

Т. Г. БЕЛЕЙЧЕВА, К. К. ЗИЛИНГ
(Новосибирск)

ВНУТРЕННИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ДВУХСЛОЙНЫХ СИСТЕМАХ

Известно, что большинство приборов микроэлектроники и интегральной оптики конструктивно представляют собой многослойные структуры, выполненные из материалов с различными коэффициентами термического расширения и упругими постоянными. За счет изменения температуры таких систем во время изготовления и эксплуатации в них возникают внутренние напряжения, которые могут приводить к разрушению приборов, появлению дислокаций, а также к изменению эксплуатационных характеристик за счет изменений физических свойств материалов.

В частности, возникновение внутренних напряжений может приводить к появлению двойного лучепреломления и к изменению величины показателя преломления. Более того, поскольку напряжения в таких конструкциях зависят от координат, физические параметры системы также будут меняться от точки к точке.

В то же время существующие расчетные модели во многих случаях не описывают напряженное состояние реальной системы вследствие принятых при постановке задачи упрощений. Действительно, в так называемой «биметаллической модели» [1—4] расчеты выполнены методами технической теории балок, не учитывающими изменения напряжений в направлении продольной оси системы. В работах [5, 6] сделана попытка учесть концентрацию напряжений в двухслойной конструкции, однако только для бесконечно длинной полосы на жестком полупространстве.

Цель настоящей работы — анализ напряженного состояния в двухслойных структурах в зависимости от геометрических размеров и координат точки. В качестве математической модели такой системы рассмотрен круглый двухслойный цилиндр радиусом R с толщиной слоев H и H^* , сечение которого и направление координатных осей показано на рис. 1. (Здесь и далее величины, относящиеся к слою 2, помечены звездочкой.) Цилиндр охлаждается от температуры T_1 до T_2 . Принято, что материал каждого слоя однороден и изотропен, температура не зависит от координат, а коэффициенты термического расширения α и α^* не зависят от T .

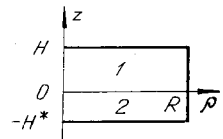


Рис. 1.

Рассматриваемые ниже результаты получены путем решения термоупругой задачи в следующих двух вариантах:

1. Для произвольных H и H^* задача состояла из уравнений равновесия Дюгамеля — Неймана [7] с граничными условиями, соответствующими отсутствию нагрузок на внешних поверхностях тела:

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho\rho}(R, z) &= 0, & (1) & & \sigma_{\rho\rho}^*(R, z) &= 0; & (1') \\ \sigma_{zz}(\rho, H) &= 0, & (2) & & \sigma_{zz}^*(\rho, -H^*) &= 0; & (2') \\ \tau_{z\rho}(R, z) &= 0, & (3) & & \tau_{z\rho}(R, z) &= 0; & (3') \\ \tau_{\rho z}(\rho, H) &= 0, & (4) & & \tau_{\rho z}(\rho, -H^*) &= 0 & (4') \end{aligned}$$

(при $\rho=0$ заданы условия осевой симметрии [7]). Кроме того, на пло-

скости $z=0$, разделяющей слои, заданы условия жесткого закрепления:

$$\sigma_{zz}(\rho, 0) = \sigma_{zz}^*(\rho, 0); \quad (5)$$

$$\tau_{\rho z}(\rho, 0) = \tau_{\rho z}^*(\rho, 0); \quad (6)$$

$$u(\rho, 0) = u^*(\rho, 0); \quad (7)$$

$$w(\rho, 0) = w^*(\rho, 0). \quad (8)$$

Здесь σ_{ii} и τ_{ij} — соответственно нормальные и касательные напряжения, а u и w — проекции смещения на оси ρ и z .

Исходная задача сведена к эквивалентной вариационной задаче на минимум потенциальной энергии с жесткостью слоя 2 можно пренебречь и положить $\sigma_{zz}(\rho, 0) = 0$. Заменяя для дальнейшего упрощения действие касательных нагрузок действием массовых сил $q(\rho)$:

$$\tau_{\rho z}(\rho, 0) = H^* q(\rho), \quad (9)$$

для $u^*(\rho)$ имеем уравнение [10]

$$\rho^2 \frac{d^2 u^*}{d\rho^2} + \rho \frac{du^*}{d\rho} - u^* = -q(\rho) \rho^2 \frac{1 - \nu_*^2}{E_*} \quad (10)$$

