t, c	$f'(t)$	$\Delta(t)$, %								
		B'_{10}	$T'_{10,1}$	F'_{10}	B'_{20}	$T'_{20,1}$	F'_{20}	B'_{25}	$T'_{25,1}$	F'_{25}
0	48,00	17,00	−0,20	−1,25	6,70	−0,48	−0,23	5,08	−0,38	−0,14
0,1	31,76	33,89	11,67	−0,21	17,88	3,32	−0,05	14,45	2,35	−0,03
0,2	8,14	49,21	25,91	−8,22	29,66	8,74	−1,93	24,62	6,38	−0,42
0,3	−13,85	37,28	12,02	−0,04	19,36	3,36	−0,04	15,60	2,38	−0,01
0,4	−27,35	40,30	15,62	−0,07	22,02	4,81	−0,04	17,95	3,47	−0,01
0,5	−29,51	37,26	13,79	−0,13	20,08	4,12	−0,06	16,31	2,95	−0,02
0,6	−21,68	27,45	7,28	−0,54	13,57	1,72	−0,11	10,81	1,17	−0,07
0,7	−8,22	−10,60	−15,73	−12,55	−10,51	−6,12	68,75	−9,31	−4,55	5,58
0,8	5,47	103,78	49,06	−12,18	59,07	14,21	−1,10	48,37	10,15	−0,60
0,9	14,90	39,28	10,44	−1,22	19,38	2,39	−0,18	15,42	1,61	−0,11
1,0	17,78	6,21	−4,48	−2,34	0,97	−1,41	−0,62	0,48	−1,00	−0,44

Что касается выбора параметров n и m, то можно сказать следующее. На практике целесообразно брать $m=1$ и $n=n^*$, n^*+1, $n^*+2, \ldots$, где n^* — число заданных узлов без одного. Выбор узлов, если нет возможности варьирования их числа экспериментальным путем, следует осуществлять с помощью интерполяционных методов.

Для учета ошибок измерения и интерполяции введем параметр

$$R_n = \frac{\sum\limits_{k=0}^{n} (f(t_k) - B_n(t_k))(B_{n+1}(t_k) - B_n(t_k))}{\sum\limits_{k=0}^{n} (B_{n+1}(t_k) - B_n(t_k))^2}.$$

Исследования показали, что для $R_n \geqslant n+1$ ошибки измерения и интерполяции не будут оказывать существенного влияния на точность аппроксимации $f'(t)$. При этом абсолютная погрешность приближения, начиная с некоторого N, будет находиться в указанных выше пределах. В случае $R_n < n+1$ экспериментальную информацию необходимо предварительно сгладить и только затем применять предлагаемый математический аппарат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. В. Любомудров. Применение теории подобия при проектировании систем управления газотурбинных двигателей. М., «Машиностроение», 1971.
2. В. Л. Гончаров. Теория интерполирования и приближения функций. М.— Л., Гостехиздат, 1934.
3. И. П. Натансон. Конструктивная теория функций. М.— Л., Гостехиздат, 1949.

Поступило в редакцию 11 августа 1973 г.

УДК 621.391.833

В. Г. ПАРФЕНОВ
(Ленинград)

К ВОПРОСУ ОБ ОЦЕНКЕ АМПЛИТУДНОГО МНОЖИТЕЛЯ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ БОЛЬШИХ ПОМЕХ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Пусть сигнал $x(t)$ представляется в виде

$$x(t) = \mu s(t) + a \sin(\omega t + \psi) \mathrm{X}[t_1, t_2] + n(t), \; t \in [0, T], \tag{1}$$

где $s(t)$ — известный полезный сигнал; μ — неизвестный амплитудный множитель полезного сигнала;

$$\mathrm{X}[t_1, t_2] = \begin{cases} 1; & t \in [t_1, t_2]; \quad 0 \leqslant t_1 < t_2 \leqslant T; \\ 0; & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

$a\sin(\omega t+\psi)\chi[t_1,\ t_2]\equiv p(t)$ — помеха со всеми неизвестными, но постоянными при $t\in[0,\ T]$ параметрами a, ω, ψ, t_1, t_2; $n(t)$ — нормальный стационарный случайный процесс с $En(t)\equiv 0$ и дважды дифференцируемый с вероятностью 1.

