УДК 681.833 : 519.2

Р. Н. ВИЛЬДАНОВ, А. Н. ДОМАРАЦКИЙ

(*Новосибирск*)

АППАРАТУРНЫЕ МЕТОДЫ ОПЕРАТИВНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК РАСПРЕДЕЛЕНИЙ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

Изучение случайных сигналов представляет не только большой физический интерес, но и имеет существенное практическое значение. Одними из исчерпывающих характеристик случайного сигнала являются амплитудные и временные распределения. Однако получение математического описания распределений является довольно сложной задачей, а полученные результаты не всегда могут быть с успехом использованы в практической деятельности исследователя. Поэтому большое распространение нашли аппаратурные методы определения оценок распределений [1—3], отличающиеся большим разнообразием.

В настоящей работе сделана попытка рассмотреть методы определения оценок амплитудных и временных распределений по экспериментальным данным с общих позиций. При описании методов использовались представление оценок распределений в общем виде [4] и введение дополнительных операторов [5]. Такой подход к рассматриваемым вопросам дает возможность просто проследить сходство и различия в аппаратурных методах определения оценок распределений и более четко подойти к структурному построению анализаторов распределений.

Методы определения оценок амплитудных распределений. В настоящем разделе рассматриваются наиболее распространенные методы определения оценок функций распределения и плотностей вероятностей. Изложенные методы распространяются главным образом на стационарные случайные сигналы, обладающие эргодическим свойством. Отметим, что наиболее развит и распространен метод, основанный на измерении относительного времени пребывания реализации случайного сигнала ниже заданного уровня (в интервале уровня), с которого и начнем рассмотрение.

Метод определения амплитудных распределений путем измерения относительного времени пребывания реализации случайного сигнала ниже заданного уровня (в интервале уровня). Для стационарного эргодического случайного сигнала $X(t)$ существует связь между функцией распределения вероятностей и относительным временем пребывания реализации $x(t)$ этого сигнала ниже заданного уровня анализа x. Для установления подобной связи введем вспомогательный сигнал $\Xi(t, x)$, выразив его следующей неслучайной функцией ψ случайного сигнала $X(t)$:

$$\Xi(t, x) = \psi[X(t)] = \begin{cases} 1 \text{ при } X(t) \leqslant x; \\ 0 \text{ при } X(t) > x. \end{cases} \tag{1}$$

Математическое ожидание сигнала $\Xi(t, x)$ равно

$$m_\xi = M[\Xi(t, x)] = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) f(x)\, dx. \tag{2}$$

Используя (1), имеем

$$m_\xi = \int_{-\infty}^{x} f(x)\, dx = F(x). \tag{3}$$

Если сигнал $\Xi(t, x)$ эргодический по отношению к математическому ожиданию, то

$$F^*(x) = \frac{1}{T}\int\limits_0^T \xi(t, x)\,dx, \tag{5}$$

или в общем виде имеем

$$F^*(x) = h_t h_\alpha^F \{x(t)\}, \tag{6}$$

т. е. основной оператор h_α^F в определении оценок амплитудных функций распределения путем измерения относительного времени пребывания реализации случайного сигнала ниже заданного уровня является нелинейным и преобразует реализацию в соответствии с правилом

$$h_\alpha^F\{x(t)\} = \begin{cases} 1 \text{ при } x(t) \leqslant x; \\ 0 \text{ при } x(t) > x, \ x = \alpha. \end{cases} \tag{7}$$

Аналогичным образом можно установить вид основного оператора h_α^f при определении оценок плотностей вероятности, установив связь между относительным временем пребывания реализации $x(t)$ случайного сигнала в интервале уровня $x \pm \Delta x/2$ и вероятностью пребывания сигнала $X(t)$ в этом интервале. Оценка вероятности пребывания реализации в интервале уровня определяется как

$$P^*\left[x - \frac{\Delta x}{2} \leqslant X(t) \leqslant x + \frac{\Delta x}{2}\right] = h_t h_\alpha^f \{x(t)\}, \tag{8}$$

где

$$h_\alpha^f\{x(t)\} = \begin{cases} 1 \text{ при } x - \frac{\Delta x}{2} \leqslant x(t) \leqslant x + \frac{\Delta x}{2}; \\ 0 \text{ при } x(t) < x - \frac{\Delta x}{2}; \quad x(t) > x + \frac{\Delta x}{2}; \quad x = \alpha. \end{cases} \tag{9}$$

Используя формулу (8), легко найти оценку плотности вероятности.

