

Средний квадрат ошибки (11) находится как

$$K = M_{p_{\min}/\beta} \left\{ \left(p_{\min} + \frac{l}{(l+1)\beta} \right)^2 \right\},$$

где p_{\min} — минимальная помеха. Необходимую для вычисления K плотность распределения $\sigma(p_{\min})$ величины p_{\min} можно найти на основании теории порядковых статистик [11]

$$\sigma(p_{\min}) = (l+1) [1 - F(p_{\min})]' \omega(p_{\min}),$$

где $F(\cdot)$ и $\omega(\cdot)$ — интегральное и дифференциальное распределения произвольного компонента вектора P . Поэтому

$$\sigma(p_{\min}) = \begin{cases} (l+1)\beta \exp\left\{- (l+1)\beta\left(p_{\min} + \frac{1}{\beta}\right)\right\} & \left(p_{\min} > -\frac{1}{\beta}\right); \\ 0 & \left(p_{\min} < -\frac{1}{\beta}\right). \end{cases}$$

Последующее интегрирование непосредственно приводит к (11).

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Кованиц. Обобщенный дискретный аналог задачи Заде — Рагазини. — «Автоматика и телемеханика», 1966, № 2, с. 37—48.
2. К. Спири, Р. Браун, Дж. Гудвин. Теория управления. М., «Мир», 1973.
3. Е. П. Чураков. Построение дискретных, преобразующих систем в условиях недостоверной априорной информации. — «Автоматика и телемеханика», 1973, № 6, с. 41—47.
4. Е. П. Чураков. Построение дискретных преобразующих систем при наличии многих информационных каналов. — «Автоматика и телемеханика», 1974, № 3, с. 62—66.
5. В. П. Кузнецов, Е. П. Чураков. Метод полигауссовой аппроксимации в задаче построения оптимальной дискретной системы. — «Автоматика и телемеханика», 1975, № 9, с. 52—59.
6. В. Н. Пугачев, Е. И. Шапиро. Параметрическая оценка законов распределения. — «Зарубеж. радиоэлектроника», 1975, № 2, с. 3—27.
7. Я. З. Цыпкин. Основы теории обучающихся систем. М., «Наука», 1970.
8. Р. Л. Стратонович. Принципы адаптивного приема. М., «Сов. радио», 1973.
9. В. В. Шахгильдян, М. С. Лохвицкий. Методы адаптивного приема сигналов. М., «Связь», 1974.
10. Г. Ван-Трис. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1. М., «Сов. радио», 1972.
11. С. Уилкс. Математическая статистика. М., «Наука», 1967.

Поступила в редакцию 19 января 1976 г.;
окончательный вариант — 4 мая 1976 г.

УДК 621.374.3

М. И. ДЕМЧУК, В. П. КУЗНЕЦОВ, А. В. ПОТАПОВ,
В. Н. ХАЙМИНОВ, А. Ф. ЧЕРНЯВСКИЙ

(Минск)

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ВЫДЕЛЕНИЯ СИГНАЛОВ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ МЕТОДОМ МНОГОКАНАЛЬНОГО СТРОБИРОВАНИЯ

Регистрация формы слабых световых сигналов квазипериодической последовательности в области спектра от ультрафиолетовой до красной не представляет особых трудностей, так как для данной области выпу-

скаются промышленные малозумящие фотоприемники и величина отношения сигнал/шум на выходе такого приемника достаточна, чтобы зарегистрировать исследуемый сигнал, например, обычной одноканальной стробоскопической системой [1, 2] или однокантовым статистическим методом [3—5].

Для исследования световых процессов в инфракрасной области спектра эффективных фотоприемников не существует, а сигнал на выходе имеющихся фотоприемников слаб и скрыт шумами. Одноканальные стробоскопические системы, которые могут использоваться в таких случаях для временной фильтрации сигнала, требуют непроизводительно большого времени эксперимента для достижения необходимой статистической точности измерений.

