АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 2 1975

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 62-50 : 519.8

В. Д. ГРЕБЕННИК, А. Н. ЕФИМОВ
(Харьков)

ОСОБЕННОСТИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕДУР КОНТРОЛЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМ ЭКСПЕРИМЕНТОМ

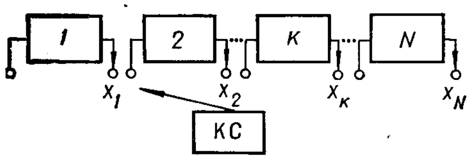
В настоящее время при оптимизации контроля работоспособности стараются минимизировать среднее время контроля t_k. Такой метод является эффективным для систем, у которых время контроля пренебрежимо мало по сравнению с временем основной работы [1, 2].

Однако имеется целый ряд объектов, для которых такое допущение несправедливо. Так, например, в системах управления сложным экспериментом время подготовки может намного превосходить время основной работы. При этом и время контроля может быть соизмеримо с длительностью протекания эксперимента. В этом случае представляется естественным максимизировать вероятность (P) того, что система управления не потеряет работоспособности в течение заданного времени после окончания проверки.

Легко показать, что оптимальная процедура по критерию минимального времени t_k предполагает (при прочих равных условиях) первой контролировать наиболее ненадежную систему, тогда как оптимизация по критерию максимума P (при тех же условиях) требует, чтобы наиболее ненадежную систему контролировать последней.

Покажем зависимость P от процедуры контроля и назначим оптимальную процедуру.

Пусть работоспособность объекта характеризуется некоторым набором параметров $X=\{x_k\}$, для значений которых установлены пределы допустимых отклонений. Контроль каждого параметра предполагает один из двух возможных исходов: положительный, если параметр находится в зоне допуска, и отрицательный, если параметр вышел из допустимой зоны. Объект состоит из N элементов (блоков), отказ каждого вызывает выход из зоны только одного параметра из X. (Такое допущение вводится для простоты изложения.) Для проведения контроля необходимо включить объект, после чего система контроля СК производит поочередный опрос параметров x_k всех N блоков, подавая при необходимости нужные входные воздействия. Проверка параметра x_k продолжается в течение времени τ_k (см. рисунок).



Для такой модели контроля принятое решение о работоспособности объекта к моменту окончания контроля будет лишь с некоторой степенью вероятности адекватно его состоянию в этот момент.

Исходные данные для определения характеристик надежности объекта считаются известными, тогда вероятность выполнения задачи i-м элементом выражается в виде

$$P_i=P_i(\Theta_k)P(t_p), \qquad (1)$$

где $\Theta_k=\sum_{j=k+1}^{N}\tau_j$ — время от момента окончания проверки i-го элемента на k-м шаге до момента окончания контроля работоспособности объекта; t_p — время выполнения основной задачи.

Предполагая отказы в блоках независимыми, получаем выражение для вероятности выполнения объектом поставленной задачи

$$P = \prod_{i=1}^{N} P_i = \prod_{i=1}^{N} P_i(\Theta_k) P_i(t_P). \tag{2}$$

В выражении (2) $P_i(\Theta_k)$ зависит от процедуры контроля работоспособности. Действительно, если исходная процедура $\pi_1 = \{1_1, 2_2, \ldots, g_g, \ldots, i_k, \ldots, l_l, \ldots, n_n\}$ после внесения инверсии превращается в $\pi_2 = \{1_1, 2_2, \ldots, l_g, \ldots, i_k, \ldots, g_l, \ldots, n_n\}$, то значения

$$P_{\pi_1} = P_1\left(\sum_{j=2}^{N} \tau_j\right) P_2\left(\sum_{j=3}^{N} \tau_j\right) \ldots P_g\left(\sum_{j=g+1}^{N} \tau_j\right) \ldots P_l\left(\sum_{j=l+1}^{N} \tau_j\right) \ldots P_n(0)$$

и

$$P_{\pi_2} = P_1\left(\sum_{j=2}^{N} \tau_j\right) P_2\left(\sum_{j=3}^{N} \tau_j\right) \ldots P_l\left(\sum_{j=g+1}^{N} \tau_j\right) \ldots P_g\left(\sum_{j=l+1}^{N} \tau_j\right) \ldots P_n(0)$$

будут различаться, если плотности потока отказов l-го и g-го элементов не тождественны. Запись i_k означает, что i-й элемент проверяется на k-м шаге.