Практическое осуществление операторов в правилах (7) и (9) в устройствах обработки не встречает затруднений. На рис. 1 представлена обобщенная структурная схема анализатора амплитудных одномерных распределений, реализующего рассмотренный метод. Множество описанных в литературе амплитудных анализаторов отличается друг от друга лишь способом осуществления основных операторов h_α и оператора усреднения $h_t(h_n)$.

Определение оценок распределений путем сравнения с распределением образцового сигнала (нулевой метод). Рассмотрим ситуацию, при которой имеются в распоряжении реализации образцового $y(t)$ с известной (образцовой) функцией распределения и исследуемого $x(t)$ сигналов. При помощи правила (7) образуем новые реализации $\xi(t, y)$ и $\xi(t, x)$; тогда на основании формулы (5) имеем:

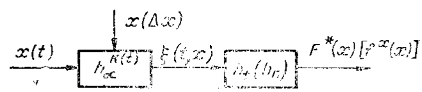

Рис. 1.

$$\frac{1}{T}\int\limits_0^T \xi(t, y)\,dt = F^*(y); \quad \frac{1}{T}\int\limits_0^T \xi(t, x)\,dt = F^*(x), \tag{10}$$

где $F^*(y)$ — известная величина. Изменяя величину уровня y, можно добиться равенства

$$\varphi = \frac{1}{T}\int_0^T \xi(t, y)\,dt - \frac{1}{T}\int_0^T \xi(t, x)\,dt = 0. \tag{11}$$

При выполнении равенства (11) функция распределения исследуемого сигнала в точке установленного уровня x определится по известной величине $F^*(y)$, т. е.

$$F^*(x) = F^*(y). \tag{12}$$

Из равенства (11) следует

$$\varphi = \frac{1}{T}\int_0^T \xi(t, x, y)\,dt, \tag{13}$$

или, представляя (13) в общем виде, имеем

$$\varphi = h_t h_\alpha \{x(t),\ y(t)\}, \tag{14}$$

где основной оператор h_α преобразует реализацию $x(t)$ и $y(t)$ по правилу

$$h_\alpha\{x(t), y(t)\} = \begin{cases} 1 \text{ при } y(t) < y,\ x(t) > x; \\ -1 \text{ при } y(t) > y,\ x(t) < x; \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases} \tag{15}$$

Формула (13) определяет для каждого установленного значения уровня y определенное значение φ, т. е. ряду Y последовательно устанавливаемых уровней y_i соответствует ряд убывающих величин φ_i, причем уровень y_n назначают так, чтобы величина φ_n стремилась к нулю с заданной точностью. Процедуру измерения легко автоматизировать, используя для этого величину φ_i как сигнал рассогласования или устанавливая текущий уровень анализа образцового сигнала y_i по подходящему рекуррентному алгоритму, обеспечивающему сходимость величины φ_n к нулю с требуемой скоростью и точностью. Например, рекуррентный алгоритм

$$y(t_n) = y(t_{n-1}) + \beta h_\alpha\{x(t_n) y(t_n)\}, \tag{16}$$

где $\beta < 1 = \text{const}$, гарантирует сходимость величины φ_n к нулю.

