№ 2

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

УДК 681.2.08

М. Д. МАЕРГОЙЗ, Б. Ф. РУДЬКО

(Киев)

О НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВОПРОСАХ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ИЗМЕРЕНИЙ

В фундаментальной работе [1] были изложены основные положения линейной теории измерений. Согласно этой теории, восстановление информации о поле физической величины с помощью линейных измерительных приборов связано с решением интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода

$$\int_D K(x, \xi)\varphi(\xi)d\xi = f(x), \tag{1}$$

где $\varphi(\xi)$ — исследуемая физическая характеристика поля, являющаяся входом в линейный измерительный прибор и которую необходимо определить; $f(x)$ — наблюдаемое показание прибора; $K(x, \xi)$ — единственная и основная характеристика линейного измерительного прибора — его аппаратная функция.

Как видно из соотношения (1), аппаратная функция линейного измерительного прибора не зависит от измеряемой величины $\varphi(\xi)$, а подынтегральное выражение в (1) зависит от измеряемой величины $\varphi(\xi)$ линейно.

В последнее время, в практике измерений используются приборы, аппаратная функция которых зависит от измеряемой величины либо подынтегральное выражение зависит нелинейно от некоторой измеряемой величины. Назовем их нелинейными измерительными приборами и системами. В качестве примера можно привести приборы и системы для измерения концентрации и других физических свойств многокомпонентных газовых и жидких сред.

Восстановление информации о поле физической величины с помощью нелинейных измерительных приборов связано с решением нелинейных интегральных уравнений Урысона

$$\int_D K[x, \xi, \varphi(\xi)]d\xi = f(x) \tag{2}$$

или Гаммерштейна

$$\int_D K(x, \xi)\Phi[\xi, \varphi(\xi)]d\xi = f(x). \tag{3}$$

Основным вопросом линейной и нелинейной теории измерений является вопрос об однозначности и достоверности получаемой информации, т. е. одному наблюдаемому показанию прибора соответствует одна или много исследуемых физических характеристик $\varphi(\xi)$, малым изменениям выхода прибора $f(x)$ — малые или большие изменения входа $\varphi(\xi)$.

В случае линейной теории измерений этот вопрос связан со спектральными свойствами линейного интегрального оператора

$$L\varphi=\int_D K(x,\ \xi)\varphi(\xi)d\xi \tag{4}$$

и тем самым с его пространством нулей $N(L)=\operatorname{cer}(L)$.

Если все множество входов в линейный измерительный прибор является пространством $\boldsymbol{X}$, то его можно представить в виде прямой суммы подпространств

$$\boldsymbol{X}=N(L)+\boldsymbol{X}_1, \tag{5}$$

где $N(L)$ — это то множество входов, которое дает нулевой выход, т. е. такое множество сигналов или изображений и т. п., которые линейным измерительным прибором не воспринимаются.

Таким образом, если $\tilde{\varphi}\in N(L)$, то

$$L\tilde{\varphi}=\int_D K(x,\ \xi)\tilde{\varphi}(\xi)d\xi=0. \tag{6}$$

Подпространство же $\boldsymbol{X}_1$ называется разрешающей способностью линейного измерительного прибора, т. е. это множество входов, допускающее по заданному выходу однозначное распознавание информации. Математически это означает, что одной правой части $f(x)$ в уравнении (1) (одному выходу) на множестве $\boldsymbol{X}_1$ соответствует один и только один вход $\varphi(\xi)$.

Если множество невосприимчивости $N(L)$ состоит только из нулевого элемента $N(L)=\{0\}$, линейный измерительный прибор однозначно распознает информацию на всем пространстве входов, т. е. $\boldsymbol{X}_1=\boldsymbol{X}$.

Если же пространство нулей линейного оператора L состоит не только из нулевого элемента: $N(L)\ni\tilde{\varphi}(\xi)\neq 0$,— то существуют такие входы, на которые линейный измерительный прибор не реагирует ($L\tilde{\varphi}=0$). Тогда задача восстановления информации о поле физической величины с помощью линейного измерительного прибора некорректна, ибо одной и той же правой части $f(x)$ в уравнении (1) (одному и тому же выходу) соответствует множество входов $\hat{\varphi}(\xi)$ [решений уравнений (1)].

