Решая совместно уравнения (17) и (18), получим для установившегося режима измерения при $K_m(\tau) = K_m(0)\, e^{-\gamma_m|\tau|}$

$$\overline{u(t)} \xrightarrow[t\to\infty]{} \overline{\Theta} + \frac{K_{m\Theta}(0)}{\overline{m}} \, \frac{1 - \dfrac{\overline{m}}{\overline{m} + \gamma_{m\Theta}}}{1 - k^2 \dfrac{\overline{m}}{\overline{m} + \gamma_m}}. \tag{19}$$

Рассмотрим два численных примера, из которых становится очевидной вполне удовлетворительная точность полученных выше приближенных соотношений.

1. $\overline{\Theta}=0$; $\overline{m}=10^4$ 1/ч; $\gamma_m=8\cdot10^3$ 1/ч; $\gamma_{m\Theta}=80$ 1/ч; $k=0{,}4$; $K_{m\Theta}(0)=\rho\sqrt{K_m(0)K_\Theta(0)}$; $\rho=0{,}8$; $K_\Theta(0)$ — дисперсия измеряемой характеристики $\Theta(t)$.

По точной формуле (11) $\dfrac{\overline{u(t)}}{\sqrt{K_\Theta(0)}} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0{,}00329$.

Соотношение (16) дает $\dfrac{\overline{u(t)}}{\sqrt{K_\Theta(0)}} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0{,}00254$, что отличается на $\sim 22\%$ от точного результата.

Из (19) получаем $\dfrac{\overline{u(t)}}{\sqrt{K_\Theta(0)}} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0{,}00279$. Этот результат отклоняется от точного на $\sim 15\%$.

2. $\overline{\Theta}=0$; $\overline{m}=100$ 1/ч; $\gamma_m=\gamma_{m\Theta}=10^4$ 1/ч; $k=0{,}4$; $\rho=0{,}8$.

Точный результат: $\dfrac{\overline{u(t)}}{\sqrt{K_\Theta(0)}} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0{,}3219$.

Из (16) получаем $\dfrac{\overline{u(t)}}{\sqrt{K_\Theta(0)}} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0{,}3168$, что отличается на $\sim 16\%$ от точного результата.

Из (19) имеем $\dfrac{\overline{u(t)}}{\sqrt{K_\Theta(0)}} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0{,}3173$, т. е. отличие от точного результата составляет $\sim 14\%$. Таким образом, второй из рассмотренных методов является несколько более точным и достаточно простым.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Азизов, В. А. Иванов, В. И. Лопухов, А. С. Поваренков. Вероятностный анализ измерительных систем первого порядка.— Автометрия, 1974, № 2.
2. S. A. Schelkunoff. Solution of Linear and Slightly Nonlinear Differential Eguations.— Quant. J. Appl. Math., 1946, v. 3, N 4.

Поступило в редакцию 20 марта 1974 г.

УДК 621.317.3

Г. С. ПЕВЗНЕР, Г. З. ЩЕРБАКОВСКИЙ

(Ленинград)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ КОММУТАТОРА

За последнее время появился ряд работ, посвященных математическому описанию коммутаторов. Так, в [1] приведена простейшая статическая модель коммутатора напряжений постоянного тока. Для этой модели получена приближенная зависимость ошибки коммутации от параметров коммутатора и исследованы схемные методы уменьшения этой ошибки. В работе [2] приведены выражения для погрешности коммутации бесконтактных коммутаторов напряжения: для одноступенчатого коммутатора — точная формула, для двухступенчатого — приближенная. При выводе формул все сопротивления полагаются чисто активными, т. е. предлагается статическая модель измерительного коммутатора. Наконец, в [3] подробно исследованы коммутаторы различной структуры: одноступенчатые и многоступенчатые, с отклонением и закорачиванием неопрашиваемых каналов, комбинированные. Рассмотрен случай коммутации сигналов генераторных датчиков. При выводе зависимости вносимой коммутатором погрешности от параметров схемы использовался аппарат метода комплексных амплитуд, пригодный, как известно, лишь для исследования установившихся процессов при синусоидальных входных сигналах.

В данной работе рассматривается линейная динамическая модель коммутатора генераторных потенциальных датчиков (измерительных преобразователей).

Структурная схема измерительного коммутатора генераторных датчиков и соответствующая ей расчетная схема представлены на рис. 1.

