

Ю. К. ПОСТОЕНКО, Е. Н. УТКИН

(Новосибирск)

ВОПРОСЫ ТОЧНОСТИ ПРИ АППАРАТУРНОЙ ОБРАБОТКЕ ДОПЛЕРОВСКОГО СИГНАЛА

Анализу сигналов лазерных доплеровских измерителей скорости (ЛДИС) посвящено много работ [1—4]. Рассмотрены возможные способы обработки доплеровского сигнала, а также описаны конкретные электронные системы измерителей [5—7]. Поскольку полезная информация о скорости заключена в частоте доплеровского сигнала, основная задача любой электронной системы обработки — измерение частоты и ее флуктуаций. В работе [1] классифицированы известные способы обработки доплеровского сигнала, среди которых главное место занимают так называемые «следающие» измерители, основанные на методах частотной или фазовой автоподстройки, и «счетчиковые», основанные на измерении числа нулевых переходов сигнала в единицу времени или длительности интервалов между ними. Независимо от того, какой принцип положен в основу той или иной системы электронной обработки доплеровского сигнала, необходимым звеном аппаратуры является полосовой фильтр, назначение которого состоит в подавлении шумов и «постоянной» составляющей сигнала фотоприемника. Хотя компенсационные оптические схемы [8] позволяют существенно понизить уровень «постоянной» составляющей доплеровского сигнала и шумов источника оптического излучения, на практике они не обеспечивают полного подавления низкочастотных составляющих в основном из-за деполяризующих свойств рассеивателей. При малой интенсивности рассеянного света влияние шумов фотоприемников также достаточно велико, поэтому предварительная фильтрация доплеровского сигнала неизбежна.

В общем случае спектр сигнала фотоприемника ЛДИС имеет низкочастотную составляющую, сосредоточенную вблизи нулевой частоты, и высокочастотную, сосредоточенную вблизи доплеровской частоты, пропорциональной скорости движения рассеивающих центров. нас будет интересовать высокочастотная часть спектра $G(\omega)$.

Как известно, энергетический спектр дает усредненную картину распределения мощности процесса по оси частот, т. е. представляет собой спектральную плотность мощности, которая является вещественной неотрицательной функцией частоты ω . Рассмотрим такие характеристики спектра, как средняя частота $\bar{\omega}$, средний квадрат частоты $\overline{\omega^2}$, среднеквадратичная ширина полосы $(\Delta^2\omega)^{1/2}$, а также коэффициенты, характеризующие форму кривой спектра, — коэффициент асимметрии ν и коэффициент эксцесса γ . Все эти параметры могут быть выражены через моменты функции $G(\omega)$ и, в свою очередь, связаны с характерными оценками, получаемыми в измерительных системах, в частности, со средним числом нулевых пересечений в единицу времени N_0 , дисперсией нулевых пересечений $\sigma_{N_0}^2$, спектром флуктуаций «мгновенной» частоты $F(\omega)$ и т. п.

Средняя частота энергетического спектра $\bar{\omega}$ — это начальный момент первого порядка функции $G(\omega)$:

$$\bar{\omega} = \frac{\int_0^{\infty} \omega G(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} G(\omega) d\omega} = \int_0^{\infty} \omega g(\omega) d\omega, \quad (1)$$

где $g(\omega)$ — нормированный спектр высокочастотной составляющей доплеровского сигнала.

Средний квадрат частоты $\bar{\omega}^2$ представляет собой второй начальный момент функции $g(\omega)$:

$$\bar{\omega}^2 = \int_0^{\infty} \omega^2 g(\omega) d\omega. \quad (2)$$

Для нормального узкополосного процесса этот параметр связан со средним числом нулевых пересечений соотношением [9]

$$N_0 = (\bar{\omega}^2)^{1/2} / \pi. \quad (3)$$

(Отметим, что доплеровский сигнал рассматривается здесь как нормальный узкополосный процесс [1].)

