таблицы инициации и регистра индивидуальных масок с учетом завершения работы УВВ и номера последнего запроса на прерывание, после чего управление передается прерванной программе. Если к этому моменту появятся новые запросы от УВВ, то управление передается секции обработки запросов прерывания.

Вновь разработанный монитор занимает примерно 700 ячеек памяти. В результате его введения в ОУС несколько увеличилось время реакции системы на запросы прерывания. Проверка показала, что это время составляет: для привилегированного запроса 200 мкс, для запроса со средним приоритетом 300—400 мкс.

Как показывает практика работы с модифицированной ОУС, изменения в модернизированной ОУС претерпела и секция перемещающего загрузчика, так как ряд функций, выполняемых ранее на этапе генерации, перенесен на этап загрузки программ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Супервизоры и операционные системы. Под ред. Дж. Каттла и Р. Робинсона. М., «Мир», 1972.
2. Б. М. Каган, М. М. Каневский. Цифровые вычислительные машины и системы. М., «Энергия», 1974.
3. Э. Л. Неханевич, Б. Л. Сысолетин. Модернизация телетайпного устройства ввода — вывода ЭВМ М-6000.— Препринт № 41-73, Новосибирск, Изд. ИЯФ СО АН СССР, 1973.

Поступила в редакцию
18 февраля 1975 г.

УДК 681.325.3 : 621.391.254

Г. В. НИКУЛИН, В. Л. ТИМЕ

(Ленинград)

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОДА БЕРГЕРА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ «УГОЛ — КОД»

Как показано в [1], повышение достоверности выходной информации преобразователей «угол — код», использующих метод считывания, может быть достигнуто решением двух взаимно связанных задач:

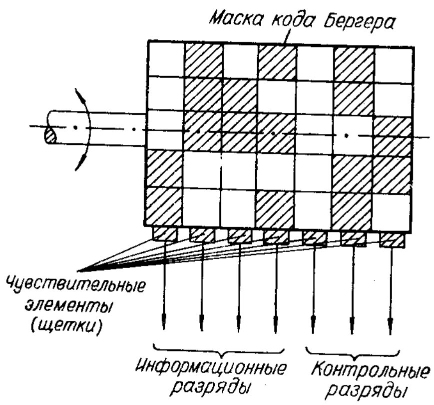
задач выбора избыточного кода, оптимального для контроля данного преобразователя;

задач выбора метода устранения неопределенности в избыточном коде.

В большинстве случаев [1] эти задачи решаются в предположении, что вероятность одновременного появления двух и более неисправностей крайне мала и не берется в расчет. Однако наличие в конструкции известных преобразователей «угол — код» ненадежных элементов, непосредственно преобразующих перемещение в электрический ток, в некоторых случаях заставляет иметь в виду и возможность многократных неисправностей.

В отдельных видах преобразователей «угол — код» наиболее вероятен только один вид искажений в выходной информации, а именно переход «1» в «0» (к таким преобразователям можно отнести, например, контактные преобразователи «угол — код», использующие метод считывания). В этом случае преобразователь можно рассматривать как асимметричный канал. Кодами, оптимальными с точки зрения обнаружения любых ошибок при передаче информации по асимметричному каналу, являются коды Бергера [2]. Кодом Бергера называется несистематический разделимый код длины n, в «k» контрольных разрядах которого записывается сумма нулей информационных символов (либо инвертированная сумма единиц информационных символов). При передаче числа в коде Бергера по такому каналу пропадание любого количества единиц информационных символов увеличивает число нулей, а следовательно, и контрольный код. Пропадание любого количества единиц контрольных разрядов уменьшает значение контрольного кода. Таким образом, любое количество ошибок в информации и контрольном коде приводит к несоответствию суммы нулей принятых информационных символов и значения принятого контрольного кода. Другими словами, искажения любой кратности вида «1» — «0» в выходной информации преобразователя «угол — код», использующего код Бергера, могут быть обнаружены. Задача устранения неопределенностей не исчезает при попытке построения преобразователя, использующего код Бергера. Рассмотрим преобразователь «угол — код», на маску которого нанесен код Бергера (см. рисунок). При считывании кода любые искажения могут быть обнаружены. Однако если считывание кода происходит в момент, когда чувствительные элементы находятся на участке неопределенности, возможны искажения вида «0» — «1», что может привести к пропуску ошибки. Например, на границе чисел 1000.011 и 0111.001 может быть считано искаженное число 1110.001, которое принадлежит коду. Задача устранения неопределенностей для преобразователей «угол — код» может быть решена, по крайней мере, двумя способами: 1) применением метода двойных проб; 2) нанесением на кодовую маску дополнительного разряда устранения неопределенности.