В [1] приведено решение задачи оценки амплитудного множителя μ полезного сигнала при неизвестных статистических характеристиках параметров помехи на основе использования структурных методов [2]. Для этой оценки $\hat\mu$ в [1] было получено выражение

$$\hat\mu^2\begin{vmatrix}(\ddot s,\varphi_1), & (s,\varphi_1)\\ (\ddot s,\varphi_2), & (s,\varphi_2)\end{vmatrix}-\hat\mu\left\{\begin{vmatrix}(\ddot s,\varphi_1), & (x,\varphi_1)\\ (\ddot s,\varphi_2), & (x,\varphi_2)\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}(\ddot x,\varphi_1), & (s,\varphi_1)\\ (\ddot x,\varphi_2), & (s,\varphi_2)\end{vmatrix}\right\}+\begin{vmatrix}(\ddot x,\varphi_1), & (x,\varphi_1)\\ (\ddot x,\varphi_2), & (x,\varphi_2)\end{vmatrix}=0, \tag{2}$$

где $(x,\ y)=\int\limits_0^T x(t)\,y(t)\,dt$. Уравнение (2) можно получить следующим образом. Для любого $t\in[0,\ T]$, кроме $t=t_1$, t_2, помеха $p(t)$ удовлетворяет следующему структурному уравнению:

$$\ddot p(t)+\omega^2 p(t)=0. \tag{3}$$

Из (3) для любого значения φ следует, что

$$\left(L\left(\ddot p\right),\ \varphi\right)+\omega^2(p,\ \varphi)=0, \tag{4}$$

где под $L\left(\ddot p\right)$ понимается операция ограничения $\ddot p(t)$ по амплитуде с таким высоким порогом, чтобы δ-функции, получающиеся в точках t_1 и t_2 при двойном дифференцировании, не давали вклада в $\int\limits_0^T L\left(\ddot p(t)\right)\varphi(t)dt$, а значения $\ddot p(t)$ при $t\neq t_1$, t_2 не искажались. В дальнейшем для простоты мы будем вместо $\left(L\left(\ddot p\right),\ \varphi\right)$ писать $\left(\ddot p,\ \varphi\right)$, понимая под $\int\limits_0^T \ddot p(t)\,\varphi(t)\,dt$ интегрирование по Лебегу.

Если $n(t)\equiv 0$, то

$$x-\mu s=p. \tag{5}$$

Учитывая (4) и (5) для любых φ_1 и φ_2, $\varphi_1\neq\varphi_2$, имеем:

$$\begin{cases}\left(\ddot x-\mu\ddot s,\ \varphi_1\right)+\omega^2(x-\mu s,\ \varphi_1)=0;\\ \left(\ddot x-\mu\ddot s,\ \varphi_2\right)+\omega^2(x-\mu s,\ \varphi_2)=0.\end{cases} \tag{6}$$

Рассматривая (6) как систему однородных линейных уравнений с решениями $y_1=1$, $y_2=\omega^2$, получаем

$$\begin{vmatrix}\left(\ddot x-\mu\ddot s,\ \varphi_1\right), & (x-\mu s,\ \varphi_1)\\ \left(\ddot x-\mu\ddot s,\ \varphi_2\right), & (x-\mu s,\ \varphi_2)\end{vmatrix}=0. \tag{7}$$