Среднеквадратичная ширина полосы энергетического спектра может быть найдена через второй центральный момент функции $g(\omega)$:

$$\overline{\Delta^2 \omega} = \int_0^{\infty} (\omega - \bar{\omega})^2 g(\omega) d\omega. \quad (4)$$

Как известно,

$$\bar{\omega}^2 = \bar{\omega}^2 + \overline{\Delta^2 \omega} = \bar{\omega}^2 (1 + \beta). \quad (5)$$

Параметр $\beta = \overline{\Delta^2 \omega} / \bar{\omega}^2$ характеризует относительную ширину спектра. Ниже будет показано, что для доплеровского сигнала параметр β определяется геометрией оптической схемы ЛДИС.

Кроме параметров $\bar{\omega}$, $\bar{\omega}^2$ и $\overline{\Delta^2 \omega}$, представляют также интерес коэффициенты, характеризующие форму кривой спектра, поскольку для доплеровского сигнала они могут служить оценкой градиента скорости или степени турбулентности в пределах измерительного объема.

Коэффициент асимметрии ν принято определять отношением

$$\nu = \overline{\Delta^3 \omega} / (\overline{\Delta^2 \omega})^{3/2}, \quad (6)$$

где $\overline{\Delta^3 \omega}$ — третий центральный момент функции $g(\omega)$. И, наконец, коэффициент эксцесса

$$\gamma = \overline{\Delta^4 \omega} / (\overline{\Delta^2 \omega})^2 - 3. \quad (7)$$

Величина и знак этого коэффициента зависят от формы «хвостов» спектра. Для гауссовой функции плотности оба коэффициента равны нулю.

Из формул (3) и (5) можно найти соотношение между средним числом нулевых пересечений N_0 и средней частотой энергетического спектра $\bar{f} = \bar{\omega} / 2\pi$:

$$N_0 = 2\bar{f} \sqrt{1 + \beta}, \quad (8)$$

откуда следует, что измерение среднего числа положительных (N_{0+}) или отрицательных (N_{0-}) пересечений нулевого уровня даст смещенную оценку средней частоты доплеровского сигнала, поскольку при $\beta > 0$ $N_{0+} = N_{0-} = N_0 / 2 > \bar{f}$. Чем шире энергетический спектр, тем больше это смещение.

Через параметры спектра $\bar{\omega}$ и β можно выразить дисперсию нулевых пересечений $\sigma_{N_0}^2$ за время T [10]:

$$\sigma_{N_0}^2 = k_p \bar{\omega} \sqrt{\beta} T, \quad (9)$$

где k_p — коэффициент, зависящий от вида автокорреляционной функции сигнала.

В измерителях, построенных по принципу счета нулей доплеровского сигнала (см., например, [1]), частота импульсов, соответствующих нулевым пересечениям, преобразуется частотным детектором в аналоговый сигнал, который содержит информацию о средней частоте нулей и об их флюктуациях, т. е. дисперсии. Пользуясь формулами (8), (9), можно найти отношение шум/сигнал на выходе такого частотного детектора:

$$\sigma_{N_0}/N_0T = [\pi k_0 V \bar{\beta} / 2 \bar{f} (1 + \beta) T]^{1/2}. \quad (10)$$

Если «мгновенная» частота доплеровского сигнала определяется как производная от фазы, т. е. $\dot{\varphi}$ (φ — случайная фаза сигнала), то оказывается, что среднее абсолютных значений производной от фазы совпадает со среднеквадратичной шириной энергетического спектра, а именно [11],

$$|\dot{\varphi}| = V \overline{\Delta^2 \omega} = \bar{\omega} V \bar{\beta}. \quad (11)$$

Спектр флюктуаций «мгновенной» частоты $F(\omega)$ также может быть выражен через параметры энергетического спектра $\bar{\omega}$ и β . Например, для узкополосного нормального процесса с гауссовым энергетическим спектром вида

$$G(\omega) = \exp \left[-(\omega - \bar{\omega})^2 / 2\beta \bar{\omega}^2 \right] \quad (12)$$

спектр флюктуаций «мгновенной» частоты (называемый также в литературе по ЛДИС спектром фазового шума) получается равным:

$$F(\omega) = \bar{\omega} V \sqrt{\pi \beta} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-3/2} \exp \left[-\frac{1}{4n\beta} \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

После прохождения через линейный фильтр энергетический спектр претерпевает искажения, которые отражаются в изменении вышеприведенных числовых характеристик. Эти изменения тем существеннее, чем шире спектр входного сигнала и чем сильнее расстройка. Вычислив относительные изменения параметров доплеровского спектра, можно оценить погрешности измерения статистических характеристик частоты сигнала (скорости).