Многоканальные цифровые системы фильтрации сигналов с перестраиваемой временной шкалой для квазиодновременной регистрации нескольких фаз изучаемых процессов дают возможность получать экспресс-информацию о быстропротекающих процессах за существенно более короткое время, чем одноканальные стробоскопические системы при условии достижения заданной статистической точности измерений.

При построении многоканальных цифровых систем фильтрации сигналов наиболее часто используется принцип многократного стробирования, кодирования информации и цифровой регистрации выборочных значений исследуемого сигнала как в режиме регистрации данных по одному периоду сигнала, так и в режиме временной фильтрации полученных результатов по многим периодам. В данном случае особый интерес с точки зрения реализации методов многоканального стробирования сигналов во времяизмерительных системах представляет вклад в суммарную погрешность воспроизведения формы регистрируемого спектра факторов, обусловленных флюктуацией местоположения стробирующих импульсов на временной шкале и конечным временем хранения аналоговой информации в оперативном запоминающем устройстве системы. Именно расчет искажений, вносимых этими факторами, позволяет четко сформулировать требования, предъявляемые к наиболее ответственным узлам многоканальной цифровой системы фильтрации сигналов.

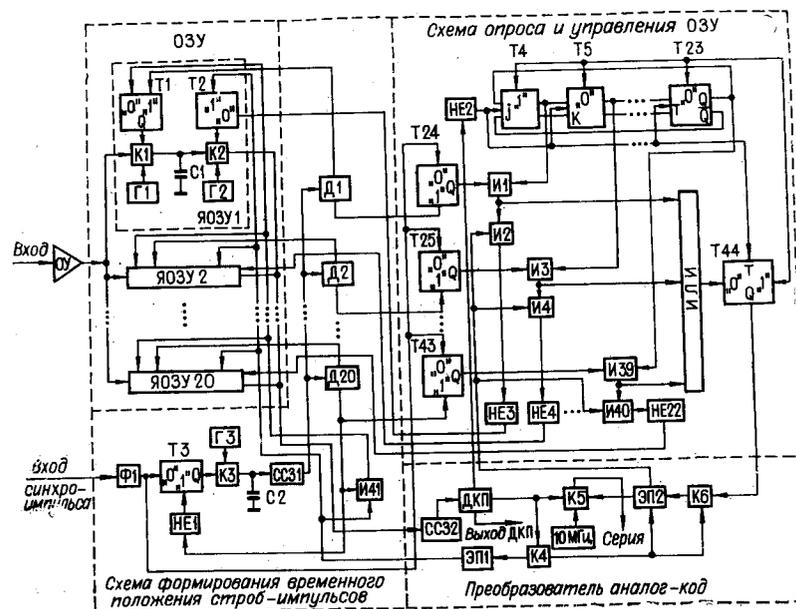


Рис. 1.

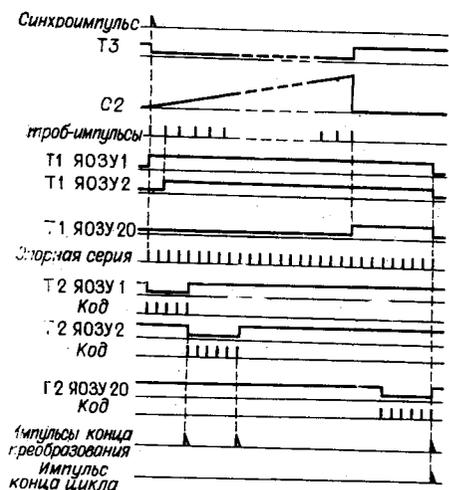


Рис. 2.

В настоящей работе приводятся теоретический анализ и численные расчеты ухудшения отношения сигнал/шум, обусловленного флюктуацией шага квантования и конечным временем хранения информации в запоминающем устройстве для разработанного авторами 20-канального стробоскопического анализатора формы сигналов. Обобщенная блок-схема измерительной части анализатора приведена на рис. 1, временная диаграмма, поясняющая принцип работы анализатора, — на рис. 2.