с граничными условиями

$$\left. \frac{du^*}{d\rho} - \frac{u^*}{\rho} \right|_{\rho=0} = 0; \quad (11)$$

$$\left. \frac{du^*}{d\rho} + \nu_* \frac{u^*}{\rho} \right|_{\rho=R} = (\alpha^* - \alpha) \Delta T (1 + \nu_*). \quad (12)$$

Здесь E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Для простоты принято, что коэффициент термического расширения слоя 2 равен $(\alpha^* - \alpha)$, а слоя 1 — нулю. Решение уравнения (10) с граничными условиями (11), (12) после разложения $q(\rho)$ в ряд

$$q(\rho) = \sum_{k=1}^{\infty} S_k J_1(\mu_k \rho)$$

можно представить в виде

$$u^*(\rho) = \frac{1 - \nu_*^2}{E_*} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{S_k}{\mu_k^2} J_1(\mu_k \rho) + \rho \left[(\alpha^* - \alpha) \Delta T - \frac{1 - \nu_*}{E_*} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{S_k}{\mu_k} J_0(\mu_k \rho) \right], \quad (13)$$

где μ_k — корни уравнения $J_1(\mu_k R) = 0$.

Решение задачи для слоя 1 сводится [11] к отысканию бигармонической функции напряжений, значения которой на поверхности тела заданы условиями (1) — (4), (7), однако поскольку значения $\tau_{\rho z}(\rho, 0)$ в данном случае заранее неизвестны, дополнительно использовано равенство (13).

РЕЗУЛЬТАТЫ

Расчет напряжений и смещений произведен на примере системы со следующими физическими параметрами: $E = 1,7 \cdot 10^4$ кг/мм²; $E_* = 0,6 \cdot 10^4$ кг/мм²; $\nu = 0,28$; $\nu_* = 0,17$; $(\alpha^* - \alpha) \Delta T = 4,1 \cdot 10^{-3}$. Геометри-

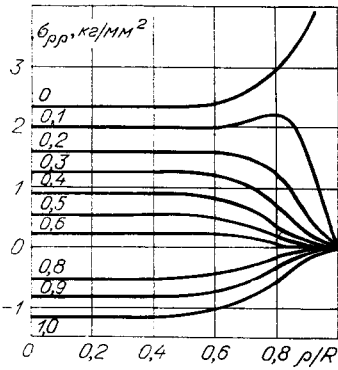


Рис. 2.

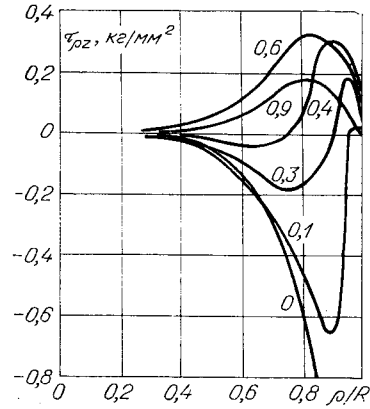


Рис. 3.

ческие размеры варьировались в пределах $R=2-10$ мм, $H=2 \cdot 10^{-3}-2 \cdot 10^{-1}$ мм, $H^*=0,1-5$ мм. Наиболее подробно рассмотрен часто встречающийся в практике случай, когда толщина слоя 1 (подложка) намного больше толщины слоя 2 (пленка).

Распределение внутренних напряжений по координатам. На рис. 2 представлена зависимость нормальных напряжений $\sigma_{\rho\rho}$ в слое 1 от величины ρ/R для диска с $R=2$ мм, $H=1$ мм, $H^*=2 \cdot 10^{-2}$ мм. Цифры на кривых соответствуют координате z . Видно, что вблизи центра диска $\sigma_{\rho\rho}$ можно считать независимыми от ρ , как это и предсказывает модель [1-4]. Однако по мере приближения к краю диска напряжения, в отличие от предсказаний [1-4], оказываются существенно зависящими от ρ . Наибольшие по абсолютной величине нормальные напряжения наблюдаются у поверхности соединений слоев вблизи края диска. Распределение по $\rho \sigma_{\rho\rho}$ имеет почти тот же вид, отличаясь лишь тем, что при $\rho \rightarrow R \sigma_{\rho\rho}$ стремится не к нулю, а к некоторой конечной величине. На рис. 3 представлены результаты вычислений касательных напряжений $\tau_{\rho z}$ для диска тех же геометрических размеров. Видно, что $\tau_{\rho z}$ также неоднородно распределены по радиусу диска и возрастают по мере приближения к точке $\rho=R, z=0$. При этом оказывается, что на некоторых плоскостях $z=\text{const}$ касательные напряжения меняют знак.