Назначим оптимальную процедуру контроля, т. е. такую, при которой выражение (2) принимает максимальное значение.

Для получения аддитивной функции прологарифмируем (2):

$$F^* = \ln P = \sum_{i=1}^{N} \ln P_i(\Theta_k) + \sum_{i=1}^{N} \ln P_i(t_P). \tag{3}$$

Второе слагаемое в выражении (3) не зависит от последовательности контроля, поэтому оптимизацию будем производить, минимизируя выражение

$$F = \sum_{i=1}^{N} - \ln P_i(\Theta_k) = \sum_{i=1}^{N} F_i(\Theta_k) \tag{4}$$

(где $F_i(\Theta_k) = -\ln P_i(\Theta_k)$ — эффективность измерения i-й компоненты на k-м шаге; $\Theta_k = \sum_{j=k+1}^{N} \tau_j$ — время от момента окончания контроля i-го элемента до окончания контроля работоспособности всей системы), тогда (2) принимает максимальное значение.

Оптимизацию проведем, пользуясь методами динамического программирования [3]. Оптимальную процедуру $\pi_{опт}$ можно представить перестановкой $(\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_n)$ целых чисел от 1 до n, показывающих, что контроль работоспособности нужно производить в порядке $x_{\rho_1}, x_{\rho_2}, \ldots, x_{\rho_n}$.

Для минимизации (4) запишем следующие рекуррентные соотношения:

$$n(S) = 1;\ F(\{j\}) = F_j(0); \tag{5}$$
$$n(S) > 1;\ F(S) = \min[F(S-j) + F_j(\Theta_s)],$$

где $S = \{\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n(S)\}$ — подмножество множества $\{1, 2, \ldots, n\}$; $\Theta_S = \sum_{\alpha \subseteq S} \tau_\alpha$; $(S-j)$ — множество, полученное из S при выбрасывании из него j.

Определив рекурсивно по формулам (5) $F(S)$ для всех $S \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$, производим построение оптимальной процедуры по выражению

$$F[\{\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_\psi\}] = F(\{\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_{\psi-1}\}) + F_{\rho_\psi}(\Theta_\psi); \tag{6}$$

ρ_1 получаем первым, а затем последовательно $\rho_2, \rho_3, \ldots, \rho_n$.

Для частного, но широко распространенного случая отсутствия резервирования можно получить простой алгоритм оптимизации, аналогичный [4].

Предположим, что существует оптимальный алгоритм $\pi_1 = \{1, 2, 3, \ldots, k-1, k, k+1, \ldots, N\}$ контроля блоков объекта и величина P_{π_1} максимальна, тогда перестановка в процедуре контроля k и $k-1$ блока приводит к $\pi_2 = \{1, 2, \ldots, k, k-1, k+1, \ldots, N\}$ и дает

$$P_{\pi_2} \leqslant P_{\pi_1}; \tag{7}$$

$$\exp\left\{-\left[\lambda_1 \sum_{i=2}^{N} \tau_i + \ldots + \lambda_{k-1}\left(\tau_k + \sum_{i=k+1}^{N} \tau_i\right) + \lambda_k \sum_{i=k+1}^{N} \tau_i + \ldots + \lambda_{n-1}\tau_n\right]\right\} \geqslant$$
$$\geqslant \exp\left\{-\left[\lambda_1 \sum_{i=2}^{N} \tau_i + \ldots + \lambda_k\left(\tau_k + \sum_{i=k+1}^{N} \tau_i\right) + \lambda_{k-1} \sum_{i=k+1}^{N} \tau_i + \ldots + \lambda_{n-1}\tau_n\right]\right\};$$

$$\lambda_{k-1}\tau_k + \lambda_{k-1} \sum_{i=k+1}^{N} \tau_i + \lambda_k \sum_{i=k+1}^{N} \tau_i \leqslant \lambda_k \tau_{k-1} + \lambda_k \sum_{i=k+1}^{N} \tau_i + \lambda_{k-1} \sum_{i=k+1}^{N} (\tau_i);$$
$$\lambda_{k-1}\tau_k \leqslant \lambda_k \tau_{k-1}. \tag{8}$$

Таким образом, для максимизации вероятности P достаточно, чтобы для любых двух соседних в процедуре параметров выполнялось неравенство (8).

