

В. М. ЕФИМОВ, А. М. ИСКОЛЬДСКИЙ  
(Новосибирск)

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОТОПЛЕНКИ

Рассмотрим следующую абстрактную модель: прозрачное поле площадью  $S$  равномерно «засеяно» небольшими непрозрачными пятнами случайных размеров и случайной формы. Будем считать, что число пятен на поле распределено по Пуассону с параметром  $\Lambda = \lambda S$ , где  $\lambda$  — среднее число пятен на единицу площади, а прозрачность поля в точке  $\alpha$  равна единице, если эта точка не накрыта ни одним из пятен, и нулю в противном случае.

Рассмотрим простейшие статистические характеристики прозрачности. Очевидно, что при равномерном распределении пятен по полю вероятность накрытия конкретной точки поля одним из пятен

$$p = \langle s \rangle / S, \quad (1)$$

где  $\langle s \rangle$  — средняя площадь пятна. При этом число пятен  $n$ , совместно накрывающих выбранную точку, также распределено по Пуассону с параметром  $\mu = \Lambda p = \lambda \langle s \rangle$ , т. е.

$$q(n) = [(\lambda \langle s \rangle)^n / n!] \exp[-\lambda \langle s \rangle]. \quad (2)$$

Из (2) следует, что среднее значение прозрачности в точке и ее дисперсия определяются следующими соотношениями \*:

$$\begin{aligned} \langle \alpha \rangle &= \exp[-\lambda \langle s \rangle]; \\ \sigma_{\alpha}^2 &= \exp[-\lambda \langle s \rangle] \{1 - \exp[-\lambda \langle s \rangle]\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Эти соотношения могут быть использованы для описания статистических свойств негативных фотоматериалов. Действительно, эмульсионные кристаллы распределены статистически равномерно по полю фотопленки и по глубине эмульсионного слоя. После проявления из каждого эмульсионного кристалла может образоваться практически непрозрачное «пятно» (структура из атомов серебра) сложной формы.

Для того чтобы иметь возможность конструктивно использовать эти формулы, необходимо оценить характер зависимости средней площади образующегося пятна  $\langle s \rangle$  от параметров фотографического процесса (экспозиции, времени проявления и т. п.).

Подчеркнем, что в рассматриваемой модели  $\lambda$  равно среднему числу кристаллов на единицу площади эмульсии и не зависит от экспозиции, проявления и т. д. Обсудим кратко элементарные физические процессы, ведущие к образованию пятна из эмульсионного кристалла.

Фотоснимки, соответствующие различным fazам процесса проявления, полученные с помощью электронного микроскопа [1], показывают, что в процессе проявления происходит «вытекание» металлического серебра из объема кристалла [через скрытые центры изображения (ЦСИ)] в виде сложных нитевидных структур. Будем считать, что динамика образования металлического серебра описывается дифференциальным уравнением первого порядка

$$dG/G = -\beta dt \quad (4)$$

---

\* Если пятна являются кружками случайного радиуса, то  $\langle s \rangle = \pi \langle r^2 \rangle$  и (3) совпадают с приведенными в работе [2].

и количество проявленного серебра

$$G(t) = G_0(1 - \exp[-\beta t]).$$

Если в процессе проявления увеличение количества серебра происходит в основном за счет «ветвления» (увеличения суммарной длины нити без существенного изменения ее толщины), то площадь пятна можно считать пропорциональной  $G(t)$ :

$$s(t) = s_0(1 - \exp[-\beta t]). \quad (5)$$

Очевидно, что постоянная времени  $1/\beta$  эмульсионного кристалла зависит от начального (до экспонирования) состояния поверхности кристалла и величины экспозиции  $H$ .

Известно, что до экспонирования на поверхности кристалла имеются центры светочувствительности (ЦС) — островки металлического серебра, которые представляют собой потенциальные ямы для подвижных электронов. В процессе экспонирования ЦС превращаются в центры скрытого изображения (достаточно «глубокие» ямы), через которые происходит «вытекание» металлического серебра (за счет восстановления электронами проявителя). Часть ЦС представляет собой центры скрытого изображения до экспонирования (эти центры образуют вуаль).