В самом деле, если

$$L\varphi=\int_D K(x,\ \xi)\varphi(\xi)d\xi=f(x);\ \varphi(\xi)\in\boldsymbol{X}_1,$$

то и

$$L\hat{\varphi}=L(\varphi+\tilde{\varphi})=\int_D K(x,\ \xi)\,[\varphi(\xi)+\tilde{\varphi}(\xi)]\,d\xi=$$
$$=\int_D K(x,\ \xi)\varphi(\xi)d\xi+\int_D K(x,\ \xi)\tilde{\varphi}(\xi)d\xi=f(x)+0=f(x) \tag{7}$$

для любой функции $\tilde{\varphi}(\xi)\in N(L)$, т. е. для любого невосприимчивого входа $\tilde{\varphi}(\xi)$.

Таким образом, вырожденный (некорректный) линейный измерительный прибор связан с двумя подпространствами пространства входа $\boldsymbol{X}$:

1) $N(L)$ — пространство невосприимчивости входов — пространство нулей линейного оператора L;

2) $\boldsymbol{X}_1$ — подпространство разрешающей способности линейного измерительного прибора.

Мы изложили в удобной для нас форме некоторые положения линейной теории измерений, ибо они будут необходимы при выяснении определенных вопросов нелинейной теории измерений.

Как мы указывали ранее, восстановление информации о поле физической величины с помощью нелинейных измерительных приборов связано с решением нелинейных интегральных уравнений Урысона (2) или Гаммерштейна (3). В технике обычно при рассмотрении задач нелинейной теории измерений широко используется метод линеаризации. При этом возникают два вопроса:

1. Когда метод линеаризации обоснован и применим, а когда нет?
2. Какие необходимо использовать математические методы и средства в случае неприменимости метода линеаризации?

Постараемся ответить на эти вопросы и указать на численные процедуры решения уравнений нелинейной теории измерений (2) и (3). Для этого нам необходимы будут некоторые факты из теории нелинейных интегральных операторов Урысона

$$F(\varphi)=\int_D K[x, \xi, \varphi(\xi)]d\xi$$

и Гаммерштейна

$$F(\varphi)=\int_D K(x, \xi)\Phi[\xi, \varphi(\xi)]d\xi,$$

а также средства нелинейного функционального анализа.

Первой производной по Фреше на функции $\psi(\xi)$ от нелинейных интегральных операторов Урысона и Гаммерштейна будут линейные интегральные операторы, удовлетворяющие соотношениям:

$$L\varphi = F'(\psi)\varphi = \int_D \frac{\partial K[x, \xi, \psi(\xi)]}{\partial\varphi}\varphi(\xi)\,d\xi, \tag{8}$$

$$L\varphi = F'(\psi)\varphi = \int_D K(x, \xi)\frac{\partial\Phi[\xi, \varphi(\xi)]}{\partial\varphi}\varphi(\xi)\,d\xi, \tag{9}$$

т. е. аппаратными функциями линеаризованных приборов будут $\frac{\partial K[x, \xi, \psi(\xi)]}{\partial\varphi}$ и $K(x, \xi)\frac{\partial\Phi[\xi, \psi(\xi)]}{\partial\varphi}$. Условия существования первых производных по Фреше в зависимости от свойств подынтегральных функций в операторах Урысона и Гаммерштейна можно найти в [2]. Пусть решением уравнений (2) или (3) будет функция $\varphi^*(\xi)$. Рассмотрим первую производную по Фреше на этой функции. Если ее пространство нулей $N(L)=N[F'(\varphi^*)]=N_1$ состоит только из нулевого элемента $[N(L)=N[F'(\varphi^*)]=N_1=\{0\}]$, то линейные интегральные уравнения:

$$L\varphi = F'(\varphi^*)\varphi = \int_D \frac{\partial K[x, \xi, \varphi^*(\xi)]}{\partial\varphi}\varphi(\xi)\,d\xi = g(x)$$