Известно, что энергетический спектр случайного процесса на выходе линейной системы $G^*(\omega)$ связан простым соотношением со входным энергетическим спектром

$$G^*(\omega) = G(\omega) H(\omega), \quad (14)$$

где $H(\omega) = |H(j\omega)|^2$ — квадрат модуля частотной характеристики системы. Поэтому все параметры спектра на выходе избирательной системы можно определить по формулам, полученным выше, подставив в них вместо $G(\omega)$ выражение для $G^*(\omega)$. (Звездочкой будем обозначать выходные величины.)

Для оценки порядка искажений рассмотрим наиболее простой (в математическом смысле) случай — прохождение нормального случайного процесса с гауссовым энергетическим спектром вида (12) через линейный фильтр с гауссовой частотной характеристикой (гауссов фильтр).

Квадрат модуля частотной характеристики гауссова фильтра представим в виде

$$H(\omega) = \exp \left[-(\omega - \omega_0) / 2\beta_0 \omega_0^2 \right]. \quad (15)$$

Здесь ω_0 — центральная частота фильтра; β_0 — параметр фильтра, характеризующий относительную ширину полосы пропускания.

Определим параметры выходного спектра. По формуле (1) находим среднюю частоту $\bar{\omega}^*$ энергетического спектра на выходе фильтра:

$$\bar{\omega}^* = \int_0^{\infty} \omega g^*(\omega) d\omega \quad (16)$$

($g^*(\omega)$ — нормированный выходной спектр).

При условии $(\Delta^2 \bar{\omega})^{1/2} \ll \bar{\omega}$ можно считать, что $2 \int_0^{\infty} G(\omega) d\omega \cong \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) d\omega$, и интегрировать в бесконечных пределах. После подстановки в формулу (16) выражений (15), (12) и интегрирования получаем

$$\bar{\omega}^* = \bar{\omega} [1 + \mu(1 + \xi)] / [1 + \mu(1 + \xi)^2], \quad (17)$$

где $\mu = \beta/\beta_0$ — параметр, определяющий соотношение между шириной входного энергетического спектра и полосой пропускания фильтра (на одинаковом уровне); $\xi = (\bar{\omega} - \omega_0)/\omega_0$ — относительная расстройка.

Относительное смещение средней частоты $\delta_{\bar{\omega}}$ получаем в следующем виде:

$$\delta_{\bar{\omega}} = (\bar{\omega}^* - \bar{\omega})/\bar{\omega} = -\mu\xi(1 + \xi) / [1 + \mu(1 + \xi)^2]. \quad (18)$$

Как видно из выражений (17), (18), средняя частота энергетического спектра на выходе фильтра отличается от средней частоты входного спектра, если расстройка ξ не равна 0, причем в зависимости от знака расстройки средняя частота спектра на выходе фильтра оказывается выше (при $\xi < 0$) или ниже (при $\xi > 0$) средней частоты выходного спектра.

Средний квадрат частоты спектра на выходе фильтра

$$\bar{\omega}^{2*} = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 g^*(\omega) d\omega. \quad (19)$$

После преобразований получаем

$$\bar{\omega}^{2*} = \bar{\omega}^{2*} (1 + \beta^*). \quad (20)$$

Здесь β^* — новое значение коэффициента относительной ширины спектра:

$$\beta^* = \beta [1 + \mu(1 + \xi)^2] / [1 + \mu(1 + \xi)]^2. \quad (21)$$

Относительные изменения параметров β и $\bar{\omega}^2$ имеют вид:

$$\delta_{\beta} = \frac{\beta^* - \beta}{\beta} = \frac{\mu(1 + \xi)}{1 + \mu(1 + \xi)} \left[1 - \frac{\xi}{1 + \mu(1 + \xi)} \right]; \quad (22)$$

$$\delta_{\bar{\omega}^2} = \frac{\bar{\omega}^{2*} - \bar{\omega}^2}{\bar{\omega}^2} = \frac{2\delta_{\bar{\omega}}}{1 + \beta} + \frac{\delta_{\bar{\omega}}^2}{1 + \beta} - \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{\mu(1 + \xi)^2}{1 + \mu(1 + \xi)^2}. \quad (23)$$