Автоматизация процессов измерения функций распределения путем сравнения с распределением образцового сигнала сводится к разработке автоматических устройств, реализующих нулевые методы измерения. На рис. 2, *а*, *б* представлены обобщенные структурные схемы подобных устройств. Схемы устройств отличаются тем, что в одной из них (см. рис. 2, *а*) установка текущего уровня y_i осуществляется в соответствии с величиной и знаком φ_i, определяемыми формулой (13), в другой (см. рис. 2, *б*) — текущий уровень y_i устанавливается по алгоритму (16). Процесс измерения в обоих устройствах заканчивается, когда нулевой указатель зафиксирует нуль с заданной точностью.

Аналогичным путем легко установить вид основного оператора в определении оценок плотностей вероятности. Величина φ в этом случае

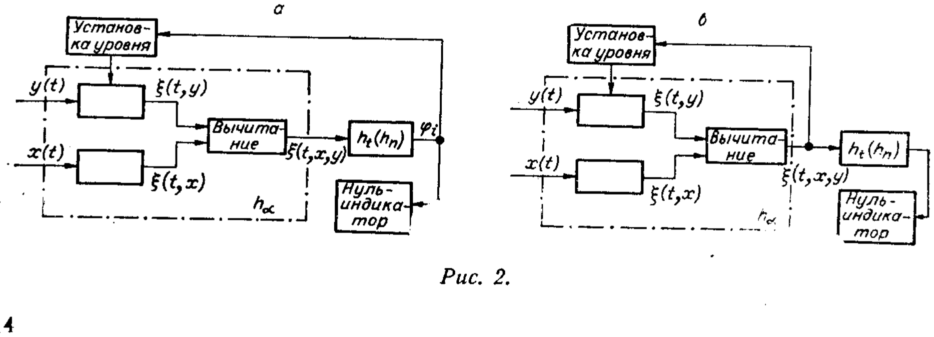

Рис. 2.

определится выражением

$$\varphi = h_t h_\alpha^f \{x(t),\ y(t)\},$$

где основной оператор h_α^f преобразует исследуемую и образцовую реализации по правилу

$$h_\alpha^f\{x(t), y(t)\} = \begin{cases} 1 \text{ при } y - \frac{\Delta y}{2} < y(t) < y + \frac{\Delta y}{2} \begin{cases} x(t) > x + \frac{\Delta x}{2}; \\ x(t) < x - \frac{\Delta x}{2}; \end{cases} \\ -1 \text{ при } \begin{matrix} y(t) > y + \frac{\Delta y}{2} \\ y(t) < y - \frac{\Delta y}{2} \end{matrix} \Bigg\} x - \frac{\Delta x}{2} < x(t) < x + \frac{\Delta x}{2}; \\ 0 \quad \text{в остальных случаях.} \end{cases} \tag{17}$$

Автоматизация процесса измерения оценок плотностей вероятности нулевым методом осуществляется таким же образом, как и при определении оценок функции распределения. Причем для сведения к нулю величины φ необходимо использовать или изменение текущего уровня анализа образцового сигнала при заданном интервале анализа, или изменение текущего интервала анализа образцового сигнала при заданном уровне анализа, или, наконец, если сходимость φ к нулю с заданной точностью не обеспечена этими приемами, изменение и того и другого вместе. Однако практическое применение нулевого метода при этом может оказаться не всегда оправданным из-за усложнений автоматизации процесса измерения. В [6] описан метод, который имеет некоторое сходство с нулевым.

Другие методы определения оценок амплитудных распределений. Кратко остановимся на методах, которые не нашли широкого применения в практике создания оперативных амплитудных анализаторов. Наиболее интересным из них является метод с применением вспомогательных сигналов [7, 8]. Суть его заключается в том, что к выбранному уровню анализа прибавляется вспомогательный случайный [7] или детерминированный [8] сигналы, а реализацию исследуемого сигнала ограничивают на уровне, равном полученной сумме. В случае применения вспомогательного случайного сигнала величина смешанного момента $M[X_{\text{огр}}(t)U(t)]$ ($X_{\text{огр}}(t)$ — сигнал, полученный из исследуемого путем ограничения; $U(t)$ — вспомогательный случайный сигнал с $\sigma_u^2 \ll \sigma_x^2$) пропорциональна искомой функции распределения в точке выбранного уровня. Если исследуемую реализацию ограничивать на уровне, равном сумме выбранного уровня анализа и двух вспомогательных статистически независимых случайных сигналов, то смешанный момент $M[X_{\text{огр}}(t)U_1(t)U_2(t)]$ будет пропорционален плотности вероятности исследуемого сигнала.