или

$$L\varphi = F'(\varphi^*)\varphi = \int_D K(x, \xi)\,\frac{\partial\Phi[\xi, \varphi^*, (\xi)]}{\partial\varphi}\varphi(\xi)\,d\xi = g(x)$$

разрешимы однозначно при любой правой части $g(x)$. Это означает, что разрешающей способностью линеаризованного прибора является все пространство входов $\boldsymbol{X}$ и нет области невосприимчивости входов, т. е. существует обратный оператор $L^{-1}=[F'(\varphi^*)]^{-1}$. В этих условиях метод линеаризации применим, а для решения уравнений нелинейной теории измерений (2) или (3) можно с успехом использовать метод Ньютона — Канторовича

$$\varphi^{k+1}(\xi)=\varphi^k(\xi)-[F'(\varphi^k)]^{-1}[F(\varphi^k)-f(x)] \tag{10}$$

(см. [3]).

Суть этого итеративного метода заключается в следующем:

По k-му приближению $\varphi^k(\xi)$ решается линейное интегральное уравнение

$$\int_D \frac{\partial K[x, \xi, \varphi^k(\xi)]}{\partial\varphi}W(\xi)\,d\xi = \int_D K[x, \xi, \varphi^k(\xi)]\,d\xi - f(x) \tag{11}$$

или

$$\int\limits_D K(x, \xi) \frac{\partial \Phi[\xi, \varphi^k(\xi)]}{\partial \varphi} W(\xi)\, d\xi = \int\limits_D K(x, \xi)\, \Phi[\xi, \varphi^k(\xi)]\, d\xi - f(x).$$

После решения одного из интегральных уравнений (11), т. е. нахождения функции $W(\xi)$, следующее $k+1$ приближение к решению определяется таким образом:

$$\varphi^{k+1}(\xi) = \varphi^k(\xi) + W(\xi). \tag{12}$$

Если же пространство нулей первой производной по Фреше на решении $\varphi^*(\xi)$ состоит не только из нулевого элемента, т. е. существуют такие входы

$$\tilde{\varphi} \in N(L) = N[F'(\varphi^*)] = N_1;\ \tilde{\varphi} \neq 0,$$

которые линеаризованный прибор не воспринимают:

$$L\tilde{\varphi} = F'(\varphi^*)\tilde{\varphi} = \int\limits_D \frac{\partial K[x, \xi, \varphi^*(\xi)]}{\partial \varphi} \tilde{\varphi}(\xi)\, d\xi = 0 \tag{13}$$

или

$$L\tilde{\varphi} = F'(\varphi^*)\tilde{\varphi} = \int\limits_D K(x, \xi) \frac{\partial \Phi[\xi, \varphi^*(\xi)]}{\partial \varphi} \tilde{\varphi}(\xi)\, d\xi = 0,$$

то метод линеаризации не достаточен и задача нелинейной теории измерений называется вырожденной. В этом случае все пространство входов $\boldsymbol{X}$ разбивается на два подпространства

$$\boldsymbol{X} = N_1 + \boldsymbol{X}_1, \tag{14}$$

где $N_1 = N(L) = N[F'(\varphi^*)]$ — область невосприимчивости линеаризованного прибора; $\boldsymbol{X}_1$ — область его разрешающей способности.

Однако в случае вырожденной задачи нелинейной теории измерений недостаточно рассмотрения лишь двух подпространств N_1 и $\boldsymbol{X}_1$, которыми мы ограничивались при анализе вырожденной задачи линейной теории измерений. Необходимо дальнейшее расслоение подпространства N_1 (области невосприимчивости прибора) на серию подпространств. Это расслоение будет достигаться на основе того, что вырожденному нелинейному измерительному прибору в соответствие будет ставиться не только линеаризованный прибор, но и целая цепочка так называемых полилинейных приборов, т. е. некоторая измерительная система. Длина этой цепочки (системы) и будет характеризовать степень вырождения нелинейного вырожденного измерительного прибора.