Раскрывая определитель, имеем для $\hat\mu$ уравнение типа (2), полученное в предположении $n(t)\equiv 0$. Так как $n(t)\not\equiv 0$, то оценка $\hat\mu$, полученная из (2), будет некоторой случайной величиной. Задача состоит в выборе таких функций φ_1 и φ_2, которые наибольшим образом уменьшали бы влияние шума на решение уравнения (2). В [1] $\varphi_1=s$, $\varphi_2=\ddot s-\frac{\left(s,\ \ddot s\right)}{\|s\|^2}s$. Последнее эквивалентно $\varphi_1=\frac{s}{\|s\|}$, $\varphi_2=\frac{\ddot s}{\|\ddot s\|}$, где $\|s\|^2=\int\limits_0^T s^2(t)\,dt$. Вопрос о выборе одного из двух корней уравнения (2) в качестве оценки $\hat\mu$ в [1] не рассматривался. Для решения этой задачи выберем пару новых функций φ_1' и φ_2', отличную от пары $\frac{s}{\|s\|}$, $\frac{\ddot s}{\|\ddot s\|}$, и построим для них уравнение (2). При этом $\hat\mu_1$ и $\hat\mu_2$ — корни (2) при $\varphi_1=\frac{s}{\|s\|}$ и $\varphi_2=\frac{\ddot s}{\|\ddot s\|}$, а $\hat\mu_1'$ и $\hat\mu_2'$ — корни (2) при $\varphi_1=\varphi_1'$ и $\varphi_2=\varphi_2'$. Рассмотрим величины $\Delta_{ij}=\hat\mu_i-\hat\mu_j'$. Пусть $|\Delta_{kl}|=\min\limits_{ij}|\Delta_{ij}|$; тогда полагаем $\hat\mu=\frac{\hat\mu_k+\hat\mu_l'}{2}$. Таким образом, мы из корней $\hat\mu_1$, $\hat\mu_2$ и $\hat\mu_1'$; $\hat\mu_2'$ выбираем два корня $\hat\mu_k$ и $\hat\mu_l'$ наиболее мало различающихся, т. е. проводим «приближенное совместное» решение двух квадратных уравнений. Полусумму

$\hat{\mu}_k$ и $\hat{\mu}'_l$ мы принимаем за оценку $\hat{\mu}$. Если (2) будет иметь комплексно-сопряженные корни, то следует положить оба корня равными их вещественной части и далее действовать, как указано выше.

Подберем далее необходимые φ'_1 и φ'_2. Заметим, что так как любые реальные сигналы $x(t)$ и $\ddot{x}(t)$ являются сигналами с приближенно ограниченным спектром, то их приближенно можно рассматривать как элементы конечномерного функционального пространства с ортогональным базисом $\{U_1, \ldots, U_n\}$ [3]. Функции $\varphi'_1(t)$ и $\varphi'_2(t)$ тоже имеет смысл считать принадлежащими этому пространству. Нетрудно показать, что можно рассматривать только функции φ'_1 и φ'_2 вида:

$$\varphi'_1 = \frac{s}{\|s\|} + \sum_{i=1}^{n-2} a_i \psi_i; \tag{8}$$

$$\varphi'_2 = \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|} + \sum_{i=1}^{n-2} b_i \psi_i, \tag{9}$$

где $\{\psi_1, \ldots, \psi_{n-2}\}$ — ортонормированный базис в ортогональном дополнении к подпространству, натянутому на функции s и $\ddot{s}$ в исходном конечномерном пространстве с базисом $\{U_1, \ldots, U_n\}$ [4]. Построение по заданным $\{U_1, \ldots, U_n\}$ множества $\{\psi_1, \ldots, \psi_{n-2}\}$ производится просто [4].

При больших по отношению к шуму значениях амплитуды помехи корни уравнения (2) описываются следующими асимптотическими выражениями:

$$\hat{\mu}_1 = \mu + \frac{\begin{vmatrix} (\ddot{p}, \varphi_1), & (n, \varphi_1) \\ (\ddot{p}, \varphi_2), & (n, \varphi_2) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} (\ddot{n}, \varphi_1), & (p, \varphi_1) \\ (\ddot{n}, \varphi_2), & (p, \varphi_2) \end{vmatrix}}{-(p, \varphi_1) B_1 + (p, \varphi_2) B_2} + 0\left(\frac{1}{a}\right); \tag{10}$$

$$\hat{\mu}_2 = \mu + \frac{-(p, \varphi_1) B_1 + (p, \varphi_2) B_2}{A} + \frac{\begin{vmatrix} \frac{(s, \ddot{s})}{\|s\|}, & (n, \varphi_1) \\ \|\ddot{s}\|, & (n, \varphi_2) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} (\ddot{n}, \varphi_1), & \|s\| \\ (\ddot{n}, \varphi_2), & \frac{(s, \ddot{s})}{\|\ddot{s}\|} \end{vmatrix}}{A} -$$

