

рой была присоединена k -я группа в процессе формирования схемы группового коммутатора. Следовательно, подключение к вершине группы номер k происходит при подключении к вершине любой из данных точек нижнего уровня. Последнее и устанавливается при проверке условий (2).

Таким образом, изложенный способ позволяет сформировать программу опроса датчиков с частотами, определяемыми с помощью алгоритма последовательного разделения групп. В дополнение к построениям работы [1] отметим, что вместо используемого в ней функционала J , при минимизации которого определяются допустимые частоты, может быть использован функционал, характеризующий невязку между допустимыми частотами и необходимыми частотами f_i^* , $i=1, 2, \dots, n$. Такой функционал рассматривался в [2]. В этом случае потребуется лишь пронумеровать датчики так, чтобы выполнялись соотношения $f_1^* \leq f_2^* \leq \dots \leq f_n^*$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. С. Каташков, Е. Д. Консон, Ю. Л. Розов. Алгоритм определения частоты опросов в многоканальной измерительной системе.— «Автометрия», 1972, № 4, с. 12—17.
2. Г. Н. Хуснутдинов, М. Б. Цодиков. Программная коммутация в многоканальных измерительных системах.— «Автоматика и вычислительная техника», 1972, № 4, с. 59—65.
3. Кокрен, Кули, Фейвин, Хелмс, Кенел, Ланг, Малинг, Рейдер, Уэлч. Что такое «быстрое преобразование Фурье»? — «ТИИЭР», 1967, № 10, с. 7—17.

Поступило в редакцию 2 сентября 1974 г.

УДК 519.24.389.0

А. В. АНДРИЯНОВ, В. В. КРЫЛОВ
(Горький)

ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИИ АППАРАТНЫХ ФУНКЦИЙ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ АНАЛОГОВЫМИ МЕТОДАМИ

В настоящем сообщении рассмотрены возможности построения оптимальных по минимуму среднеквадратической ошибки корректоров на основе аналоговой вычислительной машины (АВМ), входящей в состав измерительного комплекса. Применение «медленных» АВМ в аппаратуре исследования быстропротекающих переходных процессов становится возможным при использовании индикаторных устройств со стробоскопическими преобразователями [1], с помощью которых спектр наблюдаемого сигнала трансформируется в низкочастотную область. В этом случае процессу измерения случайного сигнала $z(t)$, поступающего на вход измерителя с результирующей аппаратной функцией $h(t)$ и аддитивным шумом на выходе $n(t)$, может быть поставлена в соответствие следующая математическая модель:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) z(t-\tau) d\tau + n(t),$$

где $y(t)$ — доступный наблюдению сигнал на выходе измерителя. Определение сигнала $z(t)$ в реальном времени сводится к фильтрации сигнала $y(t)$ линейным фильтром с весовой функцией $k(t)$, удовлетворяющей минимуму функционала [2,3]

$$M[k] = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^t k(t-\tau) [y(\tau) + n(\tau)] d\tau - z(t) \right]^2 dt. \quad (1)$$

Обычно такая задача сводится к интегральному уравнению Винера — Хопфа с последующим применением методов факторизации в частотной области. Однако если преобразование Фурье корреляционных функций ансамблей сигналов и шума $R_z(t)$, $R_n(t)$

абсолютно непрерывны и удовлетворяют условию Пэли — Винера, то функционал (1) может быть представлен в виде [4]

$$M[k] = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^t k(t-\tau) \left[\int_0^{\tau} h(\theta) a(\tau-\theta) d\theta + b(\tau) \right] d\tau - a(t) \right]^2 dt, \quad (2)$$

где $a(t)$ и $b(t)$ определяются соотношениями [5]

$$R_z(t) = \int_0^{\infty} a(\tau) a(t+\tau) d\tau;$$

$$R_n(t) = \int_0^{\infty} b(\tau) b(t+\tau) d\tau.$$

Из выражения (2) видно, что функция $k(t)$ должна удовлетворять следующему интегральному уравнению Вольтерра, которое часто решается проще, чем известное уравнение Винера — Хопфа:

$$\int_0^t k(t-\tau) \left[\int_0^{\tau} a(\theta) h(\tau-\theta) d\theta + b(\tau) \right] d\tau = a(t). \quad (3)$$

Применив преобразование Лапласа к правой и левой частям (3), найдем, что передаточная функция оптимального корректирующего фильтра

$$K(p) = [H(p) + B(p)/A(p)]^{-1}. \quad (4)$$

Если корреляционные функции $R_z(t)$ и $R_n(t)$ имеют дробно-рациональный спектр, то $A(p)$ и $B(p)$ также дробно-рациональные функции. Если теперь предположить, что $H(p)$ — дробно-рациональная функция, то $K(p)$ может быть представлена в виде отношения полиномов степени p .

