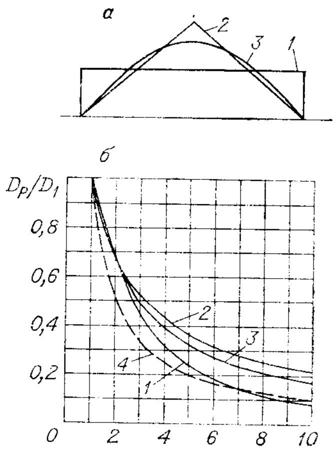

Плотности распределения ВП (*а*) и кривые изменения дисперсии инструментальной погрешности преобразователя при увеличении числа сравнений (*б*):

1 — равномерное, *2* — треугольное и *3* — косинусоидальное распределения; *4* — цифровое осреднение; D_1 — дисперсия инструментальной погрешности при однократном сравнении.

ции распределения ВП, иллюстрируется рисунком. Там же показано поведение этой дисперсии при цифровом осреднении (в этом случае число m указывает количество слагаемых в выборке). Как видно из рисунка, для рассмотренных законов распределения многократное сравнение оказывается несколько менее эффективным средством уменьшения инструментальной погрешности, чем цифровое осреднение, но для своей реализации первое требует гораздо меньшего объема дополнительной аппаратуры.

Итак, многократное сравнение ПС с эталоном при надлежащем выборе числа сравнений позволяет получить сколь угодно близкую к единице вероятность одного РП и уменьшить до любой наперед заданной величины дисперсию инструментальной погрешности преобразователя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. И. Гитис. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. М., «Энергия», 1970.
2. М. А. Земельман и др. Определение статистических характеристик измеряемых величин при малых дисперсиях по выходным сигналам аналого-цифровых преобразователей.— Автометрия, 1966, № 2.
3. Ю. Д. Долинский. Анализ статических погрешностей преобразователя напряжение — цифра.— Известия вузов, Приборостроение, 1966, т. 9, № 4.
4. Ю. Д. Долинский. Анализ статического режима работы аналого-цифрового преобразователя с малыми внутренними помехами.— Автометрия, 1971, № 5.

Поступило в редакцию 9 декабря 1971 г.

УДК [007 : 62—5].004.15 : 519.271

Б. И. КОЗЛОВ, П. И. ПАДЕРНО

(Ленинград)

РАСЧЕТ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ АППАРАТА ПОЛУМАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

Подавляющее большинство методов расчета надежности [1] средств измерений основывается в настоящее время на теории марковских случайных процессов. Процессы марковского типа, действительно, играют особую роль в теории надежности, так как во многих случаях позволяют получить сравнительно простые и удобные для практики выражения основных характеристик надежности. Однако при анализе качества измерительных систем аппарат марковских процессов (МП) приводит, как правило, к весьма громоздким расчетным формулам. Это обстоятельство сильно затрудняет практические расчеты надежности и технической эффективности измерительных систем на стадии их разработки, т. е. тогда, когда особенно важны количественные оценки вариантов решений. Как указывается в литературе (см., например, [2—4] и др.), наиболее перспективным аналитическим методом, позволяющим преодолеть часть трудностей, возникающих при использовании МП, является аппарат полумарковских процессов (ПМП), естественно обобщающих процессы марковского типа.

В данной статье излагается основанный на теории полумарковских процессов метод расчета величины технической эффективности измерительных систем одного класса.

Известно [5, 6], что в общем случае техническая эффективность измерительных систем определяется выражением

$$W = \sum_{i=1}^{m} I_i P_i, \tag{1}$$

где I_i — объем информации, полученной посредством измерительной системы ИС в i-м состоянии; m — число различаемых состояний ИС; P_i — вероятность нахождения ИС в i-м состоянии.

Следует заметить, что в отличие от [7], где функционирование системы описывалось марковским процессом, здесь рассматривается функционированием системы с укрупненными состояниями, которое при выполнении условий [8] может быть описано полумарковским процессом.

Ограничим класс рассматриваемых далее ИС следующим образом. Рассмотрим систему, сменяющую в процессе функционирования три состояния: 1—полной работоспособности с номинальной информационной производительностью ($\omega_1=1$); 2 — ограниченной, но допустимой работоспособности (информационная производительность $0<\omega_2<1$); 3 — отказа (информационная производительность $\omega_3=0$).