При применении вспомогательного детерминированного сигнала вида $u(t) = u_m \sin \omega t$ ($\omega = \text{const}$) из сигнала, полученного ограничением по приведенному выше правилу, выделяется определенная гармоническая составляющая, которая подвергается усреднению. Среднее значение n-й гармонической составляющей будет пропорционально $(n-2)$-й производной плотности вероятности исследуемого сигнала, т. е. усреднение соответствующих гармоник позволяет измерять оценки функций распределения и их производных [8].

В некоторых случаях нашел практическое применение способ получения оценок функций распределения путем измерения приращения среднего значения напряжения на выходе квазипикового детектора при изменении опорного напряжения, пропорционального уровню анализа [9, 10].

Возможно определение распределений сравнением с множеством известных распределений, когда после определения моментов исследуемого сигнала $X(t)$ на их основе из известного множества законов распределения $\{f(x)\}_i$ $(i=1, 2, \dots, k)$ выбирается один, моменты которого совпадают с найденными [11], или когда предварительно получают эмпирический закон распределения и минимизируют расстояния между законами распределения [12]. Алгоритм решения в этом случае имеет вид

$$\min_{i} \min_{a_{i}, \dots, a_{i_n}} d[f^*(x), f(x_i, a_{i_1}, \dots a_{i_n})], \tag{18}$$

где $d(b_1, b_2)$ — расстояние между b_1 и b_2 в выбранном функциональном пространстве. Параметры $\overset{*}{a}_{ij}$, полученные после вычислений в (18), определяют закон распределения $f_i^*(x, \overset{*}{a}_{i_1}, \dots, \overset{*}{a}_{i_n})$ исследуемого сигнала в смысле выбранного расстояния.

Следует отметить, что существуют и другие способы определения оценок распределений (см., например, [13]), но их рассмотрение опущено ввиду того, что они явно непригодны для создания оперативных амплитудных анализаторов.

Методы определения оценок условных распределений. Условной функцией распределения случайного сигнала $Z(t)$ относительно события A называется условная вероятность выполнения неравенства $Z<z$ относительно события A [14]. Если событие A заключается в том, что $X<x$, то условная функция распределения $Z(t)$ относительно неравенства $X<x$ определяется из

$$F(z/x) = \frac{P\begin{pmatrix} Z < z \\ X < x \end{pmatrix}}{P(X < x)}. \tag{19}$$

Определение условной функции распределения показывает, что задача отыскания оценок условных распределений сводится к измерению оценок условных вероятностей относительно интересующих событий. Оценки условных вероятностей можно находить методами, описанными выше, считая их вероятностями, зависящими от выбранного условия, как от параметра. Покажем это на примерах применения метода, основанного на измерении относительного времени пребывания реализации ниже заданного уровня, и нулевого метода.

Из вспомогательных сигналов $\Xi(t, z)$, $\Xi(t, x)$, полученных из исследуемых $Z(t)$, $X(t)$ по правилу (7), образуем новый сигнал $\Xi(t, z, x)$, равный

$$\Xi(t, z, x) = \Xi(t, z)\Xi(t, x). \tag{20}$$

Тогда в соответствии с (7) имеем

$$\Xi(t, z, x) = \psi(z, x) = \begin{cases} 1 & \text{при } Z(t) < z,\ X(t) < x; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \tag{21}$$