Естественно предположить, что скорость проявления пропорциональна числу центров скрытого изображения, т. е.

$$\beta = \beta_0 k, \quad k = m + l,$$

где  $m$  — число ЦСИ вуали;  $l$  — число ЦСИ, образовавшихся в процессе экспонирования. Тогда

$$s(t, k) = s_0(1 - \exp[-\beta_0 kt]).$$

Будем считать, что каждый ЦС превращается в ЦСИ независимо от других. Это предположение основывается на том, что среднее расстояние между ЦС на поверхности кристалла достаточно велико, так что зоны влияния ЦС пространственно разграничены.

Если количество ЦС равно  $N$ , то в силу предположения о независимости превращения ЦС в ЦСИ величина  $k$  имеет биноминальное распределение и

$$\langle s(t, k) \rangle = s_0 \{1 - [(1-q)(1-p) + [1 - (1-q)(1-p)] \exp[-\beta_0 t]]^N\}, \quad (6)$$

где  $q$  — вероятность превращения ЦС в ЦСИ до экспонирования,  $p = p(H)$  — вероятность превращения ЦС в ЦСИ в процессе экспонирования.

Считая далее правдоподобным предположение о пуассоновском распределении числа ЦС  $N$  с параметром  $\mu$  (среднее число ЦС), получим после усреднения (6) по  $N^*$

$$\langle s(t, H) \rangle = s_0 \{1 - \exp[-\mu[1 - (1-q)(1-p)](1 - \exp[-\beta_0 t])]\}. \quad (7)$$

При постоянной интенсивности света в процессе экспонирования  $H = It$ . Будем считать, что «время жизни» ЦС распределено экспоненциально \*\*

$$\varphi(t) = \delta I \exp[-\delta It].$$

\* При сделанных предположениях число ЦСИ распределено по пуассоновскому закону с параметром  $\mu[1 - (1-q)(1-p)]$ .

\*\* Аналогичная зависимость для распределения «времени жизни» частицы принимается и для описания некоторых других процессов «распада», например радиоактивного распада атомов.

Тогда

$$p(H) = 1 - \exp[-\delta H] \quad (8)$$

и площадь пятна

$$\langle s(t, H) \rangle = s_0 \{1 - \exp[-\mu[1 - (1-q)\exp[-\delta H]](1 - \exp[-\beta_0 t])]\}. \quad (9)$$

Для кристаллов, расположенных на различной глубине  $x$  от поверхности эмульсии,  $H = H(x)$ , причем

$$dH/H = -\eta x$$

и

$$H(x) = H_0 \exp[-\eta x], \quad (10)$$

где  $H_0$  — экспозиция на поверхности, а  $\eta$  характеризует поглощение света в непроявленном эмульсионном слое.

Среднюю площадь пятна можно получить, усредняя (9) с учетом (10) по толщине эмульсионного слоя:

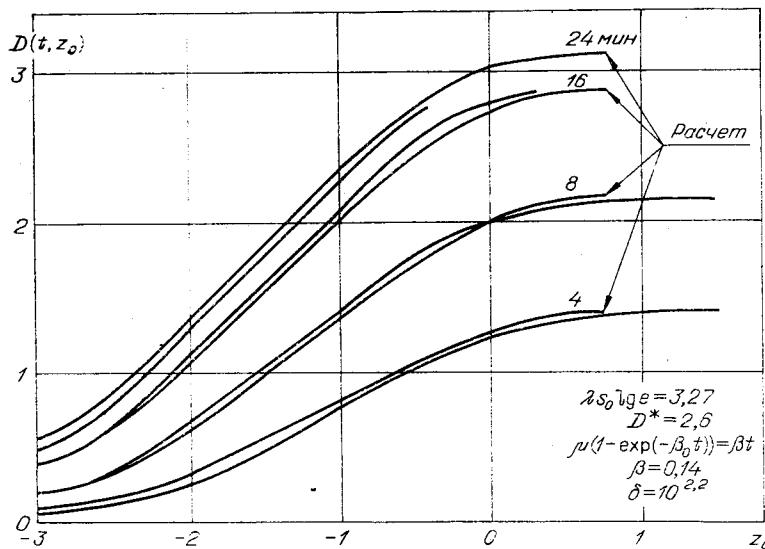
$$\langle s \rangle = \frac{1}{h} \int_0^h \langle s(t, H(x)) \rangle dx. \quad (11)$$

