для равноточных измерений получаем

$$Dy\,(\beta) = \frac{\overline{Dy}}{n}\left(1 + 3\,\frac{n-1}{n+1}\,\beta^2\right). \tag{16}$$

Из формулы (16) следует, что внутри диапазона $2R(\beta \leqslant 1)$ градуировочная кривая определена лучше, чем отдельные точки, использованные для ее построения. В частности, для середины интервала при $\beta = 0$ имеем обычный результат

$$Dy\,(0) = \frac{1}{n}\,\overline{Dy}. \tag{17}$$

При $\beta = 1$, т. е. для края диапазона, из (16) находим

$$Dy\,(1) = \frac{2\,(2n-1)}{n\,(n+1)}\,\overline{Dy}. \tag{18}$$

Следует отметить, что формула (16) позволяет оценить погрешность значений, полученных при экстраполяции градуировочной прямой. Именно, если требуется, чтобы при экстраполяции выполнялось неравенство $Dy(\;) \leqslant \gamma\overline{Dy}$, то для β имеем условие

$$\beta \leqslant \sqrt{\frac{(\gamma n - 1)(n+1)}{3\,(n-1)}}\,. \tag{19}$$

Соотношение (16) позволяет произвести оценку допустимой погрешности средств измерений, если известны требования к погрешности градуировочной функции, а также количество точек n.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. В. Линник. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М., Физматгиз, 1962.
2. Д. Худсон. Статистика для физиков. М., «Мир», 1970.
3. Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. Курс теории вероятностей и математической статистики. М., «Наука», 1965.

Поступило в редакцию 13 июля 1972 г.,
окончательный вариант — 11 сентября 1973 г.

УДК 681.325.3

Ю. Д. ДОЛИНСКИЙ

(Ленинград)

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ УМЕНЬШЕНИЯ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ АНАЛОГО-ЦИФРОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С МАЛЫМИ ВНУТРЕННИМИ ПОМЕХАМИ

Наиболее радикальным способом уменьшения инструментальной погрешности аналого-цифрового преобразователя, порожденной его внутренними помехами (ВП), является статистическая обработка результатов преобразования (РП), заключающаяся в вычислении среднего результатов отдельных преобразований (цифровое осреднение) [1]. Для выполнения этой операции необходимо дополнить преобразователь запоминающим устройством и сумматором, что не всегда возможно или целесообразно. Однако цифровое осреднение — не единственный способ повышения точности преобразования. В данной статье исследуется возможность уменьшения инструментальной погрешности путем многократного сравнения преобразуемого сигнала (ПС) с эталонами.

При исследовании используется идеализированная модель безынерционного преобразователя, на входе которого действует сумма ПС и выраженных в масштабе этого сигнала ВП, причем эти слагаемые считаются, аналогично [2], случайными величинами. ВП предполагаются малыми; под этим понимается, что ширина области нечувствительности (ОН), образованной ВП, не превосходит шага квантования. Для определенности полагается, что построение сетки эталонов производится методом их возрастания.

Аналогично [3] предположим, что ПС $x \in \left(x_k - \frac{q}{2},\ x_k + \frac{q}{2} \right]$, т. е.

$$\int\limits_{x_k - \frac{q}{2}}^{x_k + \frac{q}{2}} p(x)\, dx = 1, \tag{1}$$

где $p(x)$ — плотность распределения ПС; x_k — эталон (индекс указывает порядковый номер эталона); q — шаг квантования.

ОН при сравнении с эталоном x_i образует промежуток $(x_i - \delta_1,\ x_i + \delta_2]$, причем считается выполненным условие $(x_i - \delta_1,\ x_i + \delta_2] \cap \left(x_k - \frac{q}{2},\ x_k + \frac{q}{2} \right] \neq \Lambda$, где Λ—пустое множество (согласно [4] только этот случай представляет интерес для исследования). ПС сравнивается с эталоном $x_i m$ раз. Если хотя бы при одном сравнении компаратор дает ответ о преобладании эталона над ПС, то x_i является РП. В противном случае после m сравнений начинаются сравнения с эталоном x_{i+1}.

Аналогично [4] имеют место два варианта взаимного расположения промежутков $x_i - \delta_1,\ x_i + \delta_2]$ и $\left(xk - \frac{q}{2},\ x_k + \frac{q}{2} \right]$, которые необходимо исследовать отдельно.