Постараемся дать математическое определение полилинейного измерительного прибора и степени вырождения нелинейного измерительного прибора.

С линейным измерительным прибором мы связывали линейный оператор, который, действуя на одну функцию — один вход — одну измеряемую физическую величину $\varphi(\xi)$, дает, вообще говоря, другую одну функцию — один выход $f(x)$, т. е. $L\varphi = f$ (рис. 1).

Полилинейный (p-линейный) измерительный прибор мы будем связывать с полилинейным (p-линейным) оператором P, который, действуя линейно на p функций — p входов $\varphi_1(\xi)$,

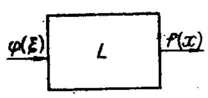

Рис. 1.

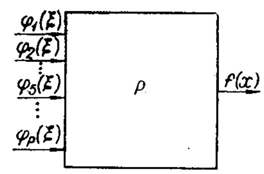

Рис. 2.

$\varphi_2(\xi), \ldots, \varphi_s(\xi), \ldots, \varphi_p(\xi)$, дает одну функцию — один выход $f(x)$, т. е. $P\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s\ldots\varphi_p=f$ (рис. 2). Каждую из функций — каждый из входов $\varphi_s(\xi)$, $s=\overline{1, p}$, мы будем считать принадлежащим пространству входов $\varphi_s(\xi)\in X$, $s=\overline{1, p}$, а всю совокупность из p входов — принадлежащим прямому произведению пространства входов X p раз само на себя, т. е.

$$[\varphi_1(\xi), \varphi_2(\xi), \ldots, \varphi_s(\xi), \ldots, \varphi_p(\xi)] \in \underbrace{X\otimes X\otimes \ldots \otimes X\otimes \ldots \otimes X}_{p \text{ раз}} = X^p.$$

Полилинейный оператор P, а значит и полилинейный прибор называется симметричным, если выполняется соотношение

$$P\varphi_{i_1}\varphi_{i_2}\ldots\varphi_{i_s}\ldots\varphi_{i_p} = P\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s\ldots\varphi_p = f, \tag{15}$$

где $(i_1, i_2, \ldots, i_s, \ldots, i_p)$ — всевозможные перестановки в натуральном ряде чисел $(1, 2, \ldots, s, \ldots, p)$. Это означает, что работа — выход симметричного полилинейного прибора — не зависит от любого видоизменения последовательности входов (рис. 3).

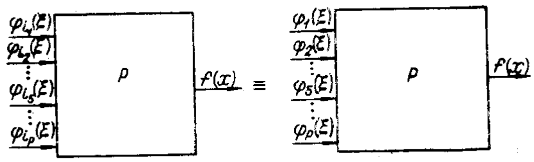

Рис. 3.

Математическая теория полилинейных операторов подробно изучалась в работе [4].

Справедливо следующее утверждение (см. [5]): пространство нулей симметричного полилинейного оператора равно пересечению пространств нулей линейных операторов по всевозможным $p-1$ входам, т. е.

$$N(p) = \bigcap_{\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_s, \ldots, \varphi_{p-1}\in X^{p-1}} N(P\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s\ldots\varphi_{p-1}). \tag{16}$$

Поясним это на примере работы полилинейного измерительного прибора. Если зафиксировать $p-1$ вход, то полилинейный измерительный прибор становится линейным измерительным прибором относительно одного незафиксированного входа. Его область невосприимчивости совпадает с пространством нулей соответствующего линейного оператора $L=P\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s\ldots\varphi_{p-1}$. Таким образом, соотношение (16) свидетельствует о том, что область невосприимчивости симметричного полилинейного (p-линейного) прибора равна пересечению (общей части) областей невосприимчивости всевозможных линейных приборов, получаемых при всевозможных фиксациях $p-1$ входа $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_s, \ldots, \varphi_{p-1}$.

