рентгеновского излучения, например, на основе многопроволочных пропорциональных камер и координатно-чувствительных полупроводниковых детекторов, по эффективности регистрации значительно превосходящих фоторегистраторы. Детекторы, очевидно, могут представлять собой матрицу

Принципиальным шагом явится создание регистраторов, измеряющих не только координаты квантов, но одновременно и их энергию с достаточно высоким энергетическим разрешением. Сейчас уже созданы полупроводниковые детекторы, измеряющие энергию квантов с хорошим разрешением (порядка 1%), но фиксирующие все кванты в пределах входного отверстия. Можно надеяться, что будет создан и комплексный регистратор, изготовленный средствами современной микроэлектроники, соединяющей в себе оба вида разрешения. Это позволит обойтись без монохроматоров при использовании синхротронного излучения. Появится возможность использования всех пространственно-когерентных квантов источника и получения полной голографической информации о предмете на всех длинах волн сразу.

Выражаем благодарность Г. Н. Кулипанову за обсуждения в ходе выполнения работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Е. Бару, Т. Д. Мокульская, М. А. Мокульский, В. А. Сидоров, А. Г. Хабашев. Применение многопроволочных пропорциональных камер для рентгеноструктурных исследований.—«ДАН», 1976, т. 227, с. 82.
2. G. W. Stroke. Lensless Fourier-transform method for optical holography.—“Appl. Phys. Lett.”, 1965, vol. 6, p. 201.
3. Дж. Строук. Введение в когерентную оптику и голографию. М., «Мир», 1967.
4. Л. М. Сороко. Основы голографии и когерентной оптики. М., «Наука», 1971.
5. Голография, методы и аппаратура. Под. ред. В. Н. Гинзбурга, Б. М. Степанова. Гл. 6. М., «Сов. радио», 1974.
6. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики, § 10. 4. М., «Наука», 1970.
7. А. М. Кондратенко, А. Н. Скринский. Использование излучения электронных накопителей в рентгеновской голографии микрообъектов.—«Опт. и спектр.», 1977, т. 42, вып. 2, с. 378.
8. G. W. Stroke, R. Restrick, A. Funkhouser, D. Grum. Resolution-retrieving compensation of source effects by correlative reconstruction in high-resolution holography.—“Phys. Lett.”, 1965, vol. 18, p. 274.
9. G. W. Stroke, R. G. Zech. A posteriori image-correcting “deconvolution” by holographic Fourier-transform division.—“Phys. Lett.”, 1967, vol. 25 A, p. 89.
10. A. W. Lohmann, H. W. Wallich. Holographic production of spatial filters for code translation and image restoration.—“Phys. Lett.”, 1967, vol. 25 A, p. 570.
11. G. W. Stroke, M. Hallioua. A new holographic image deblurring method.—“Phys. Lett.”, 1970, vol. 33 A, p. 3.
12. Я. Перина. Когерентность света. Гл. 10. М., «Мир», 1974.

Поступила в редакцию 27 октября 1976 г.