

Ю. М. МАЛЮТИН, Е. В. ПОСТНИКОВ
(Ленинград)

ОБРАБОТКА ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ С ПОМОЩЬЮ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ

В последние годы наметилась тенденция все более широкого использования фильтра Калмана (ФК) для оценивания траекторий движущихся в атмосфере объектов по измерительной информации, содержащей случайные ошибки [1].

Применение ФК, требующего точного описания динамики объекта, часто встречается трудности вследствие динамических смещений, т. е. неточностей в математической модели динамики, что может приводить даже к расходимости процесса фильтрации [2]. При оценивании с помощью ФК траектории движения в атмосфере характерно наличие погрешностей аэродинамических параметров объекта.

Известно несколько способов предотвращения расходимости процесса калмановской фильтрации, обусловленной динамическими смещениями. В частности, Калман указал на возможность включения динамических смещений в вектор состояния и оценивания их наряду с фазовыми переменными [3]. Шмидт и Пайнс предложили аналитические модификации уравнений ФК, учитывающие динамические смещения без увеличения количества переменных состояния [2]. Настоящее сообщение посвящено экспериментальному исследованию с помощью моделирования на ЭВМ некоторых модификаций ФК для оценивания траектории объекта, совершающего неуправляемый спуск в атмосфере.

При выводе уравнений движения в атмосфере делаются следующие допущения, приемлемые в ряде практических случаев:

1. Рассматривается неуправляемый спуск под действием аэродинамических и гравитационных сил.
2. Вся траектория движения проходит над сравнительно небольшим участком земной поверхности в относительно короткое время, поэтому Земля предполагается «плоской» и ее вращение не учитывается.
3. Аэродинамические параметры и ускорение силы тяжести постоянны. При этом уравнения движения в прямоугольной топоцентрической системе координат, связанной с пунктом наблюдения, можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= -s\rho(z) V\dot{x} \left(1 + L\dot{z}/V_{xy}\right), \\ \ddot{y} &= -s\rho(z) V\dot{y} \left(1 + L\dot{z}/V_{xy}\right), \\ \ddot{z} &= -s\rho(z) V\dot{z} \left(1 - LV_{xy}/z\right) - g, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $V = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$, $V_{xy} = (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{1/2}$, s — баллистический коэффициент объекта, L — аэродинамическое качество объекта, $\rho(z)$ — плотность атмосферы на высоте z , g — ускорение силы тяжести.

Поскольку рассматривается задача оценивания положения и скорости объекта, то фазовый вектор должен содержать координаты и проекции вектора скорости. Так как параметры s и L предполагаются известными лишь приближенно, представляет интерес исследование следующих трех модификаций ФК. Во-первых, параметры s и L можно рассматривать как случайные величины, оценивать которые не нужно, но неточность знания которых ухудшает процесс фильтрации и должна быть учтена. Во-вторых, можно оценивать параметр s , наряду с фазовыми переменными, а параметр L не оценивать, но учитывать неопределенность его задания. В-третьих, можно включить в вектор состояния и s , и L . Данные модификации сравнивались по точности оценивания фазового вектора и по объему вычислений.

Реальная траектория объекта моделировалась интегрированием уравнений (1). В качестве модели земной атмосферы использовалась изотермическая атмосфера [4]. Моделирование ошибок измерений декартовых координат объекта в дискретные моменты времени осуществлялось с помощью стандартной программы датчика случайных чисел, распределенных по $N(0,1)$. Среднеквадратическое отклонение шума измерений по каждой координате бралось равным 100 м.

Ниже рассматриваются результаты моделирования процесса оценивания траектории с начальными условиями $x_0=0$, $y_0=0$, $z_0=10^5$ м, $\dot{x}_0=0$, $\dot{y}_0=3540$ м/с, $\dot{z}_0=-3940$ м/с, что соответствует углу входа в атмосферу $\theta=48^\circ$. Ошибки начальной оценки равнялись 100 м по координатам и 300 м/с по проекциям вектора скорости. Значение баллистического коэффициента объекта $s=0,4 \cdot 10^{-3}$ м³/кг · с², а аэродинамическое качество $L=0,2$. Частота поступления измерений составляла 2 Гц.