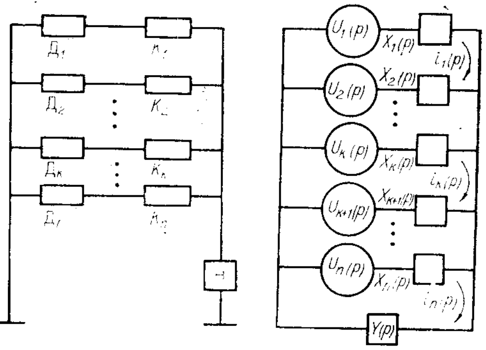

Рис. 1.

Принятые на рис. 1 обозначения: $Д_к$ — $к$-й датчик ($к=1, \ldots, n$); $К_к$ — $к$-й ключ; Н — нагрузка; $U_к(p)=L\{e_к(t)\}$, где $e_к(t)$ — ЭДС $к$-го датчика; $i_к(p)=L\{i_к(t)\}$, где $i_к(t)$ — ток в $к$-м контуре; $X_к(p)$ — оператор, ставящий в соответствие ток и падение напряжения в $к$-й ветви; $Y(p)$ — соответствующий оператор нагрузки; n — число коммутируемых каналов.

Помехи, обусловленные паразитными токами и ЭДС, пока не рассматриваем. Считаем, что в исходном состоянии система обладает нулевым запасом энергии. Значения контурных токов определяются по формуле

$$i_k(p)=\frac{\sum\limits_{m=1}^{k}\frac{U_m(p)}{X_m(p)}\left(\sum\limits_{m=k+1}^{n}\frac{1}{X_m(p)}+\frac{1}{Y(p)}\right)-\sum\limits_{m=1}^{k}\frac{1}{X_m(p)}\sum\limits_{m=k+1}^{n}\frac{U_m(p)}{X_m(p)}}{\sum\limits_{m=1}^{n}\frac{1}{X_m(p)}+\frac{1}{Y(p)}}.$$

$$(k=1,\ \ldots,\ n). \tag{1}$$

Тогда падение напряжения на нагрузке

$$U_Y(p)=i_n(p)\,Y(p)=\frac{\sum\limits_{m=1}^{n}\frac{U_m(p)}{X_m(p)}}{\sum\limits_{m=1}^{n}\frac{1}{X_m(p)}+\frac{1}{Y(p)}}. \tag{2}$$

Отметим еще раз, что полученная формула имеет место при нулевом начальном запасе энергии в системе. Проследим за ходом решения в следующем весьма распространенном случае: выходные сопротивления датчиков и нагрузка чисто активные; ключ представляет собой сопротивление, шунтированное емкостью. Найдем оператор $X_к(p)$, а также методику решения при ненулевых начальных условиях.

Пусть в исходном состоянии конденсаторы заряжены до потенциалов $\gamma_к$ и $\gamma_{к+1}$ (рис. 2).

Имеем

$$i_1(t)\,R_k=\frac{1}{c_k}\int i_2(t)\,dt=\frac{1}{c_k}\int\limits_0^t i_2(t)\,dt+\gamma_k.$$

Отсюда

$$i_1(p)\,R_k=\frac{i_2(p)}{c_k p}+\frac{\gamma_k}{p};\quad i_k(p)=i_1(p)+i_2(p)=i_1(p)\,[1+pT_k]-\gamma_k c_k;$$

$$T_k=R_k c_k;\quad i_1(p)=\frac{i_k(p)+\gamma_k c_k}{1+pT_k};\quad \varphi_1(p)-\varphi_2(p)=i_1(p)\,R_k=$$

$$=i_k(p)\,\frac{R_k}{1+pT_k}+\frac{\gamma_k T_k}{1+pT_k}.$$

Введем

$$X_k(p)=\frac{R_k}{1+pT_k}+r_k.$$

Уравнение Кирхгофа запишется так:

$$i_k(p)\,[X_k(p)+X_{k+1}(p)]-i_{k-1}(p)\,X_k(p)-i_{k+1}(p)\,X_{k+1}(p)=-$$

$$-\frac{\gamma_k T_k}{1+pT_k}+\frac{\gamma_{k+1}T_{k+1}}{1+pT_{k+1}}+U_k(p)-U_{k+1}(p).$$

Оно будет инвариантно уравнению, записанному для κ-го контура при нулевых начальных условиях, если ввести $U_k^{(1)}(p)=U_k(p)-\frac{\gamma_k T_k}{1+pT_k}$. Методика решения вполне ясна. В момент включения коммутатора емкости не заряжены. Находим по формуле (2) $U_Y(p)$. После этого переходим к нахождению $\gamma_\kappa(p)$, что необходимо для определения начальных условий для следующего этапа работы коммутатора:

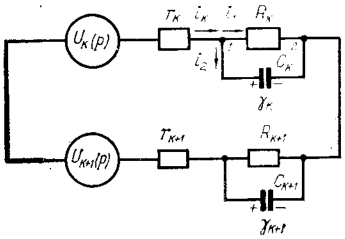

Рис. 2.

$$\gamma_k(t)=\frac{1}{c_k}\int_0^t i_2(t)\,dt;\quad \hat{\gamma}_k(p)=\frac{i_2(p)}{c_k p}=\frac{R_k}{1+pT_k}\,[i_k(p)-i_{k-1}(p)].$$

На основании (1)

$$i_k(p)-i_{k-1}(p)=\frac{U_k(p)}{X_k(p)}-\frac{\dfrac{1}{X_k(p)}\displaystyle\sum_{m=1}^{n}\frac{U_m(p)}{X_m(p)}}{\displaystyle\sum_{m=1}^{n}\frac{1}{X_m(p)}+\frac{1}{Y(p)}}=\frac{U_k(p)}{X_k(p)}-\frac{U_Y(p)}{X_k(p)};$$

$$\hat{\gamma}_k(p)=\frac{U_k(p)-U_Y(p)}{X_k(p)}\,\frac{R_k}{1+pT_k}.$$

Пусть $t=t^{(1)}$ — время окончания опроса 1-го канала. Найдя $\gamma_\kappa(t)=L^{-1}\{\hat{\gamma}_\kappa(p)\}$, получим начальные условия для следующего этапа. $U_Y(t)$ дает нам закон изменения сигнала на выходе. Сместив начало отсчета времени в точку $t=t^{(1)}$, решаем далее в той же последовательности. Необходимо помнить (при нахождении $U_k^{(1)}(p)$), что при смещении начала отсчета, вообще говоря, изменяются и $U_\kappa(p)$.

На практике распространена ситуация: $r_\kappa=r$, $R_\kappa=R$, $\tilde{R}_\kappa=\tilde{R}$ ($\tilde{R}_\kappa$ — сопротивление замкнутого ключа, R_κ — сопротивление разомкнутого ключа), $c_\kappa=c$, $\tilde{c}_\kappa=\tilde{c}$ для всех $\kappa=1,\ldots,n$. Обычно $\tilde{R}\ll r\ll R$; $\tilde{T}\ll T$. Пусть сначала опрашивается i-й канал. С учетом вышеуказанного формула (2) примет вид:

$$U_Y(p)=\frac{Y\left[r(1+pT)(1+p\tilde{T})\displaystyle\sum_{\substack{k=1\\(k\neq i)}}^{n}U_k(p)+R(1+p\tilde{T})\left(1+\frac{r}{R}pT\right)U_i(p)\right]}{p^2(YnrT\tilde{T}+r^2T\tilde{T})+p(YnrT+YR\tilde{T}+r^2T+Rr\tilde{T})+Ynr+YR+Rr}.\quad(3)$$

Как видно из этого выражения, нахождение оригинала, т. е. $U_Y(t)$, не представляет труда, ибо полюса функции $U_Y(p)$ находятся элементарно. Учет паразитных ЭДС и токов осуществляется путем сложения их со входными сигналами.

Для иллюстрации изложенной методики рассмотрим числовой пример.

Пусть значения параметров таковы: $R=10^9$ Ом; $\tilde{R}=1$ Ом; $r=2\cdot10^3$ Ом; $Y=10^6$ Ом; $n=100$; $c=4$ пФ; $\tilde{c}=4$ пФ; $U_\kappa=1$ В ($\kappa=1,\ldots,100$).

Определим T и $\tilde{T}$: $T=Rc=4\cdot10^{-3}$ с; $\tilde{T}=\tilde{R}\tilde{c}=4\cdot10^{-12}$ с.