Таким образом, процесс фильтрации сигнала может быть в этом случае сведен к решению обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами при нулевых начальных условиях, правая часть которого является линейной комбинацией производных корректируемого сигнала.

Построение оптимального корректора на основе АВМ. Обратимся к выражению (4). Для построения оптимального корректора требуются следующие априорные сведения: преобразование Лапласа аппаратной функции, спектр корреляционной функции исследуемого ансамбля весовых функций и энергетический спектр шума измерителя, приведенный ко входу корректора.

Реальные измерительные приборы имеют аппаратные функции, достаточно хорошо аппроксимируемые функциями, преобразование Лапласа которых имеет высокий порядок ($n > 10$). Моделирование уравнений высокого порядка затруднительно, поэтому интерес представляет возможность аппроксимации $H(p)$ функциями более низкого порядка. Оценим влияние такой аппроксимации на результирующую аппаратную функцию. Пусть

$$H(p) = \sum_{j=0}^k h_{1j} p^j \Big/ \sum_{j=0}^n h_{2j} p^j, \quad k < n.$$

Аппроксимируем $H(p)$ функцией $H_a(p) = H(p)D(p)$:

$$D(p) = \sum_{j=0}^l d_{1j} p^j \Big/ \sum_{j=0}^r d_{2j} p^j, \quad r \leq l.$$

В этом случае

$$K(p) = D^{-1}(p) [H(p) + B(p)/A(p)D(p)]^{-1}.$$

Анализируя это выражение, нетрудно заметить, что результирующая аппаратная функция $H_p(p) = H(p)K(p)$ будет отличаться от оптимальной более высоким порядком и иметь большее время установления. Оптимальность фильтра по отношению к шумовой компоненте не изменяется.

Построение оптимального корректора неизбежно связано с необходимостью априорного знания некоторых свойств ансамбля исследуемых систем. Это не является недостатком предлагаемого метода, так как в литературе уже неоднократно отмечалось, что статистическая интерпретация лишь более четко определяет границы необходимой информации по сравнению с обычным интуитивным подходом. В простейшем слу-

чае ансамбль весовых функций исследуемых систем можно считать квазибелым, т. е. имеющим Фурье-преобразование корреляционной функции

$$f_z(\omega) = \begin{cases} a^2, & |\omega| \leq \omega_0; \\ 0, & |\omega| > \omega_0. \end{cases}$$

В более сложном случае необходимо представить Фурье-преобразование $R_z(t)$ в виде $A(i\omega)A^*(i\omega)$ и выбрать $A(p) = A(i\omega)|_{i\omega=p}$.

В большинстве случаев спектр шума на выходе измерителя является довольно сложной функцией частоты и требует экспериментального измерения с последующей аппроксимацией дробно-рациональной функции $f_n(\omega)$ в пределах полосы частот исследуемого генератора переноса напряжения с амплитудой 1 В и временем нарастания фронта около 120 пс; стробоскопический преобразователь со смесителем, описанным в [6], работающий в режиме глубокого накопления с коэффициентом трансформации времени $4 \cdot 10^9$. Результирующая аппаратная функция имела длительность около 180 пс, обеспечивая разрешающую способность по дискретным неоднородностям 30 мм в воздушной линии передачи. Возможности используемой АВМ типа МН-7 не позволили провести построение корректора с использованием аппроксимации аппаратной функции рефлектометра выше второго порядка:

$$H_a(p) = (a_2 p^2 + a_1 p + 1)^{-1}.$$

Отношение шум/сигнал ориентировочно оценивалось как

$$B(p)/A(p) = C_0 = 0,06.$$

При этом коэффициент передачи оптимального корректора принял вид

$$K(p) = (a_2 p^2 + a_1 p + 1) / (b_2 p^2 + b_1 p + 1); \quad b_i = (C_0 a_i) / (1 + C_0), \quad i = 1, 2.$$

На аналоговой машине МН-7 была набрана схема, обеспечивающая такой коэффициент передачи. На индикаторе наблюдались изображения скорректированного и нескорректированного сигналов. Для исследования влияния аппроксимации аппаратной функции на этой же АВМ была набрана модель генератора сигнала с изображением по Лапласу: $U_p = p^{-1} H_a(p)$. Подача сигнала модели $U(p)$ на корректор позволила оценить возможность коррекции при более точной аппроксимации $H(p)$.