Исследуемый оптический сигнал регистрируется с помощью фотодетектора и спектрометрического широкополосного усилителя с регулируемым коэффициентом усиления и полосой пропускания $\Delta f = 1$ кГц —

— 30 МГц. Усиленный сигнал поступает на вход операционного усилителя (ОУ) и далее на вход оперативного запоминающего устройства (ОЗУ), состоящего из 20 ячеек запоминающих элементов (ЯОЗУ), которые работают по принципу линейного заряда накопительного конденсатора. Элементы каждой ячейки (триггеры Т1, Т2, клапаны К1, К2) находятся в таких состояниях, что изменение потенциала на конденсаторе С1 соответствует изменению напряжения на входе клапана К1.

Синхроимпульсом, момент появления которого соответствует началу исследуемого сигнала, запускается формирователь Ф1, сигнал с выхода которого переводит Т3 в состояние «0»; при этом блокируется клапан К3 и начинается линейный заряд конденсатора С2 генератором тока Г3. Считывание потенциала конденсатора С2 осуществляется схемой съема заряда ССЗ1, сигнал с выхода которой поступает на входы 20 дискриминаторов (Д1 ÷ Д20), настроенных на разные пороговые уровни срабатывания. Временное положение выходных импульсов дискриминаторов (положение стробирующих импульсов на временной шкале) задается величинами пороговых напряжений, амплитудой, наклоном и длительностью пилообразного сигнала, поступающего на входы дискриминаторов. В принципе, управляя указанными параметрами, можно вручную или автоматически по любому закону изменять временное положение строб-импульсов в измеряемом диапазоне. В описываемом анализаторе временной интервал между строб-импульсами (шаг квантования) принимает значения 5, 10, 40, 80 нс, 1, 10, 50, 100 мкс. Интервал между строб-импульсами выбирается обычно заранее в зависимости от вида, формы и длительности исследуемого сигнала.

Сформированные строб-импульсы поступают на установочные входы соответствующих триггеров Т4 — Т43, управляющих ячейками оперативного запоминающего устройства. В исходном состоянии все триггеры регистра обслуживания (кроме Т4) находятся в состоянии «0». Первый строб-импульс, поступая в ОЗУ, переводит Т1 в состояние «1», в результате чего блокируется ключ К1 и разрешается обслуживание первой ячейки ОЗУ (ЯОЗУ1). Одновременно по первому строб-импульсу в состояние «1» устанавливается триггер Т24 и дается разрешение на считывание потенциала с конденсатора С1; при этом на выходе схемы И1 выделяется импульс, который через схемы И2 и Не3 переводит Т2 в состояние «0» (К2 открывается). С выхода И1 импульс управления одновременно поступает на схему ИЛИ и далее на триггер управления Т44 преобразователем аналог — код. В момент открывания клапана К2

начинается линейный разряд конденсатора С1, изменение потенциала которого через схему съема заряда СС32 передается на дискриминатор конца преобразования аналог — код (ДКП). В момент перехода потенциала на конденсаторе С1 через нуль срабатывает ДКП, формируя управляющий импульс, который возвращает Т2 в состояние «1» (клапан К2 закрывается). Одновременно импульс с ДКП поступает на регистр обслуживания и устанавливает Т4 в состояние «0», а Т5 — в состояние «1»; таким образом разрешается обслуживание следующей ячейки ОЗУ.

После обслуживания двадцатой ячейки выделяется управляющий сигнал, устанавливающий все элементы схемы в исходное состояние, после чего схема готова к следующему циклу измерений.