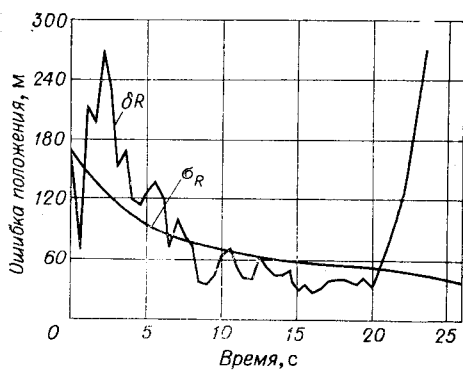


Рис. 1.

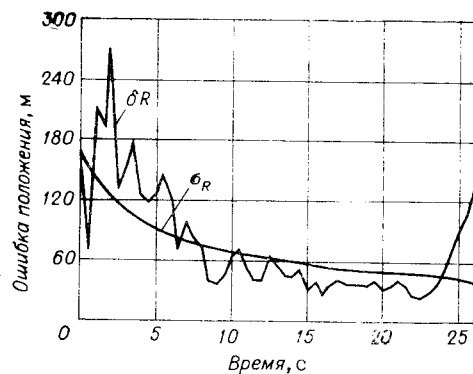


Рис. 2.

В дальнейшем будут использоваться обозначения:

$$\delta R = [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2]^{1/2},$$

где Δx , Δy , Δz — ошибки оценок координат, и

$$\sigma_R = (p_{11} + p_{22} + p_{33})^{1/2},$$

где p_{11} , p_{22} , p_{33} — элементы ковариационной матрицы ошибки оценки.

Рис. 1, 2 иллюстрируют расходимость процесса фильтрации, обусловленную неучитываемыми 20%-ными ошибками в значениях баллистического коэффициента s (см. рис. 1) и аэродинамического качества L (см. рис. 2).

На рис. 3 показано изменение во времени фактической ошибки оценки положения объекта δR и ее теоретического значения σ_R для модификации, оценивающей наряду с фазовыми координатами, также параметр s , начальная ошибка в задании которого составляет 20%. Сравнение рис. 1 и 3 позволяет сделать вывод о том, что переход к оцениванию s устраняет расходимость процесса фильтрации. К концу интервала наблюдения ошибка оценки положения уменьшается в 4,6 раза по сравнению с начальной, а ошибка оценки скорости — в 15,4 раза. Интересно отметить, что до высоты примерно 50 км ошибка оценки s почти не изменяется, а затем уменьшается (к концу интервала наблюдения в 6,8 раза). Это объясняется тем, что в разреженных верхних слоях атмосферы аэродинамические параметры объекта не оказывают сильного влияния.

На рис. 4. приведено изменение во времени фактической и теоретической ошибок оценки положения для третьей модификации при условиях, когда ошибка в значении s отсутствует, а начальная ошибка в значении L равна 20%. Оценивание L устраняет расходимость процесса фильтрации, вызываемую неучитываемой ошибкой в задании этого параметра. К концу интервала наблюдения ошибка δR уменьшается в 2,7 раза по сравнению с начальной, а ошибка оценки скорости — в 17,5 раза. Важно отметить, что до высоты примерно 30 км ошибка оценки L почти не изменяется, а затем даже возрастает. Лишь в самом конце интервала наблюдения ошибка оценки L более или менее заметно уменьшается по сравнению с начальной. Эффективность оценивания аэродинамических параметров существенно определяется скоростью поступления измерительной информации. При частоте измерений, равной 2 Гц, оценивание L оказывается недостаточно эффективным (в отличие от оценивания s). Это объясняется преобладанием ошибки экстраполяции, при этом обработка очередного измерения не улуч-

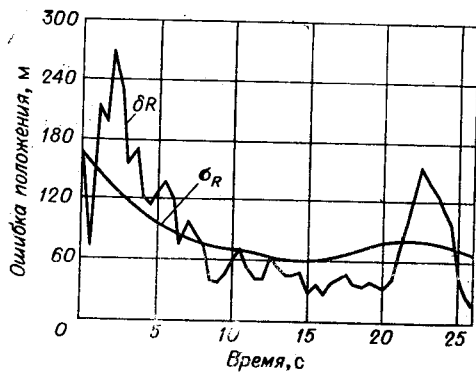


Рис. 3.