Рис. 1, а иллюстрирует коррекцию точно известной переходной характеристики — сигнала модели, а на рис. 1, б изображен результат коррекции реальной переходной характеристики. На осциллограмме отчетливо видно усиление шумовых компонент в высокочастотной области спектра. На рис. 2 приведены рефлектограммы неоднородностей емкостного характера в воздушной линии передачи. Расстояние между неоднородностями 30 мм, величина около 0,2 пФ. Как видно из рефлектограммы, применение корректора увеличивает разрешающую способность в 1,5 раза. Экспериментально определенное минимальное расстояние между двумя неоднородностями, при котором они разделяются, составляет около 20 мм.

Таким образом, несмотря на то, что никакая линейная обработка сигнала не может увеличить содержащейся в нем информации об исследуемой системе, применение

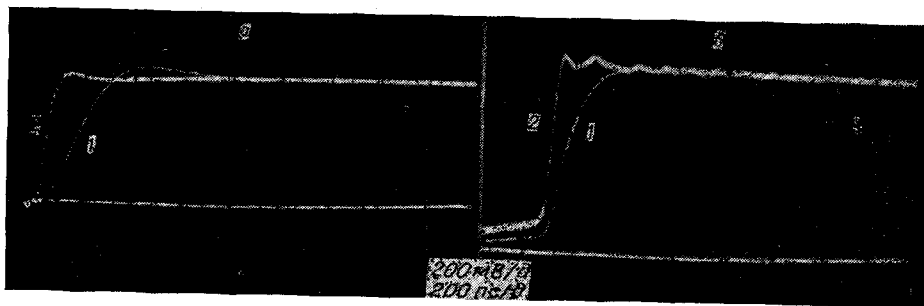
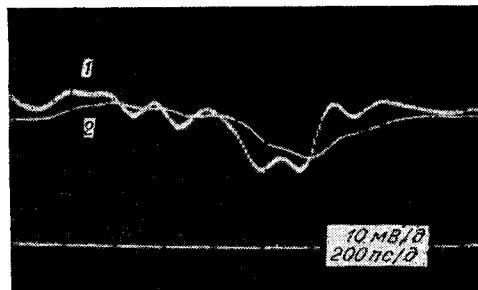


Рис. 1. Коррекция аппаратной функции:

а — точно известной, б — макета рефлектометра; эффективное время развертки 0,2 нс/см.

Рис. 2. Рефлектограмма двух емкостных неоднородностей ($C=0,2$ пФ) в линии передачи на расстоянии 30 мм. Верхняя осциллограмма—некорректированный сигнал, нижняя — сигнал на выходе корректора. Эффективное время развертки 0,2 нс/см, чувствительность 10 мВ/см.



корректоров аппаратных функций линейных измерителей оказывается весьма эффективным при визуальном наблюдении реакции исследуемых систем.

Основные ограничения при реализации корректоров накладываются возможностями точного измерения и моделирования аппаратной функции и прежде всего соотношением между спектрами Фурье наблюдаемых сигналов и шумов измерителя.

Проведенный эксперимент подтверждает правильность теоретических выводов и показывает возможности построения аналоговых корректоров аппаратных функций различных измерителей переходных процессов в линейных системах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Working with subnanosecond pulses.—“END”, 1970, vol. 15, № 5, p. 33.
2. Р. А. Полуэктов, Г. Н. Солопченко. Методы коррекции динамических погрешностей.— «Автоматика», 1971, № 5, с. 3—12.
3. К. Я. Швецов. Один способ коррекции сигнала, искаженного измерительными трактами.— «Измерительная техника», 1966, № 3, с. 29—32.
4. Д. Бендат. Основы теории случайных шумов и ее применение. М., «Наука», 1965.
5. И. Н. Гихман, А. В. Скороход. Теория случайных процессов. Т. I. М., «Наука», 1971.
6. Ю. А. Рябнин. Стробоскопическое осциллографирование. М., «Сов. радио», 1972.

Поступило в редакцию 4 января 1973 г.;
окончательный вариант — 23 сентября 1975 г.

УДК 519.28

В. И. БОРЩЕВИЧ, И. Ф. КЛИСТОРИН
(Кишинев)

К ВОПРОСУ ОБ АППРОКСИМАЦИИ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ С НЕИЗВЕСТНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Эффективность статистических методов, широко применяемых во многих областях измерительной техники, в сильной степени зависит от знания статистических свойств исследуемых объектов. Однако во многих случаях априорные сведения о виде закона распределения отсутствуют, и тогда приходится использовать различные методы восстановления неизвестной плотности распределения вероятностей.

Современные методы аппроксимации плотности $p(x)$ при неизвестном законе распределения связаны с использованием моделей вида [1]

$$p_n(x) = \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i(x), \quad (1)$$

где a_i — коэффициенты разложения; $\{\varphi_i(x)\}$ — некоторый функциональный базис. Обычный подход, основанный на минимизации меры расхождения вида

$$\rho = \rho\{p(x), p_n(x)\}, \quad (2)$$