Каждый раз при переключении Т44 в состояние «0» включается преобразователь аналог — код, и серия импульсов 10 МГц опорного кварцевого генератора через клапан К5 поступает в цифровое запоминающее устройство. Схема выполнена таким образом, что начало разряда накопительного конденсатора ячейки ОЗУ привязывается по времени к фазе опорного генератора. С приходом импульса ДКП выходная серия импульсов обрывается; число импульсов в сформированном на выходе клапана К5 цуге соответствует коду выборочного значения исследуемого сигнала. Кодированное значение амплитуд исследуемого сигнала поступает в цифровое ЗУ и на устройство вывода и отображения информации.

Проводимые ниже теоретические расчеты и рекомендации применительно к описанному анализатору могут быть использованы для широкого круга задач по проектированию многоканальных цифровых систем фильтрации сигналов на фоне аддитивных шумов.

Влияние флюктуаций интервалов стробирования на точность выделения сигналов квазипериодической последовательности. Пусть выделение сигнала, описываемого функцией $S(t)$ и замаскированного аддитивным шумом $n(t)$, осуществляется методом усреднения из элементов за N периодов; причем количество выделяемых элементов вида $x(t_i) = S(t_i) + n(t_i)$ определяется в общем случае схемой обслуживания и равно m . Тогда на выходе схемы усреднения по N периодам действует сигнал вида

$$y(t_i) = (1/N) \sum_{i=1}^N x_i(t_i), \quad (1)$$

где

$$t_i = t_c + \sum_{m=1}^i T_m, \quad (2)$$

t_c — момент начала работы системы стробирования; T_m — средний интервал стробирования.

В реальной системе средний интервал стробирования — величина флюктуирующая; тогда выражение (2) можно записать в виде

$$t_i = t_c + iT + \sum_{m=1}^i \delta T_m, \quad (3)$$

где T — интервал стробирования, а δT_m — флюктуация интервала стробирования. Если величина $t_c + iT = t_0$ для данного класса стробирования постоянная, то

$$t_i = t_{0i} + \sum_{m=1}^i \delta T_m. \quad (4)$$

Из выражения (4) видно, что функция, описывающая сигнал $S(t_i)$, флюктуирует в точке t_{0i} . Чтобы получить значение функции $S(t_i)$ в точке t_{0i} с учетом флюктуаций интервалов стробирования, разложим ее в ряд Тейлора в окрестности точки t_{0i} :

$$S(t_i) = S(t_{0i}) + \sum_{m=1}^i S'(t_{0i}) \delta T_m + \dots \quad (5)$$

(членами высшего порядка в силу малости δT_m пренебрегаем).

Величина, характеризующая отношение сигнал/шум, будет равна

$$\mu = \frac{N \overline{[S(t_i)]^2}}{[y(t_i) - \bar{y}(t_i)]^2}. \quad (6)$$

Поскольку $S(t_i) \simeq \overline{S(t_{0i})}$ в силу того, что $S(t_{0i}) \gg \sum_{m=1}^i S'(t_{0i}) \delta T_m$, в знаменателе добавкой, обусловленной флюктуацией интервалов стробирования, пренебречь нельзя, так как флюктуирующие значения сравнимы:

$$\left(y(t_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(t_i) \simeq x(t_i) \right).$$

С учетом данных допущений выражение (6) перепишем в виде

$$\mu = \frac{N \overline{[S(t_{0i})]^2}}{[x(t_i) - \bar{x}(t_i)]^2}. \quad (7)$$

Учитывая выражение (5), определим дисперсию:

$$\begin{aligned} [x(t_i) - \bar{x}(t_i)]^2 &= \sigma_{t_i}^2 = \overline{[S(t_{0i}) - \bar{S}(t_{0i})]^2} + \\ &+ \overline{[n(t_{0i}) - \bar{n}(t_{0i})]^2} + \overline{[S'(t_{0i})]^2} \sum_{m=1}^i \sigma T_m. \end{aligned} \quad (8)$$

В выражении (8) $\overline{[S(t_{0i}) - \bar{S}(t_{0i})]^2} = \sigma_c^2$ — дисперсия сигнала на входе системы в точке стробирования (в случае аддитивного сигнала $\sigma_c^2 = 0$); $\overline{[n(t_{0i})]^2} = \sigma_{ш}^2$ — дисперсия шума; $\sum_{m=1}^i \delta T_m = \sigma_T^2$ — дисперсия флюктуаций интервала стробирования.