I. $(x_i - \delta_1,\ x_i + \delta_2] \subset \left(x_k - \frac{q}{2},\ x_k + \frac{q}{2} \right]$.

Подобно такому же варианту, исследованному в [4], возможны два РП: x_i и x_{i+1}. Воспользовавшись способом, изложенным в [3], легко показать, что вероятность получения РП x_i после первого сравнения ПС с эталоном равна

$$p_i^{(1)} = \int\limits_{x_k - \frac{q}{2}}^{x_i - \delta_1} p(x)\, dx + \int\limits_{x_i - \delta_1}^{x_i + \delta_2} p(x) \left[1 - F_i(x - x_i)\right] dx,$$

а после l-го сравнения $(2 \leqslant l \leqslant m)$ —

$$p_i^{(l)} = \int\limits_{x_i - \delta_1}^{x_i + \delta_2} p(x)\, F_i^{l-1}(x - x_i) \left[1 - F_i(x - x_i)\right] dx,$$

где $F_i(x)$ — функция распределения ВП, соответствующая сравнению с эталоном x_i. Поэтому вероятности РП x_i и x_{i+1} оказываются соответственно равными

$$\left\{ \begin{aligned} p_i &= \int\limits_{x_k - \frac{q}{2}}^{x_i - \delta_1} p(x)\, dx + \int\limits_{x_i - \delta_1}^{x_i + \delta_2} p(x) \left[1 - F_i^m(x - x_i)\right] dx; \\ p_{i+1} &= \int\limits_{x_i - \delta_1}^{x_i + \delta_2} p(x)\, F_i^m(x - x_i)\, dx + \int\limits_{x_i + \delta_2}^{x_k + \frac{q}{2}} p(x)\, dx. \end{aligned} \right. \tag{2}$$

Сравнение (2) с аналогичными выражениями, полученными в [4], показывает, что в исследуемом варианте роль функции распределения ВП выполняет функция $F_i^m(x)$ (легко показать, что эта функция обладает всеми свойствами функции распределения). Назовем эту функцию эквивалентной функцией распределения ВП. При использовании этой функции вместо функции распределения ВП все полученные в [4] результаты остаются справедливыми и в данном случае.

Согласно (2)

$$\lim_{m \to \infty} p_i = \int\limits_{x_k - \frac{q}{2}}^{x_i + \delta_2} p(x)\, dx, \qquad \lim_{m \to \infty} p_{i+1} = \int\limits_{x_i + \delta_2}^{x_k - \frac{q}{2}} p(x)\, dx.$$

Поэтому с учетом (1)

$$\lim_{m\to\infty} p_i = 1 \Rightarrow x_i + \delta_2 = x_k + \frac{q}{2}. \qquad (3)$$

Удовлетворить (3) можно, например, подачей начального смещения на один из входов компаратора.

Соотношение (3) показывает реальный путь достижения сколь угодно близкой к единице вероятности одного РП. При этом уменьшается (и может быть сделана меньше любой наперед заданной величины) дисперсия РП и, следовательно, дисперсия инструментальной погрешности преобразователя [4].

$$\text{II.}\quad (x_i - \delta_1,\ x_i + \delta_2] \cap \left(x_k - \frac{q}{2},\ x_k + \frac{q}{2}\right] = \left(x_i - \delta_1,\ x_k + \frac{q}{2}\right].$$

В этом варианте (как и в аналогичном варианте [4]) возможны три РП: x_{i-1}, x_i и x_{i+1}, вероятности которых соответственно равны

$$\begin{cases} p_{i-1} = \displaystyle\int_{x_k - \frac{q}{2}}^{x_{i-1}+\delta_2} p(x)\left[1 - F_{i-1}^m(x - x_{i-1})\right] dx; \\ p_i = \displaystyle\int_{x_k - \frac{q}{2}}^{x_{i-1}+\delta_2} p(x) F_{i-1}^m(x - x_{i-1})\, dx + \int_{x_{i-1}+\delta_2}^{x_i - \delta_1} p(x)\, dx + \\ \qquad + \displaystyle\int_{x_i-\delta_1}^{x_k + \frac{q}{2}} p(x)\left[1 - F_i^m(x - x_i)\right] dx; \\ p_{i+1} = \displaystyle\int_{x_i-\delta_1}^{x_k+\frac{q}{2}} p(x) F_i^m(x - x_i)\, dx. \end{cases} \qquad (4)$$

Эти выражения при указанной выше замене функции распределения ВП также совпадают с аналогичными выражениями, полученными в [4].