Видим, что выполнены условия применимости формулы (3). Подставив в (3) исходные значения параметров, получим

$$U_Y(p)=\frac{10^9(1+4\cdot10^{-12}p)\,198\,(1+4\cdot10^{-3}p)+10^6(1+8\cdot10^{-9}p)}{p\,(32\cdot10^{-4}p^2+8\cdot10^8p+1{,}0022\cdot10^{15})}.$$

Оригинал $U_Y(t)=0{,}9980-0{,}0002e^{-0{,}125\cdot10^7 t}$. (4)

Пусть сначала опрашивается i-й канал ($i=1, \ldots, 100$):

$$\underset{(k \neq i)}{\hat{\gamma}_k(p)} = \frac{U_k(p) - U_Y(p)}{r + \dfrac{R}{1+pT}} \frac{R}{1+pT} \approx \frac{1}{1+\dfrac{r}{R}pT}\left[U_k(p) - U_Y(p)\right].$$

После подстановки значений параметров и несложной операции обращения (все полюса простые) получим

$$\gamma_k(t) \approx 0{,}002\left(1 - e^{-0{,}125\cdot 10^{9t}}\right);$$

$$\hat{\gamma}_i(p) = \frac{U_i(p) - U_Y(p)}{r + \dfrac{\widetilde{R}}{1+p\widetilde{T}}} \frac{\widetilde{R}}{1+p\widetilde{T}} \approx \frac{\widetilde{R}}{r(1+p\widetilde{T})}\left[U_i(p) - U_Y(p)\right];$$

$\gamma_i(t)=0$ (с интересующей нас точностью).

Естественно принять момент начала работы коммутатора $t_0=0$.

Пусть время опроса i-го канала $t^{(i)}=0{,}01$ с. Тогда $\gamma_k=\gamma_k(t^{(i)})=0{,}002$ В; $\gamma_i = \gamma_i(t^{(i)})=0$.

Теперь смещаем начало отсчета в точку $t=0{,}01$ с и пересчитываем входные воздействия. Пусть вслед за i-м каналом опрашивается l-й канал ($l=1, \ldots, 100$). Тогда

$$U_k^{(1)}(p) = \frac{1}{p} - \frac{0{,}002T}{1+pT} = \frac{1+0{,}998pT}{p(1+pT)}, \text{ т. е. } U_k^{(1)}(p) \approx \frac{1}{p}\ (k \neq i,\ l);\quad U_k^{(1)} = \frac{1}{p},$$

$U_l^{(1)}(p) = \dfrac{1}{p}$ (при переключении с i-го на l-й канал вместо c_l в расчетной схеме стоит $\tilde{c}_l$, которая незаряжена).

Итак, мы видим, что в данном конкретном примере $U_k^{(1)}(p) = U_k(p)$ для всех $k=1, \ldots, 100$.

Следовательно, процесс решения закончен. Интересующее нас падение напряжения на нагрузке определяется по формуле (4) при опросе любого канала, причем t — время, прошедшее от начала опроса рассматриваемого канала. Разумеется, столь простой результат получается потому, что все $U_к$ выбраны постоянными и одинаковыми; кроме того, при учете паразитных явлений (главным образом, тока утечки разомкнутого ключа) потенциалы $\gamma_к$, до которых заряжаются конденсаторы, оказываются более значительными. На рис. 3,*а*,*б* представлены графики изменения выходной величины U_Y и абсолютной погрешности $\delta_{абс}$ во времени.

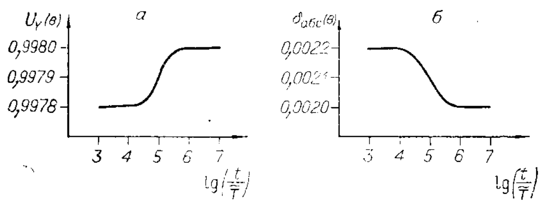

Рис. 3.

Выражение (4) позволяет утверждать, что рассматриваемая модель отражает реальные связи метрологических характеристик коммутатора с входными сигналами и параметрами датчиков измерительных преобразователей, ключей и нагрузок и может быть использована как самостоятельно, так и в описании систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Персин. Прецизионный бесконтактный коммутатор напряжений постоянного тока.— В кн.: Геофизическое приборостроение. Вып. 16. Л., Гостоптехиздат, 1963.
2. Л. М. Персин, С. М. Персин. Способ повышения точности коммутации высокоомных датчиков.— В кн.: Труды Главной Геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова. Вып. 199. Л., Главное Управление Гидрометеослужбы при Совете Министров СССР, 1966.
3. Т. И. Полянская. Исследование прецизионных коммутирующих устройств многоканальных преобразователей напряжения в код. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук ЛЭТИ им. В. И. Ульянова-Ленина, Л., 1969.

Поступило в редакцию 29 февраля 1972 г.;
окончательный вариант — 13 января 1973 г.