Определим математическое ожидание сигнала $\Xi(t, z, x)$ как условное математическое ожидание неслучайной функции $\psi(z, x)$

$$M[\Xi(t, z, x)] = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(z, x) f(z/x)\, dz, \tag{22}$$

или с учетом (21)

$$M[\Xi(t, z, x)] = \int_{-\infty}^{z} f(z/x)\, dz = F(z/x). \tag{23}$$

Если сигнал $\Xi(t, z, x)$ эргодический по отношению к математическому ожиданию, то выполняется равенство

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T \xi(t, z, x)\, dt = M[\Xi(t, z, x)], \tag{24}$$

а за оценку условной вероятности выполнения неравенства $Z<z$ при условии $X<x$ можно принять относительное время совместного пребывания реализаций $z(t)$, $x(t)$ ниже уровней z, x

$$F^*(z/x) = \frac{1}{T}\int_0^T \xi(t, z, x)\, dt, \tag{25}$$

причем $F^*(z/x)$ зависит от уровня x, как от параметра. Или, представляя (25) в общем виде, имеем

$$F^*(z/x) = h_t h_\alpha \{z(t),\ x(t)\}, \tag{26}$$

т. е. основной оператор h_α^F в определении оценок условных функций распределения путем измерения относительного времени совместного пребывания двух реализаций ниже заданных уровней преобразует исследуемые реализации в соответствии с правилом

$$h_\alpha^F\{z(t), x(t)\} = \begin{cases} 1 & \text{при } z(t) < z,\ x(t) < x; \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \tag{27}$$

а результат действия оператора зависит от уровня x, как от параметра. Нетрудно убедиться, что правило преобразования исследуемых реализаций основным оператором h_α^F сохраняется и при определении оценок условных распределений относительно любого события (или любых событий).

Применение нулевого метода для измерения оценок условных функций распределения приводит к измерению оценок условных вероятностей путем сравнения с распределением образцового случайного сигнала. Для этого аналогично приему, проделанному выше, определим разность оценки образцового распределения (10) и оценки условной вероятности (25), рассматривая ее как оценку вероятности, зависящую от выбранного условия как от параметра:

$$\varphi = \frac{1}{T}\int_0^T \xi(t, y)\, dt - \frac{1}{T}\int_0^T \xi(t, z, x)\, dt. \tag{28}$$

Изменяя величину уровня y, можно добиться равенства нулю правой части (28). В этом случае оценка условной вероятности определится по образцовому распределению из соотношения

$$F^*(z/x) = F^*(y),$$

где под y следует понимать величину уровня, при котором $\varphi=0$. Выполнив в (28) простые преобразования, получим

$$\varphi = \frac{1}{T}\int_0^T \xi(t, x, y, z)\, dt, \tag{29}$$

где $\xi(t,\ x,\ y,\ z) = \xi(t,\ y) - \xi(t,\ z)\cdot\xi(t,\ x)$. Или, представляя (29) в общем виде, имеем

$$\varphi = h_t h_\alpha^F\{x(t),\ y(t),\ z(t)\}, \tag{30}$$

где основной оператор h_α^F преобразует исследуемые и образцовую реализации по правилу

$$h_\alpha^F\{x(t), y(t), z(t)\} = \begin{cases} 1 & \text{при } y(t) < y,\ \xi(t,z)\,\xi(t,x) = 0; \\ -1 & \text{при } y(t) > y,\ \xi(t,z)\,\xi(t,x) = 1; \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \tag{31}$$

а $\xi(t,\ x)$, $\xi(t,\ z)$ образуются по правилу (7).

Таким образом, для измерения оценок условных функций распределения нулевым методом (путем сравнения с оценкой образцового распределения) необходимо из исследуемых и образцовой реализаций образовать вспомогательную реализацию при помощи основного оператора, действующего по правилу (31), и, изменяя уровень анализа образцовой реализации, добиться равенства нулю с заданной точностью оценки среднего, определяемого выражением (30). Значение оценки функции распределения образцового сигнала в точке установившегося уровня определит значение оценки условного распределения исследуемого сигнала в точке уровня анализа относительно выбранного условия.