Учитывая данные обозначения, выражение (7) запишем в виде

$$\mu = \frac{N \overline{[S(t_{0i})]^2}}{\sigma_c^2 + \sigma_{ш}^2 + [S'(t_{0i})]^2 \sigma_T^2}. \quad (9)$$

В выражении (9) $\mu_0 = \frac{N \overline{[S(t_{0i})]^2}}{\sigma_c^2 + \sigma_{ш}^2}$ характеризует отношение сигнал/шум

без учета флюктуации интервала стробирования, а величина $\frac{\sigma_{ш}^2 + \sigma_c^2}{[S'(t_{0i})]^2} = \sigma_t^2$ — дисперсия положения характерной точки [2].

Учитывая данные обозначения, выражение (9) для отношения сигнал/шум с учетом флюктуаций интервала стробирования можно записать в виде

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \sigma_T^2 / \sigma_t^2}. \quad (10)$$

Применим приведенные теоретические выкладки ко входной функции вида

$$S(t) = \begin{cases} u_1(1 - e^{-\alpha_1 t}), & \tau \geq t \geq 0; \\ u_2 e^{-\alpha_2 t}, & +\infty > t \geq \tau \end{cases} \quad (11)$$

и к описанной выше многоканальной цифровой системе фильтрации сигналов.

Функция вида (11) наиболее характерна для экспериментов по исследованию кинетики вынужденного свечения и приближенно описывает процесс развития и затухания исследуемого светового процесса. В большинстве случаев коэффициент α_2 в 5—10 раз превосходит α_1 .

Из условия, что $S(\tau) = u_0$ — максимально возможная амплитуда сигнала на входе анализатора, где τ — время полного развития светового процесса, получим выражения для коэффициентов u_1 и u_2 :

$$u_1 = \frac{u_0}{1 - e^{-\alpha_1 \tau}}; \quad u_2 = u_0 e^{\alpha_2 \tau}. \quad (12)$$

Вид входной идеализированной функции $S(t)$, описываемой формулами (11) и (12) с $\alpha_1 = 1 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$, $\alpha_2 = 2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ и максимальной возможной амплитудой сигнала на входе системы $u_0 = 3 \text{ В}$, изображен на рис. 3, где по оси абсцисс отложен номер канала m , по оси ординат — амплитуда сигнала.

Для функции $S(t)$ была рассчитана величина μ/μ_0 , согласно формуле (10), для максимально допустимых в анализаторе флюктуаций интервала стробирования $\delta T_m = 0,5 \text{ нс}$ и наиболее трудно реализуемого диапазона измерений (интервал стробирования $T = 5 \text{ нс}$); среднее значение аддитивного шума, действующего на входе, $n(t) = 3 \text{ В}$. Характер изменения отношения μ/μ_0 с номером канала m показан на рис. 4.

На основании проведенных расчетов можно сделать следующие основные выводы:

1. При флюктуации шага квантования в пределах 5—10% его величины ухудшение отношения сигнал/шум незначительно для плавно изменяющихся в измерительном диапазоне функций (см. рис. 3, экспоненциальную часть функции).

При исследовании сложных функций с быстроизменяющимися участками необходимо стабилизировать шаг квантования. С этой целью для формирования временного положения стробирующих импульсов более целесообразно вместо примененного в рассмотренном анализаторе способа, базирующегося на преобразовании амплитуда — время, можно эффективно использовать метод преобразования частоты высокостабильной фазированной серии импульсов рециркуляционных генераторов [6] либо генераторов ударного возбуждения с кварцевым резонатором [7]. В нашем случае величина δT_m для интервала стробирования $T = 5 \text{ нс}$ составляла $\sim 0,1\%$.