Конкретным примером симметричного полилинейного (p-линейного) оператора может служить p-я производная по Фреше на решении — функции $\varphi^*(\xi)$ от нелинейных операторов Урысона или Гаммерштейна, которая удовлетворяет соотношению

$$P\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s\ldots\varphi_{p-1}\varphi_p = F^{(p)}(\varphi^*)\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s\ldots\varphi_{p-1}\varphi_p =$$
$$= \int_D \frac{\partial^p K[x, \xi, \varphi^*(\xi)]}{\partial^p\varphi}\varphi_1(\xi)\varphi_2(\xi)\ldots\varphi_s(\xi)\ldots\varphi_{p-1}(\xi)\varphi_p(\xi)\,d\xi \tag{17}$$

или

$$P\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s\ldots\varphi_{p-1}\varphi_p = F^{(p)}(\varphi^*)\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s\ldots\varphi_{p-1}\varphi_p =$$
$$= \int_D K(x, \xi)\frac{\partial^p\Phi[\xi, \varphi^*(\xi)]}{\partial^p\varphi}\varphi_1(\xi)\varphi_2(\xi)\ldots\varphi_s(\xi)\ldots\varphi_{p-1}(\xi)\varphi_p(\xi)\,d\xi.$$

Этой p-й производной по Фреше соответствует симметричный полилинейный (p-линейный) измерительный прибор, который является p-м приближением (p-линеаризацией) изучаемого нелинейного измерительного прибора.

Теперь определим степень вырождения нелинейной задачи теории измерений (2) или (3), т. е. длину цепочки измерительной системы, соответствующей нелинейному вырожденному измерительному прибору.

На множестве невосприимчивости линеаризованного прибора, являющегося первым приближением к нелинейному прибору, билинейный (двухлинейный) симметричный измерительный прибор, являющийся вторым приближением к нелинейному измерительному прибору и соответствующий второй производной по Фреше от нелинейного оператора

$$B\varphi_1\varphi_2 = F''(\varphi^*)\,\varphi_1\varphi_2 = \int\limits_D \frac{\partial^2 K[x,\xi,\varphi^*(\xi)]}{\partial^2\varphi}\,\varphi_1(\xi)\,\varphi_2(\xi)\,d\xi \tag{18}$$

или

$$B\varphi_1\varphi_2 = F''(\varphi^*)\,\varphi_1\varphi_2 = \int\limits_D K\,(x,\ \xi)\frac{\partial^2\Phi\,[\xi,\ \varphi^*(\xi)]}{\partial^2\varphi}\,\varphi_1(\xi)\,\varphi_2(\xi)\,d\xi,$$

может также не воспринимать некоторое подмножество входов множества N_1. Это подмножество удовлетворяет соотношению

$$N_2 = N_1 \cap N(B) = N_1 \cap N[F''(\varphi^*)] = N[F'(\varphi^*)] \cap N[F''(\varphi^*)], \tag{19}$$

т. е. это та совокупность входов, которая не воспринимается одновременно обоими измерительными приборами цепочки — системы: линейным, являющимся линеаризацией нелинейного прибора, и билинейным, являющимся билинеаризацией.

Рассуждая аналогично по индукции, предположим, что имеется уже p измерительных приборов цепочки: линейный, осуществляющий линеаризацию, билинейный — билинеаризацию и т. д., s-линейный — s-линеаризацию и т. д., и, наконец, p-линейный, осуществляющий p-линеаризацию. Каждому s-линейному симметричному прибору $(s=\overline{1,p})$, осуществляющему s-линеаризацию нелинейного прибора, соответствует s-я производная по Фреше от нелинейного оператора

$$S\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s = F^{(s)}(\varphi^*)\,\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s =$$
$$= \int\limits_D \frac{\sigma^s K[x,\ \xi,\ \varphi^*(\xi)]}{\partial^s\varphi}\,\varphi_1(\xi)\,\varphi_2(\xi)\ldots\varphi_s(\xi)\,d\xi \tag{20}$$

