УДК 538.56

О. Л. СОКОЛОВ, В. М. ФРОЛОВ
(*Ленинград*)

ВЛИЯНИЕ ДИСКРЕТИЗАЦИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА НА ТОЧНОСТЬ ОЦЕНКИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ

При исследовании функции корреляции нестационарных случайных процессов (НСП) часто удобно оперировать отдельными значениями процесса, считанными через интервал времени Δt. Такой процесс, квантованный по времени, обозначим через $x_д(t)$ в отличии от исходного случайного процесса $x(t)$. Оценим относительную ошибку измерения функции корреляции процессов $x_д(t)$ от числа дискретных отсчетов m. Погрешность оценки корреляционной функции НСП для симметричного оператора текущего сглаживания получена в работе*. Дискретный оператор оценки функции корреляции, соответствующий симметричному оператору текущего сглаживания, имеет вид

$$\hat{R}_{x_д}(t, \tau, \Delta t, m) = \frac{1}{2m+1} \sum_{k=-m}^{m} [x(t+k\Delta t) - M_x(t+k\Delta t)]\,[x(t+k\Delta t+\tau) - M_x(t+k\Delta t+\tau)]. \tag{1}$$

Для мультипликативного НСП вида

$$x(t) = \varphi(t) z(t), \tag{2}$$

где $\varphi(t)$ — детерминированная функция, $z(t)$ — стационарный гауссовый процесс.

Смещение оценки функции корреляции равно

$$\Delta\left[\hat{R}_{x_д}(t, \tau, \Delta t, m)\right] = \frac{R_z(\tau)}{2m+1} \sum_{k=-m}^{m} [\varphi(t+k\Delta t)\,\varphi(t+k\Delta t+\tau) - \varphi(t)\,\varphi(t+\tau)], \tag{3}$$

где $R_z(\tau)$ — функция корреляции процесса $z(t)$.

Соответственно дисперсия оценки

$$\sigma^2\left[\hat{R}_{x_д}(t, \tau, \Delta t, m)\right] = \frac{\sigma_z^4}{(2m+1)^2} \sum_{k,l=-m}^{m} \varphi(t+k\Delta t)\,\varphi(t+l\Delta t)\,\varphi(t+\tau+k\Delta t)\,\varphi(t+\tau+l\Delta t)\{r_z^2[(l-k)\Delta t] + r_z[(l-k)\Delta t+\tau]\,r_z[(l-k)\Delta t-\tau]\}, \tag{4}$$

где σ_z^2, $r_z(\tau)$ — дисперсия и коэффициент корреляции процесса $z(t)$.

Рассмотрим подробнее случай, когда процесс (2) задается уравнениями

$$\varphi(t) = e^{\beta t}, \qquad r_z(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}. \tag{5}$$

Смещение и дисперсия оценки принимают в этом случае вид:

$$\Delta\left[\hat{R}_{x_д}(t, \tau, \Delta t, m)\right] = \frac{\sigma_z^2 e^{-\alpha/\tau/+\beta(2t+\tau)}}{2m+1}\left[\frac{Sh((2m+1)\beta\Delta t)}{Sh(\beta\Delta t)} - 2m - 1\right]; \tag{6}$$

$$\sigma^2\left[\hat{R}_{x_д}(t, \tau, \Delta t, m)\right] = \frac{\sigma_z^4}{(2m+1)^2} e^{\beta(4t+2\tau)} \frac{1}{2Sh(2\beta\Delta t)} \times$$
$$\times\left\{\frac{e^{-(\alpha-\beta)\Delta t}}{Sh((\alpha+\beta)\Delta t)}[e^{4\beta m\Delta t} - e^{-4\alpha m\Delta t}] - \frac{e^{-(\alpha+\beta)\Delta t}}{Sh((\alpha-\beta)\Delta t)}[e^{-4\beta m\Delta t} - e^{-4\alpha m\Delta t}] + \right.$$
$$+ 2Sh\left(4\beta\left(m+\frac{1}{2}\right)\Delta t\right) + e^{(4m+2)\beta\Delta t}\left[\frac{1}{Sh((\alpha+\beta)\Delta t)} e^{-\rho_0(\alpha+\beta)\Delta t} Ch((\alpha+\beta)\Delta t) - \right.$$
$$\left. - e^{-(4m+1)(\alpha+\beta)\Delta t} + \frac{e^{-2\alpha\tau}}{Sh\beta\Delta t}\left(e^{-\beta\Delta t} - e^{-2\rho_0\beta\Delta t} Ch(\beta\Delta t)\right)\right] +$$

---

* В. А. Геранин, И. И. Козлов, М. И. Шлякцу. О точности корреляционного анализа медленно-нестационарных процессов.— Автометрия, 1971, № 3.