Из (4) имеем

$$\lim_{m\to\infty} p_{i-1} = \int_{x_k-\frac{q}{2}}^{x_{i-1}+\delta_2} p(x)\, dx, \qquad \lim_{m\to\infty} p_i = \int_{x_{i-1}+\delta_2}^{x_k+\frac{q}{2}} p(x)\, dx, \qquad \lim_{m\to\infty} p_{i+1} = 0.$$

Поэтому с учетом (1) получаем

$$\lim_{m\to\infty} p_i = 1 \Rightarrow x_{i-1} + \delta_2 = x_k - \frac{q}{2}. \qquad (5)$$

Поскольку $x_{i-1} = x_i - q$, то выражения (3) и (5) эквивалентны.

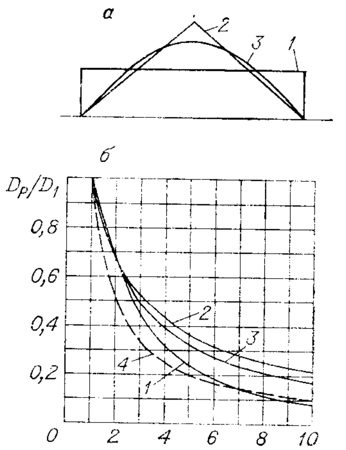
Теперь рассмотрим наиболее распространенный и потому очень важный случай равномерного распределения ПС. Как показано в [4], дисперсия абсолютной погрешности преобразования

$$D = \frac{q^2}{12} + D_p,$$

где D_p — дисперсия ВП.

В рассматриваемых условиях для вычисления дисперсии D_p следует использовать эквивалентную функцию распределения ВП.

Легко показать, что $D_p \xrightarrow[m\to\infty]{} 0$. Поэтому, увеличивая число сравнений, можно дисперсию инструментальной погрешности преобразователя сделать сколь угодно малой. Поведение дисперсии D_p при увеличении числа сравнений m для нескольких законов распределения, которые во многих случаях могут быть использованы для аппроксима-



Плотности распределения ВП (*а*) и кривые изменения дисперсии инструментальной погрешности преобразователя при увеличении числа сравнений (*б*):

1 — равномерное, *2* — треугольное и *3* — косинусоидальное распределения; *4* — цифровое осреднение; D_1 — дисперсия инструментальной погрешности при однократном сравнении.

ции распределения ВП, иллюстрируется рисунком. Там же показано поведение этой дисперсии при цифровом осреднении (в этом случае число m указывает количество слагаемых в выборке). Как видно из рисунка, для рассмотренных законов распределения многократное сравнение оказывается несколько менее эффективным средством уменьшения инструментальной погрешности, чем цифровое осреднение, но для своей реализации первое требует гораздо меньшего объема дополнительной аппаратуры.

Итак, многократное сравнение ПС с эталоном при надлежащем выборе числа сравнений позволяет получить сколь угодно близкую к единице вероятность одного РП и уменьшить до любой наперед заданной величины дисперсию инструментальной погрешности преобразователя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. И. Гитис. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. М., «Энергия», 1970.
2. М. А. Земельман и др. Определение статистических характеристик измеряемых величин при малых дисперсиях по выходным сигналам аналого-цифровых преобразователей.— Автометрия, 1966, № 2.
3. Ю. Д. Долинский. Анализ статических погрешностей преобразователя напряжение — цифра.— Известия вузов, Приборостроение, 1966, т. 9, № 4.
4. Ю. Д. Долинский. Анализ статического режима работы аналого-цифрового преобразователя с малыми внутренними помехами.— Автометрия, 1971, № 5.

Поступило в редакцию 9 декабря 1971 г.

УДК [007 : 62—5].004.15 : 519.271

Б. И. КОЗЛОВ, П. И. ПАДЕРНО

(Ленинград)

РАСЧЕТ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ АППАРАТА ПОЛУМАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

Подавляющее большинство методов расчета надежности [1] средств измерений основывается в настоящее время на теории марковских случайных процессов. Процессы марковского типа, действительно, играют особую роль в теории надежности, так как во многих случаях позволяют получить сравнительно простые и удобные для практики выражения основных характеристик надежности. Однако при анализе качества измерительных систем аппарат марковских процессов (МП) приводит, как правило, к весьма громоздким расчетным формулам. Это обстоятельство сильно затрудняет практические расчеты надежности и технической эффективности измерительных систем на стадии их разработки, т. е. тогда, когда особенно важны количественные оценки вариантов решений. Как указывается в литературе (см., например, [2—4] и др.), наиболее перспектив-