Аналогичным путем нетрудно установить вид основных операторов в определении оценок условных плотностей вероятностей относительно произвольных событий, правила действия которых, например, при условии $x-\Delta x/2<x(t)<x+\Delta x/2$ будут иметь вид:

$$h_{\alpha}^{f}\{x(t), z(t)\}=\begin{cases}1 & \text{при } z-\Delta/z<z(t)<z+\Delta z/2,\ x-\Delta x/2<x(t)<x+\Delta x/2;\\ 0 & \text{в остальных случаях}\end{cases} \tag{32}$$

для метода измерения относительного времени пребывания исследуемой реализации в интервале анализа при заданном условии;

$$h_{\alpha}^{f}\{x(t), y(t), z(t)\}=\begin{cases}1 \quad \text{при } y-\frac{\Delta y}{2}<y+\frac{\Delta y}{2}\left\{\begin{matrix} z(t)>z+\frac{\Delta z}{2}\\ z(t)<z-\frac{\Delta z}{2}\end{matrix}\right\}x-\\ \qquad -\frac{\Delta x}{2}<x(t)<x+\frac{\Delta x}{2};\\ -1 \quad \text{при } \left.\begin{matrix} y(t)>y+\frac{\Delta y}{2}\\ y(t)<y-\frac{\Delta y}{2}\end{matrix}\right\}z-\frac{\Delta z}{2}<z(t)<z+\\ +\frac{\Delta z}{2}, \quad x-\frac{\Delta x}{2}<x(t)<x+\frac{\Delta x}{2};\\ 0 \quad \text{в остальных случаях}\end{cases} \tag{33}$$

для нулевого метода.

Структурная схема устройств, определяющих оценки условных плотностей вероятности нулевым методом, строится, исходя из обобщенных схем рис. 2., по тем же принципам, но при этом необходимо помнить, что оценка условной плотности вероятности зависит от выбранного условия, как от параметра.

Располагая оценками условных и безусловных распределений, можно находить, используя соотношение (19) (или ему подобные), оценки двумерных (или многомерных) распределений, которые, в свою очередь, могут быть применены для определения оценок других статистических характеристик (см., например, [15]).

Методы определения оценок временных распределений. Выше подробно рассмотрены методы определения оценок амплитудных распределений. Очевидно, что эти методы могут быть использованы для измерения оценок временных распределений, если изменения временных параметров реализации исследуемого случайного сигнала представить пропорциональными амплитудными изменениями вспомогательного импульсного потока. При этом измерение оценки амплитудных распределений вспомогательного импульсного потока будут характеризовать оценки соответствующих временных распределений исследуемого сигнала.

Формулу для оценки временных распределений в общем случае можно представить в виде

$$Q^*(\alpha_\tau) = h_s h_{\alpha_\tau} h_q \{x(t)\} = h_s h_{\alpha_\tau} h_\nu h_\mu \{x(t)\}, \tag{34}$$

где пара дополнительных операторов $h_\nu h_\mu$ ставит в соответствие каждому изменению временных параметров исследуемой реализации амплитудные изменения импульсного потока, т. е.

$$h_\nu h_\mu \{x(t)\} = y_\tau(t_i). \tag{35}$$

В дальнейшем следует определять оценки амплитудных распределений импульсного потока методами, описанными выше, которые с соответствующим масштабным коэффициентом можно принять за оценки временных распределений.

Различия в методах определения оценок временных распределений сводятся к различию в методах преобразования временных интервалов в амплитуду импульсов (к различию дополнительных операторов $h_\nu h_\mu$).