При этом под информационной производительностью ИС ω_i понимается среднее количество измерительной информации, регистрируемое ИС в единицу времени. Будем полагать, что после отказа система ремонтируется, в результате чего ее работоспособ-

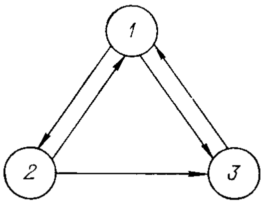

Рис. 1.

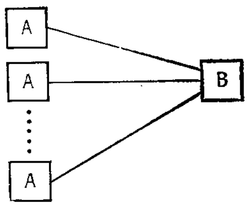

Рис. 2.

ность полностью восстанавливается. При этих условиях, не сказывающихся сколько-нибудь существенно на общности выводов, функционирование ИС может быть описано следующим графом (рис. 1).

В качестве примера рассмотрим ИС, состоящую из основного элемента В и достаточно большого числа k первичных преобразователей А (рис. 2).

В реальных системах число первичных преобразователей, как правило, превышает минимально необходимое для функционирования в состоянии ограниченной работоспособности. Поэтому состояние отказа рассматриваемой ИС может наступить либо при отказе элемента В, либо при отказе n из k первичных преобразователей А.

Отказ же одного из первичных преобразователей или, вообще говоря, любого числа $n^*<n$ приводит не к отказу ИС, а только к переходу ее в состояние 2.

Обозначим: β — интенсивность отказа блока В при всех исправных блоках А; λ — интенсивность отказа блока А; β_1 — интенсивность отказа блока В после выхода из строя одного или нескольких блоков А; λ_1 — интенсивность отказа блоков А после выхода из строя одного или нескольких блоков А; μ_1 — интенсивность восстановления системы, находящейся в состоянии частичного отказа; μ—интенсивность восстановления системы, находящейся в состоянии полного отказа.

Под $F_{ij}(t)$ будем понимать функцию распределения времени пребывания системы в состоянии i при условии, что система перейдет в состояние j.

Тогда

$$F_{12}(t) = 1 - e^{-\lambda t},$$

$$F_{13}(t) = 1 - e^{-\beta t},$$

$$F_{21}(t) = 1 - e^{-\mu_1 t}, \tag{2}$$

$$F_{23}(t) = 1 - e^{-\beta_1 t} \int_t^{\infty} \lambda_1 \frac{(\lambda_1 \tau)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda_1 \tau} d\tau,$$

$$F_{31}(t) = 1 - e^{-\mu t}.$$

Вообще говоря, для реальных систем $\beta \neq \beta_1$ матрица вложенной марковской цепи имеет вид

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{\lambda}{\lambda+\beta} & \frac{\beta}{\lambda+\beta} \\ P_{21} & 0 & P_{23} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

где

$$P_{21} = \frac{\mu_1}{\mu_1+\beta_1} - \frac{\mu_1}{\mu_1+\beta_1}\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1+\beta_1+\lambda_1}\right)^n,$$
$$P_{23} = \frac{\beta_1}{\mu_1+\beta_1} - \frac{\mu_1}{\mu_1+\beta_1}\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1+\beta_1+\lambda_1}\right)^n. \tag{4}$$

В этом случае стационарные вероятности Π_1, Π_2, Π_3 для вложенной марковской цепи будут следующими:

$$\pi_1 = \frac{1}{2 - \frac{\lambda}{\lambda+\beta}\frac{\mu_1}{\mu_1+\beta_1}\left[1-\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1+\beta_1+\lambda_1}\right)^n\right] + \frac{\lambda}{\lambda+\beta}}; \tag{5}$$

$$\pi_2 = \frac{\lambda}{(\lambda+\beta)\left\{2 - \frac{\lambda}{\lambda+\beta}\frac{\mu_1}{\mu_1+\beta_1}\left[1-\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1+\beta_1+\lambda_1}\right)^n\right]\right\} + \lambda};$$

$$\pi_3 = \frac{1 - \frac{\lambda}{\lambda+\beta}\frac{\mu_1}{\mu_1+\beta_1}\left[1-\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1+\beta_1+\lambda_1}\right)^n\right]}{2 - \frac{\lambda}{\lambda+\beta}\frac{\mu_1}{\mu_1+\beta_1}\left[1-\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1+\beta_1+\lambda_1}\right)^n\right] + \frac{\lambda}{\lambda+\beta}}.$$

Обозначим S_i — среднее время пребывания системы в состоянии i. Тогда из (1), согласно [8], получим