Эти методы описаны в литературе [1, 3]. Основной недостаток их — возможность пропуска ошибки в информации в случае отказа младшего разряда при использовании метода двойных проб, а также в случае отказа разряда устранения неопределенности при использовании второго метода. Действительно, если, например, разряд устранения неопределенности выходит из строя, то считывание на границе двух чисел может привести к искаженному числу, принадлежащему коду Бергера. Цель данной работы — исследование достоверности выходной информации преобразователя «угол — код», использующего код Бергера с разрядом устранения неопределенности. Под достоверностью выходной информации будем понимать вероятность пропуска ошибки.



Преобразователь «угол — код» с маской кода Бергера.

Абсолютная вероятность пропуска ошибки за время $t\,[P_{\text{ош}}(t)]$ может быть определена так:

$$P_{\text{ош}}(t) = P_{\text{о}}(t)\,P_{\text{сч}}(t)\,P_{\text{оун}}P_{\text{но}}, \qquad (1)$$

где $P_{\text{о}}(t)$ — вероятность отказа за время t; $P_{\text{сч}}(t)$ — вероятность считывания в момент неопределенности за время t; $P_{\text{оун}}$ — условная вероятность отказа разряда устранения неопределенности, если отказ произошел; $P_{\text{но}}$ — условная вероятность необнаружения ошибки при условии, что отказ разряда устранения неопределенности произошел при считывании числа в момент неопределенности.

Вероятность $P_{\text{о}(t)}$ может быть определена:

$$P_{\text{о}(t)} = 1 - e^{-\lambda_{\text{о}} t}, \tag{2}$$

где $\lambda_{\text{о}}$ — интенсивность отказов преобразователя. Аналогично

$$P_{\text{сч}(t)} = 1 - e^{-\lambda_{\text{сч}} \Delta t}. \tag{3}$$

Здесь $\lambda_{\text{сч}}$ — интенсивность считывания; Δ — отношение длины участка неопределенности к длине кванта.

Вероятность $P_{\text{оун}}$ может быть определена при условии, что отказы различных разрядов преобразователя равновероятны Тогда

$$P_{\text{оун}} = 1/(n+1), \tag{4}$$

где n — число разрядов кода Бергера.

Условная вероятность необнаружения ошибки $P_{\text{но}}$ может быть определена как среднее арифметическое условных вероятностей необнаружения ошибок при считывании в моменты i-х неопределенностей ($P_{\text{но}}$):

$$P_{\text{но}} = \sum_{i=1}^{2^m} P_{\text{но}\, i}/2^m \tag{5}$$

(m — число информационных разрядов кода Бергера).

Считая, что всевозможные искажения числа при считывании кода на i-м участке неопределенности равновероятны, можно определить $P_{\text{но}i}$:

$$P_{\text{но}\, i} = N_i/2^{d_i}, \tag{6}$$

где N_i — количество всевозможных искажений чисел, принадлежащих коду Бергера, которые могут быть считаны с маски кода в зоне i-й неопределенности; d_i — расстояние Хемминга между числами маски кода Бергера в зоне i-й неопределенности; 2^{d_i} — общее число всех чисел, которые могут быть считаны с маски кода Бергера в зоне i-й неопределенности.

N_i можно определить простым перебором, однако это очень трудоемкая операция, так как общее число шапов

$$Z = \sum_{i=1}^{2^m} 2^{d_i}. \tag{7}$$

Ниже делается попытка упростить определение N_i.

Введем следующее определение: соседними числами (n, m) кода Бергера называются два числа, содержимое информационных разрядов которых отличается на «1».

Введем следующие обозначения: d — расстояние Хемминга между соседними числами (в дальнейшем под числом будем понимать число, принадлежащее коду Бергера); d_1 — расстояние Хемминга между информационными частями двух соседних чисел; d_2 — расстояние Хемминга между контрольными кодами двух соседних чисел ($d_2 = d - d_1$).