Аналоговый способ преобразования временных параметров в амплитуду импульсов. В этом случае исследуемая реализация преобразуется одним из дополнительных операторов в импульсы постоянной амплитуды и переменной длительности так, что длительности импульсов равны временным параметрам Δt_i, оценка распределения которых подлежит определению (например, длительности выбросов на заданном уровне; рис. 3. *а*), т. е.

$$h_\mu \{x(t)\} = \delta_\Delta [t - (t_i + \Delta\tau_i)], \tag{36}$$

где импульсы $\delta_\Delta(t)$ определяются как

$$\delta_\Delta [t - (t_i + \Delta\tau_i)] = \begin{cases} c & \text{при } t_i \leqslant t \leqslant t_i + \Delta\tau_i; \\ 0 & \text{в остальных случаях;} \end{cases} \tag{37}$$

$\Delta\tau_i$ — текущий временной параметр.

Другой дополнительный оператор осуществляет преобразование длительности импульсов, определяемых условием (37), в амплитуду импульсов импульсного потока

$$h_\nu \{\delta_\Delta [t - (t_i + \Delta\tau_i)]\} = y_\tau(t_j) = \int\limits_{t_i}^{t_i + \Delta\tau_i} \delta_\Delta(\theta)\, d\theta = c\Delta\tau_i. \tag{38}$$

В результате действия введенных дополнительных операторов на исследуемую реализацию получается импульсный поток, амплитуды импульсов которого пропорциональны временным параметрам исследуемой реализации:

$$h_\nu h_\mu \{x(t)\} = y_\tau(t_j) = c\Delta\tau_i, \tag{39}$$

где c — масштабный коэффициент. Обобщенная структурная схема реализации этого метода представлена на рис. 3, *б*.

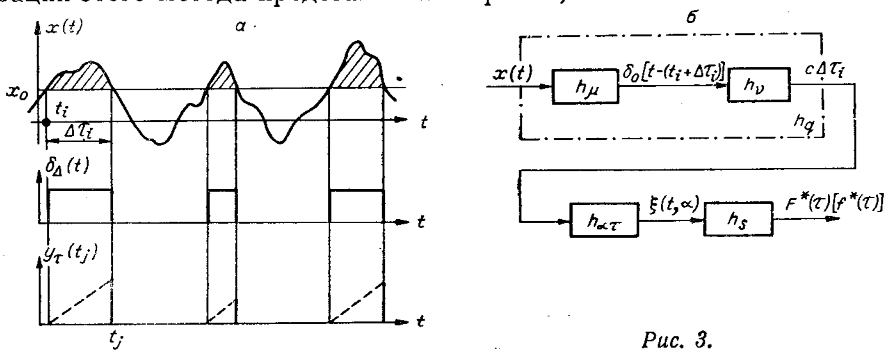

Рис. 3.

Дискретный способ преобразования временных параметров. При этом способе один из дополнительных операторов h_μ образует из исследуемой реализации импульсы по правилу (37), а другой — h_ν осуществляет операцию конъюнкции над образованным и вспомогательным импульсными потоками (рис. 4, *а*). Вспомогательный импульсный поток характеризуется постоянными частотой следования и амплитудой импульсов (назовем такой поток равномерным)

$$\delta_\Delta[t-(t_j+\delta t_j)] = \begin{cases} c & \text{при } t_j \leqslant t \leqslant t_j+\delta t_j; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (40)$$

С учетом условий (40) для оператора h_ν можем написать

$$h_\nu\{\delta_\Delta(t_i)\,\delta_\Delta(t_j)\} = \delta_\Delta[t-(t_i+\Delta\tau_j)] \wedge \delta_\Delta[t-(t_j+\delta t_j)] = \\ = \delta_\Delta[t_j-(t_i+\Delta\tau_i)], \quad (41)$$

где

$$\delta_\Delta[t_j-(t_i+\Delta\tau_i)] = \begin{cases} c & \text{при } t_i \leqslant t_j \leqslant t_j+\Delta\tau_i; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (42)$$

В результате действия дополнительных операторов на исследуемую реализацию и вспомогательный равномерный импульсный поток получается новый импульсный поток, импульсы в котором располагаются сериями. Число импульсов в серии n_i с учетом (42) пропорционально временному параметру исследуемой реализации $\Delta\tau_i$, т. е.

$$n_i = \frac{\Delta\tau_i}{\delta t_j} = c\Delta\tau_i, \quad (43)$$

где c — масштабный коэффициент. Обобщенная структурная схема дискретного преобразования временных параметров показана на рис. 4, *б*.