или

$$S\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s = F^{(s)}(\varphi^*)\,\varphi_1\varphi_2\ldots\varphi_s =$$
$$= \int\limits_D K(x,\ \xi)\,\frac{\partial^s\Phi\,[\xi,\ \varphi^*(\xi)]}{\partial^s\varphi}\,\varphi_1(\xi)\,\varphi_2(\xi)\ldots\varphi_s(\xi)\,d\xi.$$

Множество входов, которые не воспринимают все p приборов одновременно, удовлетворяет соотношению:

$$N_p = \bigcap_{s=\overline{1,p}} N\,[F^{(s)}(\varphi^*)] = \bigcap_{s=\overline{1,p-1}} N\,[F^{(s)}(\varphi^*)] \cap$$
$$\cap N[F^{(p)}(\varphi^*)] = N_{p-1} \cap N[F^{(p)}(\varphi^*)], \tag{21}$$

т. е. это множество равно пересечению пространств нулей всех производных по Фреше от первой до p-й включительно от нелинейного оператора на решении.

Если множество N_p не состоит только из нулевого элемента, т. е. имеются такие входы, которые все p приборов цепочки не распознают, то цепочку можно увеличить еще на один $p+1$-линейный симметричный измерительный прибор, являющийся $p+1$ линеаризацией нелинейного прибора.

Тогда найдется такое число m, для которого справедливо соотношение:

$$N_m = \bigcap_{p=\overline{1,m}} N[F^{(p)}(\varphi^*)] = \bigcap_{p=\overline{1,m-1}} N[F^{(p)}(\varphi^*)] \bigcap$$

$$\bigcap N[F^{(m)}(\varphi^*)] = N_{m-1} \bigcap N[F^{(m)}(\varphi^*)] = \{0\}, \tag{22}$$

т. е. не найдется такого входа, который не воспроизводился бы (не распознавался бы) приборами цепочки, переходящей в измерительную систему, адекватно описывающую вырожденный нелинейный измерительный прибор. Само же натуральное число m называется степенью вырождения нелинейной задачи теории измерений — нелинейного измерительного прибора. Таким образом, мы расслоили подпространство N_1 на серию подпространств N_p, удовлетворяющих рекуррентному соотношению (21) для $p=\overline{2,m}$. Из рекуррентного соотношения (21) также следует, что подпространство N_{p-1} более широкое, чем подпространство N_p, т. е. множество невосприимчивых входов одновременно $p-1$ приборами цепочки шире, нежели множество невосприимчивых входов одновременно p приборами цепочки. Это означает, что увеличение длины цепочки уменьшает множество невосприимчивых входов. Из рекуррентного соотношения (21) также вытекает новое рекуррентное соотношение

$$N_{p-1} = N_p + \boldsymbol{X}_p; \quad p=\overline{2, m}, \tag{23}$$

которое означает, что множество входов одновременно невосприимчивых $p-1$ приборами цепочки разно множеству входов невосприимчивых p приборами цепочки одновременно плюс множество разрешающей способности p приборов одновременно $\boldsymbol{X}_p$. Из соотношения (22) и (23) следует

$$N_{m-1} = \{0\} + \boldsymbol{X}_m, \tag{24}$$

т. е. разрешающая способность m приборов цепочки совпадает с областью невосприимчивости $m-1$ приборов.

Для решения вырожденных нелинейных уравнений теории измерений (2) или (3) неприменим метод Ньютона — Канторовича, ибо норма обратного оператора к первой производной по Фреше $\|[F'(\varphi)]^{-1}\|$ будет неограниченной в любой окрестности решения $\varphi^*(\xi)$.