$$- \frac{\begin{vmatrix} (\ddot{p}, \varphi_1), & (n, \varphi_1) \\ (\ddot{p}, \varphi_2), & (n, \varphi_2) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} (\ddot{n}, \varphi_1), & (p, \varphi_1) \\ (\ddot{n}, \varphi_2), & (p, \varphi_2) \end{vmatrix}}{-(p, \varphi_1) B_1 + (p, \varphi_2) B_2} + 0\left(\frac{1}{a}\right), \tag{11}$$

где

$$B_1 = \|\ddot{s}\| + \omega_2 \frac{(s, \ddot{s})}{\|\ddot{s}\|}; \quad B_2 = \frac{(s, \ddot{s})}{\|s\|} + \omega^2 \|s\|; \quad A = \left[\frac{(s, \ddot{s})^2}{\|s\| \|\ddot{s}\|} - 1\right] \|s\| \|\ddot{s}\|.$$

Эти формулы, в частности, очень хорошо согласуются с экспериментальными данными, приведенными в [1]. Подставляя в (10) и (11)

$$\varphi_1 = \frac{s}{\|s\|}, \quad \varphi_2 = \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|} \quad \text{и} \quad \varphi'_1 = \frac{s}{\|s\|} + \sum_{i=1}^{n-2} a_i \psi_i, \quad \varphi'_2 = \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|} + \sum_{i=1}^{n-2} b_i \psi_i,$$

не учитывая члены, зависящие от шума и величины $0\left(\frac{1}{a}\right)$, будем иметь:

$$|\Delta_{11}| = 0; \quad |\Delta_{22}| = \left| \frac{-\left(p, \sum_{i=1}^{n-2} a_i \psi_i\right) B_1 + \left(p, \sum_{i=1}^{n-2} b_i \psi_i\right) B_2}{A} \right|;$$

$$|\Delta_{12}| = \left| \frac{-\frac{(p, s)}{\|s\|} B_1 + \frac{(p, \ddot{s})}{\|\ddot{s}\|} B_2 - \left(p, \sum_{i=1}^{n-2} a_i \psi_i\right) B_1 + \left(p, \sum_{i=1}^{n-2} b_i \psi_i\right) B_2}{A} \right|; \tag{12}$$

$$|\Delta_{21}| = \left| \frac{-\frac{(p, s)}{\|s\|} B_1 + \frac{(p, \ddot{s})}{\|\ddot{s}\|} B_2}{A} \right|.$$

Из (10) и (11) видно, что без учета членов $0\left(\frac{1}{a}\right)$, $\hat{\mu}_1$ и $\hat{\mu}_1'$ — случайные нормальные величины с $E\hat{\mu}_1 = E\hat{\mu}_1' = \mu$; $\hat{\mu}_2$ и $\hat{\mu}_2'$ — случайные нормальные величины с $\hat{E}\mu_2 - \mu$ и $E\hat{\mu}_2' - \mu$, отличными от 0 и растущими пропорционально амплитуде помехи. В качестве $\hat{\mu}_k$ желательно иметь $\hat{\mu}_1$, а в качестве $\hat{\mu}_l' - \hat{\mu}_1'$. Помешать такому правильному выбору могут малые величины разностей $|\Delta_{12}|$, $|\Delta_{21}|$ и $|\Delta_{22}|$ в (12) и влияние шума. Малые разности $|\Delta_{12}|$ и $|\Delta_{21}|$ означают, что $E\hat{\mu}_1 \approx E\hat{\mu}_2 \approx \mu$ и $E\hat{\mu}_1' \approx E\hat{\mu}_2' \approx \mu$ и выбор, например, $\hat{\mu}_1$ вместо $\hat{\mu}_2$ ведет к малым погрешностям в определении μ. Наиболее «опасной» для увеличения погрешностей является разность $|\Delta_{22}|$, так как если она мала, то из-за влияния шума мы можем паре $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_1'$ предпочесть пару $\hat{\mu}_2$, $\hat{\mu}_2'$. И если при этом Δ_{12} и Δ_{21} велики по абсолютной величине и одинаковы по знаку, то погрешность в определении μ может оказаться значительной. Как видно из (11), $E\hat{\mu} - \mu$ возрастает пропорционально амплитуде помехи. Поэтому надо произвести такой подбор $\{a_i\}_{i=1}^{n-2}$ и $\{b_i\}_{i=1}^{n-2}$, чтобы $|\Delta_{22}|$ была бы большой величиной, а добавка от шума в корнях уравнения (2) при $\varphi_1 = \varphi_1'$ и $\varphi_2 = \varphi_2'$ — минимальной. К сожалению, анализ выражений (10) и (11) даже без учета величин $0\left(\frac{1}{a}\right)$ очень сложен. Получить алгоритм построения φ_1' и φ_2' удается лишь с помощью довольно громоздких качественных рассуждений. Предлагается следующая методика выбора φ_1' и φ_2'. Обозначим:

$$M(\varphi_1, \varphi_2) = \begin{vmatrix} (\ddot{s}, \varphi_1), (x, \varphi_1) \\ (\ddot{s}, \varphi_2), (x, \varphi_2) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} (\ddot{x}, \varphi_1), (s, \varphi_1) \\ (\ddot{x}, \varphi_2), (s, \varphi_2) \end{vmatrix}; \tag{13}$$

$$\Delta_{\varphi_1', \varphi_2'} = \max_{(i, j) \neq (i_1, j_1) \neq (i_2, j_2)} (|\Delta_{ij}| + |\Delta_{i_1 j_1}| + |\Delta_{i_2 j_2}|). \tag{14}$$

А. Пусть

$$V_1^+ = \frac{s}{\|s\|} + \psi_j; \quad V_2 = \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|}; \quad V_1^- = \frac{s}{\|s\|} - \psi_j; \tag{15}$$

$$V_1' = \frac{s}{\|s\|}; \quad V_2^{+\prime} = \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|} + \psi_j; \quad V_2^{-\prime} = \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|} - \psi_j, \tag{16}$$

где

$$|(x, \psi_j)| = \max_i |(x, \psi_i)| = \max_i |(p, \psi_i) + (n, \psi_i)|. \tag{17}$$

Таким образом, в построении функций φ_1' и φ_2' участвует с большой вероятностью благодаря условию (17) та функция ψ_i, проекция помехи на которую (p, ψ_i) максимальна по абсолютной величине.

Б. Выбираем $\{V_1^+, V_1^-, V_2\}$, если

$$\left| M\left(\frac{s}{\|s\|}, \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|}\right) - M(V_1^+, V_2) \right| > \left| M\left(\frac{s}{\|s\|}, \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|}\right) - M(V_1', V_2^{+\prime}) \right|, \tag{18}$$

и $\{V_1', V_2^{+\prime}, V_2^{-\prime}\}$, если

$$\left| M\left(\frac{s}{\|s\|}, \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|}\right) - M(V_1^+, V_2) \right| < \left| M\left(\frac{s}{\|s\|}, \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|}\right) - M(V_1', V_2^{+\prime}) \right|. \tag{19}$$

Как видно из (12), для того чтобы сделать величину $|\Delta_{22}|$ максимальной, желательно принять $\varphi_1' = \frac{s}{\|s\|} \pm \psi_j$, $\varphi_2' = \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|}$, если $|B_1| > |B_2|$, и $\varphi_1' = \frac{s}{\|s\|}$, $\varphi_2' = \frac{\ddot{s}}{\|\ddot{s}\|} \pm \psi_j$, если $|B_1| < |B_2|$. Соотношение между $|B_1|$ и $|B_2|$ устанавливается с помощью условий (18) и (19). Конечно, это производится правильно с вероятностью, меньшей 1, из-за влияния шума.