Используя (11), получаем уравнение для характеристической кривой

$$D(t, z_0) = \lg e \frac{\lambda}{D^*} \int_{z_0 - D^*}^{z_0} dz \langle s(t, 10^z) \rangle = \lg e \lambda s_0 \left\{ 1 - \frac{1}{D^*} \int_{z_0 - D^*}^{z_0} \exp[-\mu[1 - (1-q)\exp[-\delta 10^z](1 - \exp[-\beta_0 t])] dz \right\}. \quad (12)$$

Здесь  $D^* = \eta h \lg e$  — оптическая плотность непроявленного эмульсионного слоя,  $z_0 = \lg H_0$ .

На рисунке приведены расчеты характеристических кривых и экспериментальные данные [3] по пленке «Фото-250». Совпадение можно считать удовлетворительным.



## ЛИТЕРАТУРА

1. К. В. Чибисов. О топографических превращениях в фотохимическом процессе.— «Журн. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр.», 1968, т. 13, вып. 5, с. 368—380.
2. Э. О. Нейл. Введение в статистическую оптику. М., «Мир», 1966.
3. Ю. И. Горюховский, В. П. Баранова. Свойства черно-белых фотографических пленок. (Сенситометрический справочник.) М., ГИФМЛ, 1970.

Поступила в редакцию 9 марта 1976 г.

УДК 666.266-

А. А. АНИКИН, В. К. МАЛИНОВСКИЙ

(Новосибирск)

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ КРИВЫХ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Существует обширный класс материалов, изменение оптических свойств которых в некотором объеме под действием света определяется количеством квантов, поглощенных в данном объеме, и не зависит от освещенности соседних участков. В работе [1] предложено описывать такие материалы с помощью характеристических кривых (ХК)  $\Delta\chi(E)$  и  $\Delta n(E)$  ( $\chi$  и  $n$  — коэффициенты поглощения и преломления,  $E$  — экспозиция). В характеристических кривых заложена вся информация о голограммических характеристиках материала, обычно получаемая с помощью многочисленных экспериментов. Чтобы ее извлечь, необходимо проделать следующие операции:

- а) используя характеристические кривые, найти распределения  $n$  и  $\chi$ , возникающие в образце при заданных условиях записи;
- б) рассчитать дифракцию восстанавливающей волны на этих вариациях  $n$  и  $\chi$ .

Варьируя соответствующие параметры, можно определить поведение дифракционной эффективности при изменении толщины образца, условий записи, динамического диапазона материала и т. д.

Возможности такого подхода иллюстрируются ниже на примере фотохромных стекол, изменяющих под действием света как пропускание, так и преломление.

Согласно Когельнику [2], для объемной амплитудно-фазовой решетки

$$\eta = \exp(-2\chi d/\cos \theta) (\operatorname{sh}^2(\Delta\chi d/2\cos \theta) + \sin^2(\pi\Delta nd/\lambda \cos \theta)).$$

Здесь  $\eta$  — дифракционная эффективность;  $d$  — толщина образца;  $\lambda$  — длина волны света;  $\chi$  — среднее значение коэффициента поглощения;  $\Delta\chi$  — величина модуляции коэффициента поглощения и  $\Delta n$  — коэффициента преломления;  $\theta$  — угол в среде между вектором восстанавливающей волны и плоскостью решетки.

Множитель перед скобками равен коэффициенту пропускания решетки, первое слагаемое в скобках соответствует амплитудной составляющей  $\eta$ , второе — фазовой. Максимальное значение  $\eta$  для образца ФХС толщиной 5 мм лежит в пределах 1—2% и в 1,5—2 раза превышает расчетные значения, полученные по величине изменения пропускания. Это свидетельствует о том, что вклад фазовых изменений в  $\eta$  существен и им нельзя пренебречь. Он соответствует  $\Delta nd \sim \lambda/20$ .