Среднеквадратичную ширину выходного спектра можно найти по формуле (5):

$$\Delta^2 \bar{\omega}^* = \bar{\omega}^{2*} - \bar{\omega}^{2*} = \beta \bar{\omega}^2 / [1 + \mu(1 + \xi)^2]. \quad (24)$$

Относительное изменение среднеквадратичной ширины

$$\delta_{\Delta^2 \bar{\omega}} = -\mu(1 + \xi)^2 / [1 + \mu(1 + \xi)^2]. \quad (25)$$

Из формул (24), (25) следует, что независимо от знака расстройки ξ ширина выходного спектра всегда меньше ширины входного.

Сигнал на выходе фильтра имеет новое значение среднего числа нулевых пересечений:

$$N_0^* = \bar{\omega}^* \sqrt{1 + \beta^*} / \pi. \quad (26)$$

Относительное изменение числа нулей

$$\delta_{N_0} = (1 + \delta_{\bar{\omega}})(1 + \beta^*)^{1/2} / (1 + \beta)^{-1/2} - 1. \quad (27)$$

Для доплеровского сигнала β , как правило, не превышает 0,01, поэтому выражение (27) можно записать в приближенном виде:

$$\delta_{N_0} \cong \delta_{\bar{\omega}} + 0,5 \beta \delta_{\beta} (1 + \delta_{\bar{\omega}}). \quad (28)$$

Чтобы воспользоваться полученными формулами для оценки порядка искажений спектра, найдем возможные границы изменения численных значений β , β_0 и ξ , связав их с реальными параметрами доплеровского спектра и фильтрующей системы.

Доплеровский спектр с гауссовой огибающей вида (12) получается в дифференциальной оптической схеме ЛДИС с гауссовыми пучками. Для такой схемы относительная ширина полосы $\Delta\omega/\bar{\omega}$ высокочастотной части амплитудного спектра (на уровне $1/e$) сигнала от одиночной частицы связана с числом полос M интерференционной картины измерительного объема (на уровне $1/e^2$ от максимума интенсивности) соотношением [1]

$$\Delta\omega/\bar{\omega} = 4\sqrt{2}/\pi M, \quad (29)$$

где число полос M выражается через диаметр падающих пучков D (на уровне $1/e^2$) и расстояние между пучками b (в плоскости фокусирующего объектива) — отношением $M = 4b/\pi D$. Нетрудно убедиться, что параметр β для гауссова энергетического спектра получается равным:

$$\begin{aligned} \beta &= (\Delta\omega/4\bar{\omega})^2 = D^2/8b^2 = \\ &= 2/\pi^2 M^2 \cong 0,2M^{-2}. \end{aligned} \quad (30)$$

Число полос M для реальных доплеровских схем редко бывает менее 10, поэтому параметр β , как это следует из (30), не превышает 0,002.

Параметр фильтра β_0 связан с относительной шириной полосы модуля частотной характеристики фильтра (на

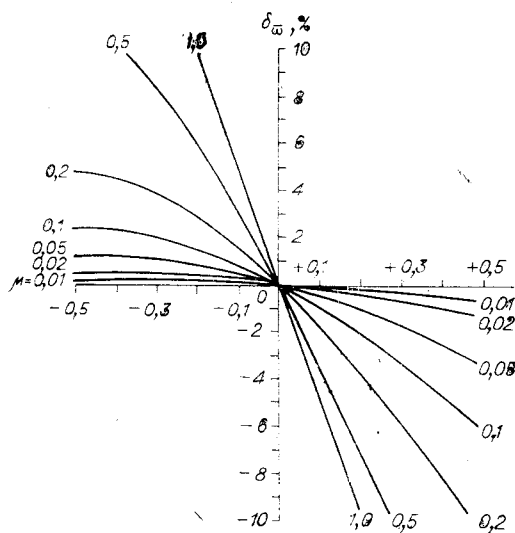


Рис. 1.