Зависимость отношения сигнал/шум от величины постоянной времени запоминающего устройства. Рассмотрим влияние на отношение сиг-

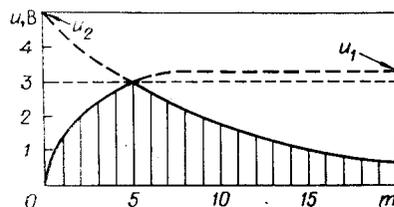


Рис. 3.

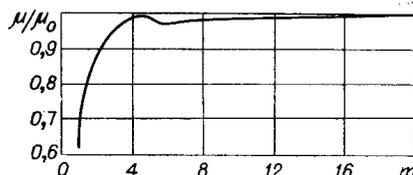


Рис. 4.

нал/шум конечной постоянной времени запоминающего устройства (ЗУ) при последовательном считывании информации с заданного набора запоминающих устройств. Если μ — отношение сигнал/шум при однократном измерении, то для случая N измерений отношение сигнал/шум равно

$$\mu_N = \mu\sqrt{N}. \quad (13)$$

Пусть $x(t_i)$ — выборочное значение входного процесса, хранящееся на i -м ЗУ с постоянной времени α_i^{-1} . Полагая ЗУ относящимся к РС-типу, получим, что в момент считывания информации напряжение на i -м ЗУ равно

$$y_i = x(t_i) e^{-\alpha_i T_i}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (14)$$

где $T_i = t_1 + it_0 + \sum_{j=1}^i k_j x(t_j)$ — время хранения выборочного значения входного сигнала; t_0 — минимальный интервал времени, необходимый для преобразования нулевой амплитуды в код; k_j — коэффициент преобразования амплитуда-код для j -го выборочного значения сигнала; m — количество выборочных значений сигнала.

Время хранения T_i выборочного значения сигнала — величина случайная. Представим ее в виде

$$T_i = T_{0i} + \Delta T_i, \quad (15)$$

где $T_{0i} = t_1 + it_0 + \sum_{j=1}^i k_j \overline{x(t_j)} - t_i$ — среднее значение времени хранения; $\Delta T_i = \sum_{j=1}^i k_j \Delta x(t_j)$ — флуктуация времени хранения около среднего значения.

Полагая $\alpha_i \Delta T_i \ll 1$, разложим $e^{-\alpha_i \Delta T_i}$ в ряд Тейлора, ограничившись нулевым и первым членами разложения:

$$e^{-\alpha_i \Delta T_i} \simeq 1 - \alpha_i \Delta T_i. \quad (16)$$

Подставляя выражение (16) в (14), получим

$$\begin{aligned} y_i &= [\overline{x(t_i)} + \Delta x(t_i)] e^{-\alpha_i T_{0i}} [1 - \alpha_i \Delta T_i] = \\ &= x(t_i) e^{-\alpha_i T_{0i}} (1 - \alpha_i \Delta T_i) + \Delta x(t_i) e^{-\alpha_i T_{0i}} (1 - \alpha_i \Delta T_i). \end{aligned} \quad (17)$$

Отношение сигнал/шум в i -й точке измерения определим как отношение квадрата среднего значения выходного сигнала к дисперсии этого сигнала:

$$\mu_i = (\overline{y_i})^2 / \sigma_{y_i}^2, \quad (18)$$

где $\sigma_{y_i}^2 = \overline{(y_i - \overline{y_i})^2}$.

