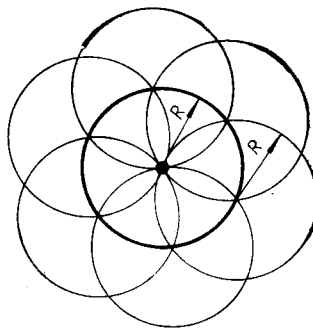


С. Л. ГОРЕЛИК, В. А. ПИНЦОВ, Л. А. ПИНЦОВ

(Ленинград)

ПРИМЕНЕНИЕ НЕТОЧЕЧНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ К РАСПОЗНАВАНИЮ ОБРАЗОВ

При обработке контурных изображений часто возникает необходимость обнаружения заданного геометрического образа на сложном фоне. При этом во многих случаях существенно не только указать образ, но и определить его положение и размеры. В настоящей работе предлагается метод решения указанной задачи, основанный на использовании неточечных преобразований, т. е. преобразований, которые сопоставляют точке некоторое множество. Идея метода заключается в том, что каждой точке исходного двухградационного изображения (в том числе и шумовой) ставится в соответствие гиперповерхность в многомерном пространстве параметров искомого объекта, вид которой определяется этим объектом. Количество гиперповерхностей, проходящих через точку пространства параметров, представляет собой целочисленную функцию, определенную на этом пространстве. Координаты локальных максимумов этой функции являются параметрами искомого объекта. Например, пусть требуется найти в изображении, содержащем различные геометрические образы (прямоугольники, эллипсы, треугольники и т. д.), все окружности заданного радиуса R .



Вокруг каждой точки изображения опишем окружность радиуса R (см. рисунок). В данном случае пространство параметров двумерно (параметрами являются координаты центров), а гиперповерхности превращаются в окружности. Очевидно, что функция, равная числу окружностей, проходящих через данную точку, имеет локальные максимумы в центрах искомого окружностей.

Перейдем к точному изложению. Пусть в области $\Pi \subset R^2$ заданы двухградационное изображение $B(x)$ и функция $f(x)$, $x = (x_1, x_2) \in R^2$. Под кривой Γ_f в изображении $B(x)$ будем понимать множество точек x , в которых $B(x) = 1$, а $f(x) = 0$. Будем считать, кроме того, что имеется параметрическая группа G преобразований плоскости $\tilde{x}_1 = \varphi(x, a)$, $\tilde{x}_2 = \psi(x, a)$, где $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ — набор параметров группы G . Классом $\bar{\Gamma}_f$ кривой Γ_f относительно группы G назовем совокупность кривых, определяемых равенствами $f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = 0$ при всевозможных значениях параметров a_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Требуется выделить в исходном изображении $B(x)$ все отрезки кривых, принадлежащих классу $\bar{\Gamma}_f$ относительно группы G . Пусть $F(x, \xi)$ — функция, определенная на R^{n+2} ($\xi \in R^n$). Построим образ (представляющий собой функцию на R^n)

$$C(\xi) = \sum_k B(x_k) \chi(x_k, \xi)$$

изображения $B(x)$, где x_k — конечное множество точек из Π , а

$$\chi(x, \xi) = \begin{cases} 1, & \text{если } F(x, \xi) = 0, \\ 0, & \text{если } F(x, \xi) \neq 0. \end{cases}$$

Такое построение $C(\xi)$ реализует неточечное геометрическое преобразование, сопоставляющее каждой точке $x \in \Pi$, в которой $B(x) = 1$, гиперповерхность в R^n , определяемую уравнением

$$F(x, \xi) = 0. \quad (1)$$

При этом $C(\xi)$ — число гиперповерхностей, проходящих через точку ξ . В дальнейшем мы будем рассматривать дискретные изображения [1]. Для таких изображений $C(\xi)$ будет неотрицательным целым числом. Если мы хотим теперь опознать в $B(x)$ отрезки кривых, принадлежащих классу $\bar{\Gamma}_j$, то при подходящем выборе функции F достаточно найти локальные максимумы функции $C(\xi)$. Координаты локальных максимумов определяют параметры элементов класса $\bar{\Gamma}_j$, имеющихся в исходном изображении. Например, можно положить

$$F(x, \xi) = f[\varphi(x, \xi), \psi(x, \xi)]. \quad (2)$$

В этом случае координаты локальных максимумов совпадают с указанными параметрами. Рассмотренный метод дает тот же результат и имеет ту же общность, что и известный корреляционный метод [2], однако приводит к другому алгоритму вычислений $C(\xi)$, который, как следует из дальнейшего, требует существенно меньшего времени.

Возможны и другие выборы функции $F(x, \xi)$. Например, преобразование

$$\xi[a_{11}f(x) + a_{12}y + a_{13}] + \eta[a_{21}f(x) + a_{22}y + a_{23}] + a_{31}f(x) + a_{32}y + a_{33} = 0, \quad (3)$$

где $f(x)$ — заданная функция, а a_{ij} — произвольные вещественные числа, переводит точку (x, y) в прямую на плоскости с координатами (ξ, η) . При $f(x) = x$ формула (3) задает классическое преобразование корреляции, хорошо известное в проективной геометрии [3].