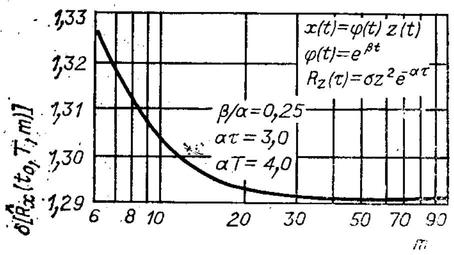

Рис. 1.

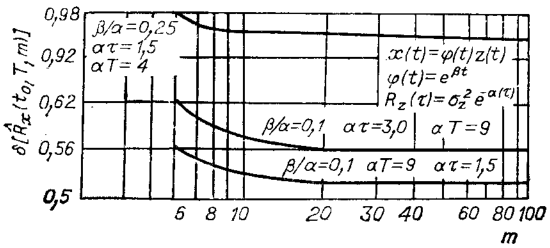

Рис. 2.

$$+2e^{-2\alpha\tau}Sh\left(4\beta\left(m+\frac{1}{2}\right)\Delta t\right)+e^{-(4m+2)\beta\Delta t}\left[\frac{1}{Sh\left((\alpha-\beta)\,\Delta t\right)}\,e^{-(4m+1)(\alpha-\beta)\Delta t}-\right.$$

$$\left.-\,e^{-2\rho_0(\alpha-\beta)\Delta t}Ch\left((\alpha-\beta)\,\Delta t\right)+\frac{e^{-2\alpha\tau}}{Sh\beta\Delta t}\,e^{\beta\Delta t}-e^{2\rho_0\beta\Delta t}Ch\left(\beta\Delta t\right)\right]\Bigg\}, \qquad (7)$$

где

$$\rho_0=\operatorname{entie}\left(\frac{\tau}{\Delta t}\right).$$

На рис. 1, 2 представлены графики относительной ошибки оценки (1) функции корреляции

$$\delta\left[\hat R_{x_{д}}(t,\ \tau,\ \Delta t,\ m)\right]=\frac{\sqrt{\Delta^2\left[\hat R_{x_{д}}\right]+\sigma^2\left[\hat R_{x_{д}}\right]}}{R_x(t,\ \tau)} \qquad (8)$$

от числа m для процессов с различными численными значениями параметров. При этом полный интервал $2m\Delta t$ соответствует полученному для интегрального оператора оптимальному значению интервала измерений T *.

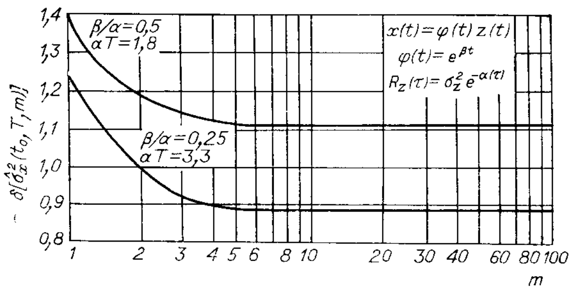

Рис. 3.

Графики рис. 3 отражают ход зависимости относительной оценки дисперсии от числа m, получаемой из формул (6)—(8) при $\tau=0$.

В результате исследования можно рекомендовать следующие минимальные числа m для мультипликативных случайных процессов с различными значениями параметров:

при $\beta/\alpha=0{,}25$ и 0,1, $\alpha\tau=3$, $m=40$ и 20 соответственно;
при $\beta/\alpha=0{,}25$ и 0,1, $\alpha\tau=1{,}5$, $m=10$ и 20 соответственно;
при $\beta/\alpha=0{,}5$ и 0,2, $\alpha\tau=0$, $m=8$ и 5 соответственно.

Поступило в редакцию 9 июля 1973 г.

УДК 62-50.007

Г. В. ЕВЗЛИНА, А. А. ТЕР-ХАЧАТУРОВ

(Баку)

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОГО КЛАССА ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

При создании информационно-измерительных систем (ИИС) сбора и обработки первичной информации приходится решать задачи выбора необходимого числа измерительных приборов при условии минимума функции потерь. В настоящей статье исследуется ИИС, в которой заявки на измерение поступают как регулярно, через период t_0',

* В. А. Геранин, И. И. Козлов, М. И. Шлякцу. О точности корреляционного анализа медленно-нестационарных процессов.— Автометрия, 1971, № 3.