Вычислим среднее значение и дисперсию величины $y(t_i)$:

$$\begin{aligned} \overline{y_i} &= \overline{x(t_i)} e^{-\alpha_i T_{0i}} - \alpha_i \overline{\Delta x(t_i) \Delta T_i} e^{-\alpha_i T_{0i}}; \\ \sigma_{y_i}^2 &= e^{-2\alpha_i T_{0i}} \{ \alpha_i^2 \overline{[x(t_i)]^2} \Delta T_i^2 + \alpha_i^2 \overline{\Delta x^2(t_i)} \overline{\Delta T_i^2} + \\ &+ \overline{\Delta x^2(t_i)} - 2\alpha_i \overline{x(t_i) \Delta x(t_i) \Delta T_i} + \alpha_i^2 \overline{[\Delta x(t_i) \Delta T_i]^2} \}, \end{aligned} \quad (19)$$

где для случая белого шума и детерминированного сигнала

$$\overline{\Delta x^2(t_i)} = \sigma_{\text{ш}}^2; \quad \overline{\Delta T_i^2} = k_i^2 \sigma_{\text{ш}}^2; \quad \overline{\Delta x(t_i) \Delta T_i} = k_i \sigma_{\text{ш}}^2$$

при дополнительном условии $k_i = k$, $i = 1, 2, \dots, m$.

Таким образом,

$$\mu_i = \frac{\mu_{0i} + \alpha_i^2 k^2 \sigma_m^2 - 2\alpha_i k S_i}{1 - \alpha_i^2 (\sigma_m^2 + S_i^2) k^2 i + \alpha_i^2 k^2 \sigma_m^2 - 2\alpha_i k S_i}. \quad (20)$$

Здесь $S_i = S(t_i) = \overline{x(t_i)}$; $\mu_{0i} = \frac{S_i^2}{\sigma_m^2}$ — отношение сигнал/шум для идеального ЗУ ($\alpha_i=0$).

Следует учитывать, что для перехода к выражению (20) должно выполняться условие

$$\alpha_i^2 (S_i^2 + \sigma_m^2) k_i^2 \ll 1. \quad (21)$$

Обозначим $\gamma_i = \alpha_i k S_i$ и перепишем (20) для отношения сигнал/шум μ_i :

$$\mu_i = \frac{\mu_{0i} + \gamma_i^2 / \mu_{0i} - 2\gamma_i}{1 + i\gamma_i^2 (\mu_{0i} + 1) / \mu_{0i} + \gamma_i^2 / \mu_{0i} - 2\gamma_i} = \frac{\mu_{0i} + \gamma_i^2 - 2\gamma_i \mu_{0i}}{\mu_{0i} + i\gamma_i (1 + \mu_{0i}) + \gamma_i^2 - 2\gamma_i \mu_{0i}}. \quad (22)$$

Приведем в качестве примера расчет величины μ_i в предположении $\mu_{0i}=1$, $kS = \text{const}$ для ряда значений γ_i и для каждого из 20 каналов анализатора. Результаты расчета приведены на рис. 5, где по оси абсцисс отложен номер канала m , по оси ординат — отношение сигнал/шум μ . Кривая 1 соответствует $\gamma=0,5$, кривая 2 — 0,3, кривая 3 — 0,1, кривая 4 — 0,01.

Для уменьшения времени хранения заряда на запоминающем конденсаторе необходимо обеспечить считывание заряда с минимальным запаздыванием по отношению к регистрации выборочного значения исследуемого сигнала, т. е. необходимо строить быстродействующие преобразователи аналог — код с последовательно-параллельным считыванием информации с запоминающих конденсаторов. В разработанном анализаторе (см. рис. 1) логика работы устройства обслуживания построена таким образом, что сразу после прихода соответствующих строб-импульсов осуществляется последовательный опрос и кодирование напряжения на 20 запоминающих конденсаторах, причем опрос последующего конденсатора происходит сразу после окончания кодирования напряжения с предыдущего конденсатора по очередному срабатыванию дискриминатора конца преобразования аналог — код. Данная логика обслуживания значительно уменьшает среднее время хранения зарядов на запоминающих конденсаторах (повышает быстродействие устройства в целом), что приводит, в свою очередь, к уменьшению погрешностей воспроизведения формы исследуемого сигнала, обусловленных утечкой зарядов с запоминающих конденсаторов.