В. Пусть, например, выбраны $\{V_1^+, V_1^-, V_2\}$; тогда будем считать $\varphi_1 = V_1^+, \varphi_2 = V_2$ и найдем $\Delta^+_{\varphi_1'\varphi_2'}$, затем примем $\varphi_1' = V_1^-$, $\varphi_2' = V_2$ и найдем $\Delta^-_{\varphi_1'\varphi_2'}$.

$$\text{Если } \Delta^+_{\varphi_1'\varphi_2'} > \Delta^-_{\varphi_1'\varphi_2'}, \quad \text{то} \quad \varphi_1' = V_1^+,\ \varphi_2' = V_2; \tag{20}$$

$$\text{если } \Delta^+_{\varphi_1'\varphi_2'} < \Delta^-_{\varphi_1'\varphi_2'}, \quad \text{то} \quad \varphi_1' = V_1^-,\ \varphi_2' = V_2. \tag{21}$$

Проверка условий (20) и (21) производится для того, чтобы в формулах (10) и (11) сделать максимальной величину $-(p, \varphi_1')B_1 + (p, \varphi_2')B_2$ с помощью выбора знака у ψ_j. Благодаря этому уменьшается дисперсия второго слагаемого в (10) и третьего — в (11).

Полученные результаты можно обобщить и для случая приема полезного сигнала с неизвестной фазой α. Если сигнал представляется в виде

$$x(t) = \mu \sin\alpha\, s_1(t) + \mu\cos\alpha\, s_2(t) + a\sin(\omega t + \psi)X[t_1, t_2] + n(t);\ t \in [0, T], \tag{22}$$

где $s_1(t)$ и $s_2(t)$ — известные квадратурные составляющие полезного сигнала; α — случайная фаза. Тогда при выполнении условий

$$(s_1, s_2) = 0, \quad (\ddot{s}_1, s_2) = 0, \quad (s_1, \ddot{s}_2) = 0, \quad (\ddot{s}_2, s_1) = 0, \tag{23}$$

которые справедливы в большинстве реальных случаев, можно произвести оценку величин $\mu\sin\alpha$ и $\mu\cos\alpha$.

Пусть оценка $\mu\sin\alpha$ есть $\hat{\mu}_s$, оценка $\mu\cos\alpha$ есть $\hat{\mu}_c$; тогда можно, например, принять $\hat{\mu}^2 = \hat{\mu}_s^2 + \hat{\mu}_c^2$.

Предложенная методика построения оценки применима и для сложной помехи, представляющей несколько не перекрывающихся во времени помех рассмотренного вида.

Можно доказать, что для любого сколь угодно малого ε существует такое значение амплитуды помехи a^*, что для любого $a > a^*$ с вероятностью, большей, чем $1 - \varepsilon$, оценка амплитудного множителя полезного сигнала по указанному выше методу является случайной нормальной величиной с $E\hat{\mu} = \mu$ и дисперсией, не зависящей от a.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Парфенов. Оценка амплитудного множителя полезного сигнала на фоне гармонической помехи с неизвестными параметрами и шума.— ИВУЗ, Приборостроение, 1973, № 4.
2. А. М. Заездный. Разделение сигналов и измерение их параметров по структурным свойствам сигналов.— Сборник трудов научно-технической конференции по вопросам разделения и измерения сигналов по их структурным свойствам. Л., 1968.
3. И. С. Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы. М., «Советское радио», 1971.
4. А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М., «Наука», 1968.

Поступило в редакцию 16 апреля 1973 г.

УДК 389.001.11

В. Г. КОСТОРНИЧЕНКО, А. П. СТАХОВ

(*Таганрог*)

НЕКОТОРЫЕ СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ ДОСТОВЕРНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ СРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

В цифровых измерительных приборах ЦИП и аналого-цифровых преобразователях АЦП получение измерительной информации осуществляется путем последовательного сравнения измеряемой x и образцовой x_{0i} величин [1] с помощью двоичных компараторов, идеальное функционирование которых описывается уравнением

$$y(t_j) = \operatorname{sign}[x(t_j) - x_{0i}(t_j)] = \begin{cases} 0, & \text{если } x(t_j) < x_{0i}(t_j); \\ 1, & \text{если } x(t_j) \geqslant x_{0i}(t_j). \end{cases} \tag{1}$$