Вместо процесса (10), т. е. метода Ньютона — Канторовича, целесообразно пользоваться итеративным процессом

$$\varphi^{k+1}(\xi) = \varphi^k(\xi) - \sum_{p=1}^{m} p\pi_p \{[F'(\varphi^k)]^{-1} [F(\varphi^k) - f(x)]\}, \tag{25}$$

где π_p — операторы проектирования из всего пространства входов $\boldsymbol{X}$ в подпространства разрешающей способности p приборов цепочки одновременно. Безусловно, определение пространств $\boldsymbol{X}_p$ связано с решением спектральных задач для серии линейных интегральных уравнений:

$$L\varphi = F^{(p)}(\varphi^k)(\varphi^k)^{p-1}\varphi = \int_D \frac{\partial^p K[x, \xi, \varphi^k(\xi)]}{\partial^p \varphi} [\varphi^k(\xi)]^{p-1}\varphi(\xi)\, d\xi = \lambda\varphi(\xi) \tag{26}$$

или

$$L\varphi = F^{(p)}(\varphi^k)(\varphi^k)^{p-1}\varphi = \int_D K(x, \xi) \frac{\partial^p \Phi[\xi, \varphi^k(\xi)]}{\partial^p \varphi} [\varphi^k(\xi)]^{p-1}\varphi(\xi)\, d\xi = \lambda\varphi(\xi);$$

$$p=\overline{1, m}.$$

Для номеров итерации $k \geqslant p-1$ вместо $[\varphi^k(\xi)]^{p-1}$ можно использовать $\varphi^k(\xi)\varphi^{k-1}(\xi)\ldots\varphi^{k-p+1}(\xi)$.

В работе [5] доказана квадратичная скорость сходимости процесса (25) и уделено внимание его численной реализации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Марчук, Ю. П. Дробышев. Некоторые вопросы линейной теории измерений.— «Автометрия», 1967, № 3, с. 24—31.
2. М. А. Красносельский, П. П. Забрейко, Е. И. Пустыльник, П. Е. Соболевский. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. М., «Наука», 1966.
3. Л. В. Канторович, Г. П. Акимов. Функциональный анализ в нормированных пространствах. М., «Наука», 1959.
4. М. К. Гавурин. О k-кратно линейных операциях в пространстве Банаха.— «ДАН», 1939, т. 22, № 4, с. 547—551.
5. M. D. Majergois, I. N. Moltschanov. Uber die entartete (mehrfache) Lösung nichtlinearer System und das Verfahren zu ihrer Bestimmung.— Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschuhe Otto von Guericke Magdeburg, 17, 1973, Heft 1, Seite 85—97.

Поступила в редакцию
13 мая 1975 г.

УДК 62.506.1+681.3.01

В. П. БУДЯНОВ, А. О. ЕГОРШИН, Н. П. ФИЛИППОВА
(Новосибирск)

О ПРЯМОМ ПОДХОДЕ К ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ

В статье рассматривается новый подход к численному решению ряда задач анализа и синтеза динамических систем одного класса, описываемых линейными дифференциальными уравнениями (ДУ). Статистической основой предлагаемых методов оптимизации динамических систем (ОДС) является метод максимального правдоподобия (ММП). Центральная из рассматриваемых задач — задача оптимальной и достаточно оперативной идентификации (оценивания коэффициентов ДУ) динамических систем указанного класса при наличии значительных помех в измерительной информации (ИИ) — регистрациях входных и выходных сигналов. Известные общие методы задач ОДС (принцип максимума(квазилинеаризация [1, 2]) весьма сложны и могут быть практически применимы лишь в достаточно простых случаях.

1. ВВЕДЕНИЕ

Подход, используемый здесь, является следствием попытки найти численный метод решения совокупности обратных задач (ОЗ) для данного объекта — оценивание его оператора или входного сигнала по зашумленным исходным данным — с максимальным и адекватным привлечением априорной информации об исследуемой системе. Разработанные численные методы решения некоторых задач ОДС основаны на непосредственном использовании его описания в виде ДУ вместе с явным решением соответствующих вариационных задач, сводимых обычно [1—3] к двухточечным краевым задачам.

Со статистической точки зрения здесь решается специальная задача оценивания коэффициентов авторегрессионной модели, не исследованная в общем виде в литературе. Простой частный случай (он будет отмечен в статье) был исследован в работах [4, 5]. Статистические свойства оценок параметров динамических систем, которые могли бы быть получены применением ММП к этой задаче в общем случае, были ис-