Полученные результаты позволяют для каждой конкретной экспериментальной ситуации оценить точность измерений формы сигналов, а также решить обратную задачу — оптимизировать измерительный контур анализатора, исходя из требуемой точности измерений.

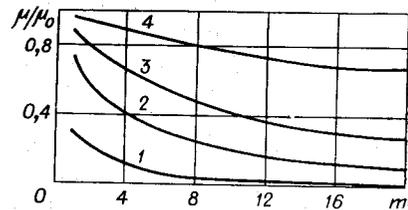


Рис. 5.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. G. Collins, R. Katchinoski.—“Boxcar” attachment for oscilloscopes useful for low level signals.—“Rev. Sci. Instrum.”, 1973, vol. 44, № 9, p. 1178.
2. А. Ф. Чернявский, С. В. Бекетов, А. В. Потапов. Статистические методы анализа случайных сигналов в ядерно-физическом эксперименте. М., Атомиздат, 1974.
3. R. Z. Bachrach. A photon counting apparatus for kinetic and spectral measurements.—“Rev. Sci. Instrum.”, 1972, vol. 43, № 5, p. 734.
4. F. T. Arecchi, E. Gatti, A. Sona. Measurement of low light intensities by synchronous single photon counting.—“Rev. Sci. Instrum.”, 1966, vol. 37, № 7, p. 942.
5. M. D. Galanin, Sh. D. Khan-Magometova, Z. A. Chizhikova, M. I. Demchuk, A. F. Chernjavskii. The spectroscopic investigation of the fluorescence decay time of the anthracene crystal.—“J. Luminescence”, 1975, № 9, p. 459.
6. И. А. Малевич, Ю. А. Постоянов, А. Ф. Чернявский. Методы многоканального анализа флуктуаций периодов фазируемых импульсных систем.—«Автометрия», 1974, № 5, с. 72.
7. Г. Т. Шитиков, Г. Я. Цыганков, О. М. Орлов. Высокостабильные кварцевые генераторы. М., «Сов. радио», 1974.

Поступила в редакцию 31 октября 1975 г.

УДК 519.24

А. А. МАЛИЦКИЙ

(Харьков)

О РАЦИОНАЛЬНОМ РАЗМЕЩЕНИИ ИЗМЕРЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ РЕГРЕССИИ

Постановка задачи. Пусть рассматривается скалярный объект, координата которого s меняется во времени по закону

$$s(t) = \sum_{j=0}^n a_j t^j,$$

причем параметры a_j , $j=1, n$, неизвестны. С целью их определения в режиме непрерывного наблюдения производятся измерения $s(t)$. Задан временной интервал $[a, b]$, на котором можно производить измерения, и функция $\psi(t)$ такая, что для любого множества $\omega \subset [a, b]$ величина $\int_{\omega} \psi(t) dt$ представляет стоимость измерений, проведенных на множестве ω . Общая стоимость всех измерений ограничена известной константой S .

По результатам измерений строится линейная статистическая оценка a_j , точность которой определяется информационной матрицей Фишера $A(\omega)$. Требуется так расположить измерения на отрезке $[a, b]$, чтобы оценки a_j , $j=1, n$, были оптимальны с точки зрения некоторого критерия I , связанного с точностью этих оценок. В качестве такого критерия может быть принят определитель $|A(\omega)|$ информационной матрицы оценок параметров, который в случае нормального распределения оценок обратно пропорционален энтропии этого распределения. Естественно потребовать такого расположения измерений на $[a, b]$, при котором определитель $|A(\omega)|$ максимален.

Как известно [1],

$$A(\omega) = \begin{pmatrix} \int_{\omega} \varphi(t) dt & \dots & \int_{\omega} t^n \varphi(t) dt \\ \dots & \dots & \dots \\ \int_{\omega} t^n \varphi(t) dt & \dots & \int_{\omega} t^{2n} \varphi(t) dt \end{pmatrix}, \quad (1)$$