Докажем следующие теоремы:

Теорема 1. Для того чтобы при считывании с маски кода Бергера в зоне неопределенности любое искажение информационной части переводило число во множество, не принадлежащее коду Бергера, необходимо и достаточно, чтобы расстояние Хемминга информационных разрядов соседних чисел, на границе которых происходит считывание, было бы не более двух:

$$d_1 \leqslant 2. \tag{8}$$

1. Докажим необходимость. Пусть любое искажение переводит число во множество, не принадлежащее коду Бергера; нужно доказать, что для этого необходимо, чтобы d_1 было не более двух. Докажем от противного. Пусть $d_1>2$, например, равно 3. При этом информационные части двух соседних чисел будут отличаться только в трех правых разрядах

$$\underbrace{\begin{matrix} \ldots\ldots\ldots011 \\ \ldots\ldots\ldots100 \end{matrix}}_{\text{Информационные части}}$$

На месте точек — равные комбинации. При перестановке двух единиц верхнего и нижнего числа на места соответствующих им нулей по вертикали число нулей в обоих числах не изменится, а следовательно, и контрольные коды чисел не изменятся, однако информационные части чисел будут отличаться от исходных; таким образом, при некоторых искажениях информационной части число переходит во множество, принадлежащее коду Бергера. Аналогично это можно доказать и для $d_1>3$. Таким образом, необходимость доказана.

2. Докажем достаточность. Пусть $d_1 \leqslant 2$, требуется доказать, что искажение информационной части приводит к числу, не принадлежащему коду Бергера.

Допустим сначала, что $d_1=2$. При этом информационные части соседних чисел будут выглядеть таким образом:

$$\begin{matrix} \ldots\ldots01 \\ \ldots\ldots10 \end{matrix}$$

Ясно, что контрольные коды этих чисел равны и в них неопределенности быть не может. Искажение может привести к числам, информационные части которых будут равны (. . . . . 11) и (. . . . . 00), а контрольный код равен исходному. Следовательно, полученные числа не принадлежат коду Бергера.

Теперь пусть $d_1=1$. Тогда информационные части соседних чисел примут вид

$$\begin{matrix} \ldots\ldots1 \\ \ldots\ldots0 \end{matrix}$$

При этом можно говорить только об искажении контрольного кода, которое приводит всегда к числу, не принадлежащему коду Бергера. Таким образом, теорема 1 доказана.

Теорема 2. Если при считывании числа с маски кода Бергера в зоне неопределенности чисел с $d_1 \geqslant 3$ контрольный код не исказился, то число искаженных чисел, принадлежащему коду Бергера, равно d_1-1.

Доказательство. Рассмотрим правые d_1 разрядов информационных частей соседних чисел, имеющих $d_1 \geqslant 3$:

$$\underbrace{\begin{matrix} 011\ldots1 \\ 100\ldots0 \end{matrix}}_{d_1}$$

Понятно, что можно произвести d_1-1 перестановок «0» и «1» в первом из d_1 разрядов и «1» и «0» в одном из оставшихся (d_1-1) разрядов. При этом сумма нулей информационных частей не изменится, хотя сами информационные разряды исказятся, а значит, и каждому из двух контрольных кодов соседних чисел с $d_1 \geqslant 3$ соответствует d_1-1 искаженных чисел, принадлежащих коду Бергера, и т. д.

код, соответствующий одному из чисел зоны неопределенности; S_{max} — больший контрольный код, соответствующий другому числу зоны неопределенности, то число искаженных чисел, принадлежащих коду Бергера, будет равно

$$C_{d_1-1}^{S_{max}-S^*}+C_{d_1-1}^{S^*-S_{min}}. \tag{10}$$

Доказательство. Рассмотрим пару соседних чисел, принадлежащих коду Бергера, для которых $d_1 \geqslant 3$:

$$\begin{array}{ll} & \overbrace{\qquad\text{разряд „}d\text{“}\qquad}\\ \text{Число } A\text{:} & 0110110\,\boxed{0}\,111\ldots 1\,S_{min}\\ \text{Число } B\text{:} & 0110110\,\boxed{1}\,\underbrace{000\ldots 0\,S_{max}}_{d_1-1}\end{array}$$

Так как $S_{max}-S_{min}=d_1-2$, а $S_{max}>S^*>S>S_{min}$, то

$$S_{max}-S^*<d_1-1,\ S^*-S_{min}<d_1-1. \tag{11}$$

Очевидно, что S^* можно получить только либо перестановкой единиц из (d_1-1) разрядов числа A в число B, либо перестановкой нулей из (d_1-1) разрядов числа B в число A. Если из (d_1-1) разрядов числа A переставить $\forall(S_{max}-S^*)$ единиц в соответствующие разряды числа B (содержащие нули), то количество нулей информационной части числа B станет равным

$$S_{max}-(S_{max}-S^*)=S^*. \tag{12}$$

Таких перестановок может быть $C_{d_1-1}^{S_{max}-S^*}$. Аналогично, если из (d_1-1) разрядов числа B переставить $\forall(S^*-S_{min})$ нулей на место соответствующих единиц числа A, то контрольный код полученного числа

$$S_{min}+(S^*-S_{min})=S^*. \tag{13}$$

Таких перестановок может быть $C_{d_1-1}^{S^*-S_{min}}$. Понятно, что множества чисел, соответствующих первому и второму случаям, не пересекаются (так как числа, принадлежащие разным множествам, отличаются разрядом d). Таким образом, теорема доказана.