С помощью преобразования (3) можно выделить в изображении отрезки кривых $y = c_1f(x) + c_2$ (c_1, c_2 — произвольные постоянные), которым соответствуют локальные максимумы функции $C(\xi)$ с координатами

$$\xi = - \frac{\begin{vmatrix} a_{31} + a_{32}c_1 & a_{21} + a_{22}c_1 \\ a_{33} + a_{32}c_2 & a_{23} + a_{22}c_2 \end{vmatrix}}{\Delta},$$

$$\eta = - \frac{\begin{vmatrix} a_{11} + a_{12}c_1 & a_{31} + a_{32}c_1 \\ a_{13} + a_{12}c_2 & a_{33} + a_{32}c_2 \end{vmatrix}}{\Delta},$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} + a_{12}c_1 & a_{21} + a_{22}c_1 \\ a_{13} + a_{12}c_2 & a_{23} + a_{22}c_2 \end{vmatrix}.$$

В частном случае $a_{23} = -a_{12} = -a_{31} = -a_{11} = -a_{32} = 1$, $a_{13} = a_{21} = a_{22} = a_{33} = 0$ и $f(x) = x$ преобразование (3) использовалось для задач распознавания в [4] (см. также [1]).

Рассмотрим алгоритм, реализующий предложенный метод:

1. Исходное изображение вводится в ЭВМ, при этом не обязательно хранить изображение в оперативной памяти.

2. В оперативной памяти резервируется n -мерный массив, размеры которого выбираются в зависимости от свойств обрабатываемого изображения и требований к точности распознавания.

3. Последовательно просматривается исходное изображение. Для первой точки x_1 , в которой $B(x_1) = 1$, вычисляются значения параметров ξ , удовлетворяющие уравнению

$$f[\varphi(x_1, \xi), \psi(x_1, \xi)] = 0 \text{ [см. (1) и (2)].} \quad (4)$$

В точки, с координатами ξ зарезервированного в п. 2 массива, удовлетворяющими уравнению (4), заносятся единицы.

4. Для каждой следующей точки x_i ($i > 1$), изображения в которой $B(x_i=1)$, производится переадресация таблицы значений ξ , вычисленной в п. 3 в соответствии с заданной группой G .

Например, если G — группа сдвигов на плоскости, то переадресация заключается в сдвиге координат ξ таблицы на величину $x_i - x_1$. Для группы гомотетий на плоскости производится умножение координаты ξ_1 на $\frac{x_1^{(1)}}{x_i^{(1)}}$, а ξ_2 на $\frac{x_1^{(2)}}{x_i^{(2)}}$. Здесь $\xi = (\xi_1, \xi_2)$, $x_i = (x_i^{(1)}, x_i^{(2)})$, $x_1 = (x_1^{(1)}, x_1^{(2)})$.

К вновь полученным адресам добавляются единицы.

После обработки всего исходного изображения в массиве, описанном в п. 2, построен образ $C(\xi)$.

Заметим, что описанная переадресация возможна только для транзитивной группы G . В противном случае вычисления п. 3 нужно производить для всех точек изображения с ненулевой яркостью. Однако в большинстве практически встречающихся задач группа G транзитивна.

5. По заданным порогам λ_j ($j=1, 2, \dots, r$) определяются все точки образа $C(\xi)$, в которых $C(\xi) \geq \lambda_j$. В результате находятся локальные максимумы функции $C(\xi)$.

Эффективность приведенного алгоритма по сравнению с рассмотренным в работе [2] объясняется исключением полного перебора всех параметров группы G . При этом, используя переадресацию п. 4, можно избежать многократного решения уравнения (4).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Розенфельд. Распознавание и обработка изображений с помощью вычислительных машин. М., «Мир», 1972.
2. В. А. Ковалевский. Корреляционный метод распознавания изображений.— «Журн. вычисл. мат. и мат. физ.», 1962, т. 2, № 4.
3. Г. Буземан, Дж. Келли. Проективная геометрия и проективные метрики. М., Изд-во иностр. лит., 1957.
4. P. V. C. Hoogh. Method and means for recognizing complex patterns.— Pat. США № 3069654 (Dec. 18, 1962).

Поступила в редакцию 3 июля 1973 г.

УДК 681.335

Ю. В. БУХАРЦЕВ, А. Е. ЗВЕРЕВ

(Москва)

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА ЕМКОСТНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

В работе рассматривается приближенный подход к проблеме синтеза емкостных преобразователей. Целью решения таких задач является построение контуров емкостных устройств преобразования, обеспечивающих заданную функцию изменения емкости при перемещении, линейном или угловом, одной из составляющих контура.

Получена вариационная формула изменения емкостного коэффициента при гладких вариациях границ преобразователя. На базе этой формулы выведено интегральное уравнение, позволяющее по заданной