Зависимость распределения напряжений от радиуса диска.

На рис. 4, а-в представлены значения $\sigma_{\rho\rho}^*$, $\sigma_{\rho\rho}$, $\tau_{\rho z}$ в функции ρ/R , протабулированные для величин R , равных 2, 5 и 10 мм. Графики на рис. 4, а, б построены для плоскости $z=0$, графики на рис. 4, в — для плоскости $z=0,1 H$. Расчет проведен при $H=1$ мм и $H^*=2 \cdot 10^{-3}$ мм. Сопоставление кривых на рис. 4, а, б показывает, что резкое изменение нормальных напряжений в пленке и подложке начинается на расстоянии порядка $(H+H^*)/R$ от края диска. В этом же интервале возрастают и касательные напряжения. Итак, при $(H+H^*)/R \ll 1$ область, где нор-

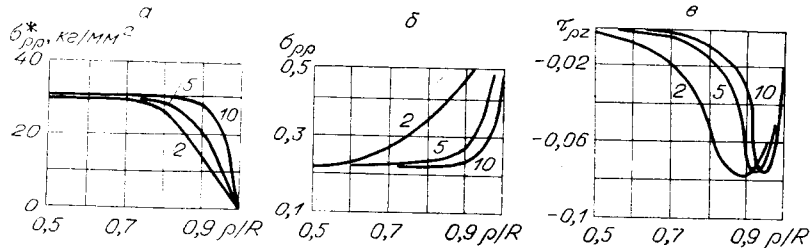


Рис. 4.

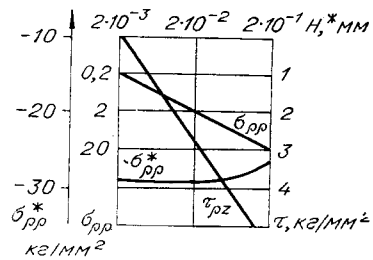


Рис. 5.

мальные напряжения зависят от ρ , мала и эти напряжения можно считать постоянными в соответствии с приближенной моделью [1—4]. По мере стремления $(H+H^*)/R$ к единице эта область распространяется на все сечение диска и приближение [1—4] становится вообще неприемлемым. Кроме того, вблизи плоскости $z=0$ касательные напряжения соизмеримы с нормальными.

Влияние толщины. На рис. 5 представлены результаты вычислений $\sigma_{\rho\rho}^*$, $\sigma_{\rho\rho}$ и $\tau_{\rho z}$ в зависимости от толщины слоя 2. Расчет проведен для точки $z=0$, $\rho/R=0,6$. Радиус диска принят равным 2 мм, $H=1$ мм. Видно, что при $H^*/H \ll 1$ нормальные напряжения в пленке не зависят от ее толщины, а нормальные напряжения в подложке увеличиваются пропорционально H^* . Касательные напряжения возрастают с ростом толщины пленки, но по более сложному закону.

Таким образом, в случае двухслойной системы конечных размеров картина распределения напряжений существенно отлична от той, которую предсказывает приближенная модель [1—4]. Исключение составляют системы с $H+H^*/R \ll 1$, в которых нормальные напряжения почти не зависят от ρ , а касательные напряжения малы. При этом результаты точного решения отличаются от приближенной модели лишь наличием незначительных краевых эффектов, но практическое использование таких систем может ограничиваться наличием в них значительных прогибов.

При $H+H^*/R \sim 1$ нормальные и касательные напряжения в системе являются функцией ρ . Наибольшие по абсолютной величине напряжения в слое 1 возникают у краев диска вблизи границы соединения слоев. Кроме того, если H и H^* отличаются не слишком сильно, в системе возникают значительные касательные напряжения, способные приводить к разрушению по границе соединения слоев.

Неоднородное распределение напряжений по радиусу, как уже отмечено выше, может приводить к изменению физических свойств материалов, в частности к изменению показателя преломления.

В качестве примера, показывающего влияние неоднородного распределения напряжений в конструкциях конечных размеров на рабочие характеристики устройств, рассмотрим прохождение света в направлении оси z через систему, изображенную на рис. 1. Пусть геометрические размеры системы и распределение напряжений в ней соответствуют изображенным на рис. 2. При прохождении света вдоль линий $\rho = \text{const}$ в деформированной системе по сравнению с недеформированной возникает разность фаз Γ .