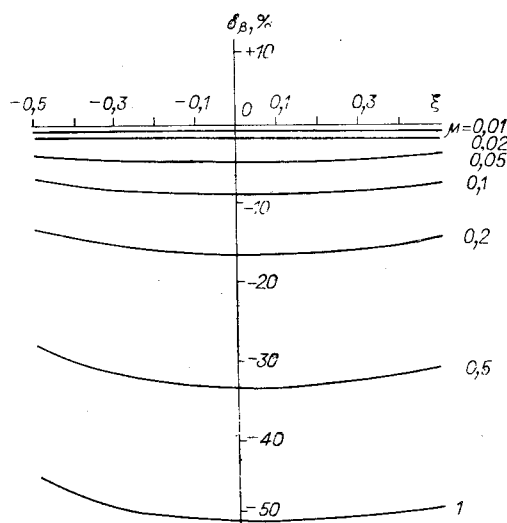


Рис. 2.

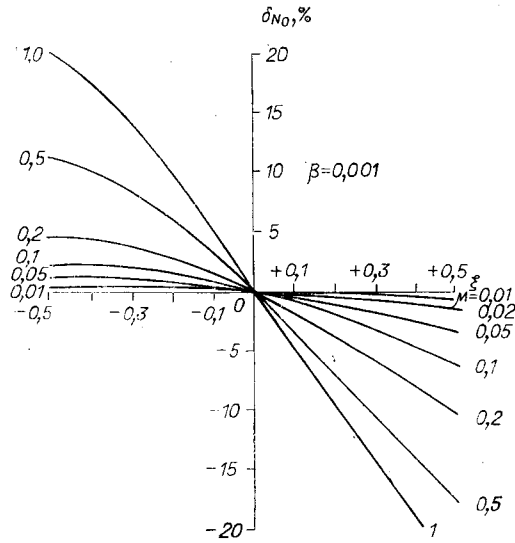


Рис. 3.

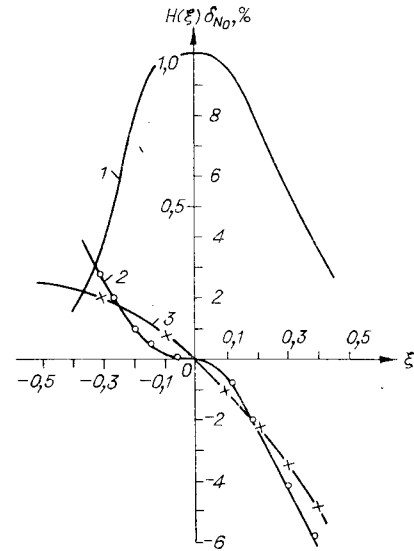


Рис. 4.

уровне $1/e$ от максимума) формулой

$$\beta_0 = (\Omega/4\omega_0)^2. \quad (31)$$

Если принять, что относительная ширина полосы фильтра Ω/ω_0 не менее 0,2, то, как следует из (31), параметр β_0 не меньше, чем 0,0025.

При таких ограничениях на β и β_0 их отношение μ не должно превышать 1.

На рис. 1—3 построены графики зависимостей δ_ω , δ_ν и δ_{N_0} от расстройки ξ при различных числовых значениях β и μ , ограниченных в соответствии с проведенными рассуждениями. Из графиков видно, что смещение средней частоты на выходе фильтра в сильной степени зависит от параметра μ , причем величина смещения оказывается различной в зависимости от знака относительной расстройки ξ даже при одном и том же значении μ . Так, например, при $\mu = 0,1$ положительная расстройка, равная 20%, смещает среднюю частоту спектра на $-2,1\%$, а отрицательная расстройка такой же величины приводит к увеличению средней частоты на $1,5\%$. Относительное изменение параметра β всегда отрицательно и практически не зависит от величины расстройки, а главным образом определяется величиной μ , причем порядок сужения полосы выходного спектра таков же, как и порядок величины μ (например, при $\mu = 0,1$ относительное сужение спектра близко к 0,09). Характер зависимости среднего числа нулевых пересечений от расстройки и μ примерно такой же, как и для средней частоты. Отметим, что форма выходного спектра в рассмотренном случае сохраняется гауссовой и, следовательно, коэффициенты асимметрии и эксцесса равны нулю.