Применение неоптимальной процедуры контроля может привести к ситуации, когда измерение очередного параметра x_l не увеличивает вероятности P, так как время до окончания контроля параметров, измеренных раньше x_l, увеличивается. Запишем условие, при котором измерение l-й компоненты не увеличивает вероятности P:

$$P^{l-1} \geqslant P^l, \tag{9}$$

где P^{l-1} — вероятность выполнения задачи при контроле $l-1$ параметра, P^l — вероятность выполнения задачи при контроле l параметров;

$$\prod_{i=1}^{l-1} P_i\left(\Theta_i^{l-1}\right) P_l\left(t_{nn}+t_k^{l-1}\right) \prod_{j=1}^{l} P\left(t_P\right) \geqslant \prod_{j=1}^{l} P_i\left(\Theta_i^l\right) \prod_{j=1}^{l} P\left(t_P\right);$$

$$\frac{P_l\left(t_{nn}+t_k^{l-1}\right)}{P_l\left(\Theta_l^l\right)} \geqslant \frac{\prod\limits_{i=1}^{l-1} P_i\left(\Theta_i^l\right)}{\prod\limits_{i=1}^{l-1} P_i\left(\Theta_i^{l-1}\right)}. \tag{10}$$

Здесь Θ_i^l, Θ_i^{l-1} — время от момента окончания контроля i-го блока до момента окончания контроля системы при проверке l и $l-1$ параметра соответственно; t_{nn} — время от предыдущей проверки до начала контроля; t_k^{l-1} — полное время контроля системы при проверке $l-1$ параметра.

Для нерезервированной аппаратуры:

$$\exp\left\{-\left[k\lambda_l t_{nn}+\lambda_l \sum_{i=1}^{l-1} \tau_i-\lambda_l 0\right]\right\} \geqslant \exp\left\{-\left[\sum_{i=1}^{l-1} \lambda_i \sum_{j=i+1}^{l} \tau_j-\sum_{i=1}^{l-1} \lambda_i \sum_{j=i+1}^{l-1} \tau_j\right]\right\};$$

$$-\left\{k\lambda_l t_{nn}+\lambda_l \sum_{i=1}^{l-1} \tau_i\right\} \geqslant -\sum_{i=1}^{l-1} \lambda_i\left[\sum_{j=i+1}^{l} \tau_i-\sum_{j=i+1}^{l-1} \tau_i\right]; \tag{11}$$

$$k\lambda_l t_{nn}+\lambda_l \sum_{i=1}^{l-1} \tau_i \leqslant \sum_{i=1}^{l-1} \lambda_i \tau_l,$$

где $k\lambda_l$ — интенсивность отказов l-го блока в нерабочем режиме.

Выполнение неравенства (11) свидетельствует о том, что в процедуре контролируются «лишние» параметры в смысле максимума вероятности P. Покажем, что этот эффект не наблюдается в случае оптимальной процедуры.

В оптимальной процедуре $\lambda_l\tau_i \geqslant \lambda_i\tau_l$ для всех $l>i$, а значит

$$\sum_{i=1}^{l-1} \lambda_l \tau_i \geqslant \sum_{i=1}^{l-1} \lambda_i \tau_l, \tag{12}$$

т. е. неравенство (11) не выполняется при всех λ_i и τ_i ($i=1, 2,..., l$).

В общем случае для оптимального алгоритма неравенство (9) также не выполняется при любых характеристиках блоков и параметров объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Ф. Верзаков, Н. В. Киншт, В. И. Рабинович, Л. С. Тимонен. Введение в техническую диагностику. М., «Энергия», 1968.
2. П. И. Кузнецов, Л. А. Пчелинцев, В. С. Гайденко. Контроль и поиск неисправностей в сложных системах. М., «Советское радио», 1969.
3. М. Хелд, Р. М. Карп. Применение динамического программирования к задачам упорядочения.— В кн.: Кибернетический сборник. Вып. 9. М., «Мир», 1964.
4. В. Н. Бойков, В. И. Рабинович. Об информационной оценке измерительного информационного устройства, состоящего из последовательно соединенных элементов.— В кн.: Информационные методы в системах управления, измерения и контроля. (Доклады семинара). Владивосток, 1968.

Поступила в редакцию 2 марта 1971 г.;
окончательный вариант — 3 января 1973 г.