Простая оценка для Γ приводит [12] к выражению

$$\Gamma \simeq \frac{\pi n_0^3 \rho}{\lambda} \int_0^H \sigma(\rho, z) dz,$$

где λ — длина волны света, n_0 — показатель преломления для обыкновенной волны в недеформированном материале, ρ — эффективный пьезооптический коэффициент. Тогда для линий с координатами $\rho = \rho_1$ и $\rho = \rho_2$ разность фаз $\Gamma_1 - \Gamma_2 = \Delta\Gamma$ составит

$$\Delta\Gamma \simeq \frac{\pi n_0^3 \rho}{\lambda} \int_0^H [\sigma(\rho_1, z) - \sigma(\rho_2, z)] dz.$$

Принимая $n_0=2,3$; $\lambda=0,53$ мк; $p=10^{-4}$ мм²/кг; $\rho_1=0,5 R$; $\rho_2=0,8 R$ и проводя численное интегрирование функций σ по z в соответствии с данными рис. 2, легко получить оценку $\Delta\Gamma \sim 0,15\lambda$.

Естественно, что при увеличении толщины слоя 2 величина $\Delta\Gamma$ еще более возрастает. В случае если данная двухслойная система представляет собой, например, устройство для обратимой записи оптических изображений (система диэлектрик — фотопроводник с эффектом Поккельса), появление $\Delta\Gamma$ приведет к искажению изображения, особенно существенному вблизи краев диска.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Тимошенко. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. М., «Наука», 1971, с. 534.
2. T. Sugano, K. Kakemoto. Mechanical stresses and strains in Si-SiO₂ interface and its influence on transistors characteristics.— Mikroelektronik 2, Vorträge der 2. Mikroelektronik — Tagung der "Internationalen Elektronik — Arbeitskreises ev (INEA) in München", vol. 24, bis 26, October 1966, Oldenbourg, München und Wien.
3. S. D. Brotherton, T. G. Read, D. R. Lamb, A. F. Willoughby. Surface charge and stress in the Si-SiO₂ system.— "Solid-State Electronic", 1973, vol. 16, № 12, p. 1367.
4. Э. И. Григолюк, В. М. Толкачев. Теория многослойного термостата.— Изв. СО АН СССР. Сер. техн., 1963, т. 10, вып. 3, с. 49.
5. B. J. Aleck. Thermal stresses in a rectangular plate fastened along its edge.— "J. Appl. Mech.", 1949, vol. 16, № 2, p. 118.
6. R. Zeubang. Stresses and strains into the plate, fastened on a substrate: semiconductor devices.— "Solid-State Electronic", 1971, vol. 14, № 10, p. 1035.
7. А. Ляв. Математическая теория упругости. (Пер. с англ.) М., Изд. ОНТИ, 1935.
8. Д. С. Гриффин, Р. Б. Келлог. Численное решение осесимметричных и плоских задач упругости.— Сборник переводов иностранных статей. Т. 12. М., «Мир», 1968, с. 111.
9. В. Вазов, Дж. Форсайт. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., Изд-во иностр. лит., с. 295.
10. Прочность, устойчивость колебания. (Справочник.) Под ред. И. А. Биргера, Я. Г. Пановко. Т. 1. М., «Машиностроение», 1968.
11. Б. П. Абрамян. К задаче осесимметричной деформации круглого цилиндра.— «ДАН АрмССР», 1954, т. 19, № 1, с. 3.
12. Е. Р. Мустель, В. Н. Парыгин. Методы модуляции и сканирования света. М., «Наука», 1970, с. 187.

Поступила в редакцию 27 февраля 1976 г.

УДК 539.216.2:537.525.92

Э. Г. КОЦОВ
(Новосибирск)

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ТОКИ В ТОНКИХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПЛЕНКАХ

1. Нестационарные токи в тонких диэлектрических пленках, а также влияние неподвижного объемного заряда, находящегося в этих пленках, на характер прохождения эмиссионного тока мало изучены. В работе [1] описана связь заряда положительных ионов с величиной туннельного тока, в [2] изучался аналогичный вопрос для эмиссии Шоттки. В обоих случаях решалась стационарная задача, и при этом оставался открытым вопрос о сохранении положительного заряда в течение длительного времени.