Если сигнал проходит через избирательную систему с частотной характеристикой произвольной формы, то для нахождения параметров энергетического спектра на выходе системы можно воспользоваться приближенными методами, основанными, например, на разложении частотной характеристики в степенной ряд в окрестности средней частоты $\bar{\omega}$ входного спектра.

Некоторые результаты проведенного анализа были проверены экспериментально. Например, была получена зависимость среднего числа

нулей N_{0+}^* доплеровского сигнала от расстройки ξ . Аппаратурой, описанной в [1], измерялось среднее число нулей в секунду доплеровского сигнала с гауссовым энергетическим спектром ($\beta \sim 0,001$), прошедшего через широкополосный и узкополосный фильтры. Нормированная частотная характеристика $H(\xi)$ узкополосного (β_0 порядка 0,01) фильтра приведена на рис. 4 (кривая 1). Здесь же отражена зависимость δ_{N_0} от расстройки ξ (кривая 2). В качестве N_0 принималось среднее число нулей сигнала на выходе широкополосного фильтра, а в качестве N_0^* — на выходе узкополосного. Для сравнения на этом же рисунке построен график зависимости δ_{N_0} от ξ (кривая 3), рассчитанный по формуле (28) для $\beta=0,001$ и $\mu=0,1$. Как видно из рисунка, порядок экспериментально найденной величины δ_{N_0} при расстройках в пределах $\pm 0,3$ близок к теоретическому. При больших расстройках возрастает отклонение экспериментальной кривой от теоретической, что объясняется «негауссовостью» фильтра и влиянием амплитудного порога в счетчике числа нулей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Г. Василенко, Ю. Н. Дубнищев, В. П. Коронкевич, В. С. Соболев, А. А. Столповский, Е. Н. Уткин. Лазерные доплеровские измерители скорости. Новосибирск, «Наука», 1975. 164 с.
2. Б. С. Рижкевичус, В. Й. Смирнов. Оптический доплеровский метод исследования турбулентных потоков с использованием спектрального анализа сигнала. — «Квантовая электроника», 1973, № 2 (14), с. 86—89.
3. C. Greated, T. S. Durrani. Signal analysis for laser velocimeter measurements. — «J. Phys. E», 1971, vol. 4, p. 24—26.
4. R. J. Adrian. Statistics of laser doppler velocimeter signals: frequency measurement. — «J. Phys. E», 1972, vol. 5, № 1, p. 91—95.
5. T. S. Durrani, C. Greated. Theory of LDV tracking systems. — «IEEE Trans. Aerosp. Electr. Syst.», 1974, vol. AES-10, № 4, p. 418—428.
6. P. M. Iten, R. Dändliker. A sampling FM wide-band demodulator useful for laser doppler velocimeters. — «Proc. IEEE», 1972, vol. 60, № 12, p. 1470—1475.
7. M. O. Deighton, E. A. Sayle. An electronic tracker for the continuous measurement of doppler frequency from a laser anemometer. — «DISA Inform.», 1971, № 12, p. 5—10.
8. Ю. Г. Василенко, Ю. Н. Дубнищев, Е. Н. Уткин. О снижении уровня аддитивных помех в выходном сигнале лазерного измерителя. — «Опт. и спектр.», 1973, т. 5, № 2, с. 306—308.
9. Дж. Бендат. Основы теории случайных шумов и ее применение. М., «Наука», 1965. 464 с.
10. В. И. Тихонов. Выбросы случайных процессов. М., «Наука», 1970. 392 с.
11. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. М., «Сов. радио», 1974. 552 с.

Поступила в редакцию 24 марта 1975 г.

УДК 535.417:531.71:531.74

И. С. БОЛДЫРЕВА, В. А. БУТОРИН, Р. М. БЫЧКОВ,
В. И. ВОЛКОВ, В. П. КОРОНКЕВИЧ, Е. С. НЕЖЕВЕНКО

(Новосибирск)

КОНТРОЛЬ РАЗМЕРОВ ДЕТАЛЕЙ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

В настоящее время для контроля размеров деталей сложной формы широко применяются проекционные оптико-механические приборы, принцип действия которых основан на сравнении теневого контура контролируемой детали с эталонным полем допусков. Эталонное поле допусков выполняется на стекле или кальке в виде двойного контура,