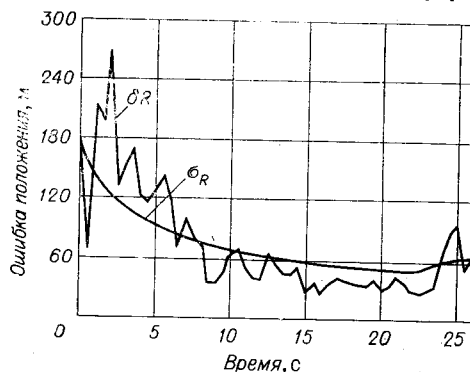


Рис. 4.

шает точность оценки. Лишь значительное (в несколько раз) увеличение частоты поступления измерений обеспечивает эффективное оценивание аэродинамического качества.

Время вычислений при обработке измерительной информации с помощью ФК определяется в основном размерностью вектора состояния: оно возрастает примерно пропорционально кубу этой размерности. Принимая во внимание, что, как было отмечено выше, включение аэродинамического качества в вектор состояния может не давать желаемого эффекта с точки зрения точности оценивания, увеличивая вместе с тем время вычислений, целесообразно ограничиться рассмотрением первой и второй из упомянутых выше модификаций ФК. Первая модификация, также устраняющая расходимость процесса фильтрации, требует наименьшего времени вычислений, но, как показали эксперименты, точность оценивания оказывается неудовлетворительной. В этих случаях может быть рекомендовано применение второй модификации, приемлемой и с точки зрения точности оценивания, и с точки зрения затрат машинного времени.

На рис. 5 приведена эволюция усредненной ошибки оценки положения δR для второй модификации ФК. Эта зависимость получена усреднением по 30 реализациям последовательности измерений. Начальные ошибки в задании каждого из обоих аэродинамических параметров составляли 20%.

Изложенные результаты позволяют сделать вывод о том, что при использовании ФК для оценивания траектории движения в атмосфере целесообразно комбинирование различных способов предотвращения расходимости процесса фильтрации, вызываемой неопределенностью задания аэродинамических параметров объекта. При этом выбор варианта модификации ФК может быть обоснован результатами моделирования на ЭВМ.

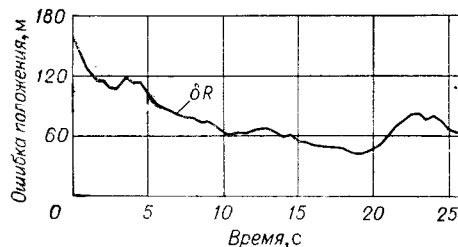


Рис. 5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Применение оптимальных фильтров в системах управления ракет и космических аппаратов. (Обзор.) — «Вопросы ракетной техники», 1974, № 5, с. 44—63.
2. Ф. Х. Шли, К. Д. Стэндиш, Н. Ф. Гола. Расходимость фильтрации по методу Калмана. — «Ракетная техника и космонавтика», 1967, т. 5, № 6, с. 73—81.
3. Р. Е. Калман, Р. С. Бьюси. Новые результаты в линейной фильтрации и теории предсказания. — «Тр. Амер. об-ва инж.-механ. Сер. Д», 1961, т. 83, № 1, с. 95—108.
4. Дж. Мартин. Вход в атмосферу. М., «Мир», 1969.

Поступило в редакцию 2 марта 1975 г.;
окончательный вариант — 7 октября 1975 г.

УДК 62.506.225.001.57 : 615.471

В. В. АЛЕКСАНДРОВ, Ю. С. ЮРЧЕНКО
(Ленинград)

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИЙ УОЛША

1. Дискретное преобразование Уолша, имеющее быстрый алгоритм вычислений, является одним из наиболее простых методов обработки больших массивов информации [1]. Однако если наблюдается N отсчетов некоторой величины, то спектр Уолша также состоит из N линий и возникает проблема выбора части линий спектра.

Рассмотрим решение этой проблемы на примере оценивания коэффициентов полинома степени $(p - 1)$ вида

$$P_{p-1}(m) = b_1 + b_2(m - (N-1)/2) + \dots + b_p(m - (N-1)/2)^{p-1}, \quad (1)$$

где $m = \overline{0, N-1}$; $N = 2^n$, b_1, b_2, \dots, b_p — неизвестные коэффициенты.