Теорема 4. Если при считывании числа с маски кода Бергера в зоне неопределенности двух чисел с $d_1 \geqslant 3$ выполняются соотношения:

$$S^*=S_{min}-1 \quad (14) \qquad \text{или} \qquad S^*=S_{max}+1, \quad (15)$$

то данному искаженному контрольному коду S^* соответствует только одно искаженное слово, принадлежащее коду Бергера.

Доказательство. Как следует из теоремы 3, любая перестановка любого количества единиц (d_1-1) разрядов числа, контрольный код которого равен S_{min}, на место соответствующих нулей соседнего числа с контрольным кодом S_{max} и наоборот приводит к искаженному контрольному коду $S_{min}<S^*<S_{max}$ (см. теорему 3). Остается только о д и н информационный разряд d, перестановка в котором может привести к соотношениям (14), (15).

Из теоремы 4 вытекает важное с л е д с т в и е:

для искаженных контрольных кодов $S^*>S_{max}+1$ и $S^*<S_{min}-1$ ни одна искаженная кодовая комбинация не принадлежит коду Бергера. Доказательство очевидно.

Теорема 5. При считывании числа с маски кода Бергера в зоне неопределенности чисел

$$00\ .\ .\ .\ 0\ S_{max}$$

и

$$11\ .\ .\ .\ 1\ S_{min}$$

число искаженных комбинаций, принадлежащих коду Бергера, равно $C_m^{S^*}$ для $S^* \neq S_{max}, S_{min}$.

Доказательство. Понятно, что S^* для данного случая всегда лежит в пределах $S_{max} > S^* > S_{min}$. При этом содержимое информационных разрядов в результате искажения может принимать значения от 1 до $2^m - 1$. Поэтому число искаженных чисел, принадлежащих коду Бергера, при этом будет равно числу всех сочетаний из m по S^*, т. е. $C_m^{S^*}$, что и требовалось доказать.

Число информационных разрядов (m)	Общее число разрядов (n)	Вероятность пропуска ошибки ($P_{ош}$, %)
4	7	0,5
6	9	0,4
8	12	0,3

Пользуясь теоремами 1—5, можно определить N_i для всех $i = 1 - 2^m$:

$$N_i = \sum_{j=1}^{2^{d_2 i}} N_{ij}, \qquad (16)$$

где N_{ij} — количество искаженных чисел, принадлежащих коду Бергера, контрольный код которых равен S_{ij}^*.

Если за критерий достоверности принять вероятность пропуска ошибки за время $t \to \infty$ ($P_{ош}$), то

$$P_{ош} = P_{оун} P_{но}. \qquad (17)$$

Подставляя выражения (4)—(6) и (16) в (17), получим

$$P_{ош} = \frac{1}{n+1} \frac{\sum_{i=1}^{2^m} \sum_{j=1}^{2^{d_2}} N_{ij}/2^{d_i}}{2^m}. \qquad (18)$$

Данные вычислений сведены в таблицу.

ВЫВОДЫ

1. Использование кода Бергера в преобразователях «угол — код», построенных по принципу считывания, позволяет повысить достоверность выходной информации.

2. Достоверность выходной информации преобразователей «угол — код», использующих код Бергера, увеличивается с ростом числа разрядов (см. таблицу).

3. Алгоритм вычисления вероятности пропуска ошибки ($P_{ош}$), использующий теоремы 1—5, содержит число шагов вычислений в $\left(\sum_{i=1}^{2^m} 2^{d_i}\right) : \left(\sum_{i=1}^{2^m} 2^{d_i}\right)$ раз меньше, чем при простом переборе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. И. Гитис. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. М., «Энергия», 1970.
2. Теория кодирования. М., «Мир», 1964.
3. Р. К. Ричардс. Элементы и схемы цифровых вычислительных машин. М., Изд-во иностр. лит., 1961.

Поступила в редакцию 25 января 1971 г.