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{3} \omega_i \pi_i S_i}{\sum_{i=1}^{3} \pi_i S_i}. \tag{6}$$

Как и в [4], найдем

$$S_1 = \frac{1}{\lambda+\beta};$$

$$S_2 = \frac{1-\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1+\beta_1+\lambda_1}\right)^n}{\mu_1+\beta_1}; \tag{7}$$

$$S_3 = \frac{1}{\mu}.$$

Тогда из (5), (6) и (7) получим

$$W = \frac{\omega_1 + \omega_2 \frac{\lambda}{\mu_1+\beta_1}\left[1-\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1+\beta_1+\lambda_1}\right)^n\right]}{1 + \frac{\lambda}{\mu_1+\beta_1}\left[1-\frac{\mu_1}{\mu}\right]\left[1-\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1+\beta_1+\lambda_1}\right)^n\right] + \frac{\beta+\lambda}{\mu}}. \tag{8}$$

Таким образом, для укрупненной системы получена важная характеристика, которая весьма просто вычисляется.

В качестве важного для практики частного случая рассмотрим ИС, у которой ремонт в состоянии 2 не производится. Тогда функционирование системы описывается графом, изображенным на рис. 3.

В этом случае

$$W^* = \frac{\omega_1 + \omega_2 \frac{\lambda}{\beta_1}\left[1 - \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\beta}\right)^n\right]}{1 + \frac{\lambda}{\beta_1}\left[1 - \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\beta_1}\right)^n\right] + \frac{\beta+\lambda}{\mu}}. \qquad (9)$$

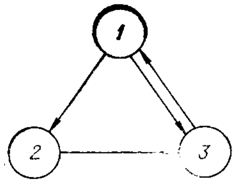

Рис. 3.

Сравнение величин W и W^* может дать обоснованные предпосылки для построения и обслуживания данной системы.

Пример: 1) если $W > W^*$, то выгоднее строить систему, функционирование которой соответствует графу, изображенному на рис. 1; 2) если $W < W^*$, то выгоднее строить систему, функционирование которой соответствует графу, изображенному на рис. 3.

Заметим, что для частного случая, когда $\lambda_1 = \lambda$, $\beta_1 = \beta$, из (9) получается известное выражение:

$$W^{**} = \frac{\omega_1 + \omega_2 \frac{\lambda}{\beta}\left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda+\beta}\right)^n\right]}{1 + \frac{\lambda}{\beta}\left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda+\beta}\right)^n\right] + \frac{\beta+\lambda}{\mu}}. \qquad (10)$$

Таким образом, полученные при весьма общих предположениях и путем несложных вычислений результаты могут быть достаточно легко использованы для практических расчетов в процессе проектирования измерительных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Цветков. Принципы количественной оценки эффективности радиоэлектронных средств. М., «Советское радио», 1971.
2. Б. П. Креценцер, Л. А. Сидоров, Н. А. Шишонок. Характеристика качества функционирования радиоэлектронных систем и методов их количественой оценки.— В сб. «Точность и надежность кибернетических систем». Киев, «Наукова думка», 1970.
3. В. О. Арутюнов, Б. И. Козлов, А. Б. Татиевский, А. Э. Фридман. Проблема и специфика надежности измерительных устройств.— Измерительная техника, 1969, № 3.
4. Р. Барлоу, Ф. Прошан. Математическая теория надежности. М., «Советское радио», 1963.
5. Б. И. Козлов. Эффективность как критерий качества мультимодальных информационно-измерительных систем.— Материалы Сибирской конференции по надежности и качеству изделий радиоэлектроники и приборостроения. Новосибирск, 1969.
6. Б. И. Козлов, А. Э. Фридман. Аналитическое исследование влияния дисциплины обслуживания на эффективность информационно-измерительных систем.— В сб. трудов метрологических институтов СССР, вып. 127. «Исследование надежности технических средств измерений». Л., «Энергия», 1971.
7. В. Л. Артюхов, Б. А. Мискевич. Применение марковских процессов с доходами к техническим системам.—Сборник трудов ЦНИИ. Л., «Аврора», 1971.
8. Б. И. Козлов, П. И. Падерно, А. Э. Фридман. Об одном методе оценки надежности и эффективности измерительных систем.— В сб. «Повышение качества, надежности и долговечности промышленных изделий». Материалы конференции ЛДНТП. Л., 1973.

Поступило в редакцию 12 февраля 1973 г.,
окончательный вариант — 10 октября 1973 г.