Определение оценок временных распределений путем сравнения с заданным временным интервалом. В этом случае дополнительный оператор h_μ из исследуемой реализации образует импульсный поток, определяемый условием (37), а второй оператор h_ν осуществляет преобразование полученного импульсного потока в другой импульсный поток, состоящий из серий импульсов (по два импульса в каждой серии). Импульсы в серии определяют начало и конец импульсов в потоке, образованном оператором h_μ, т. е. интервал τ_i между импульсами в серии равен временному параметру $\Delta\tau_i$:

$$h_\nu h_\mu\{x(t)\} = \delta_\Delta(t-t_i) + \delta_\Delta[t-t_i+\Delta\tau_i)], \quad (44)$$

где

$$\delta_\Delta(t-t_i) = \begin{cases} 1 & \text{при } t=t_i; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

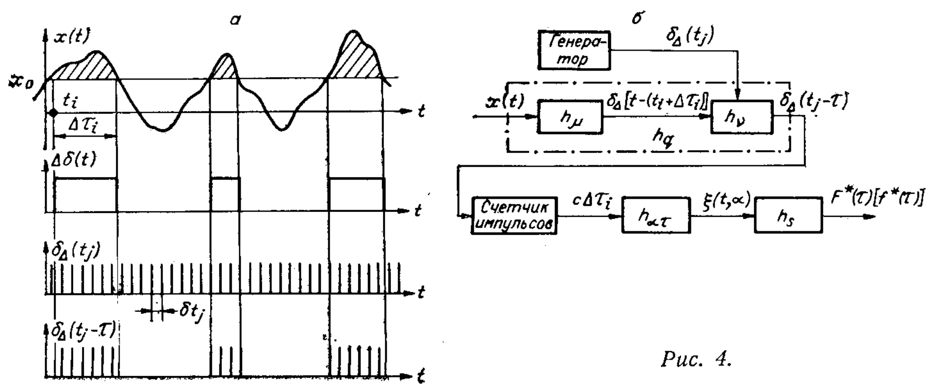

Рис. 4.

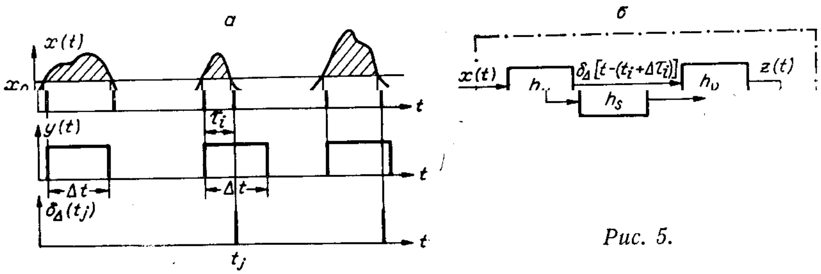

Рис. 5.

Интервал τ_i, разделяющий два импульса в серии, сравнивается с интервалом фиксированной длительности Δt, причем на выходе сравнивающего устройства возникает импульс лишь в том случае, если $\tau_i < \Delta t$ (рис. 5, *а*). Следовательно, основной оператор $h_{\alpha\tau}$ преобразует импульсный поток (44) по правилу

$$h_{\alpha_\tau} h_\nu h_\mu \{x(t)\} = \xi(t_i, \tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } \tau_i = \Delta\tau_i \leqslant \Delta t; \\ 0 & \text{при } \tau_i > \Delta t,\ \alpha = \tau. \end{cases} \qquad (45)$$

Правило (45) совпадает с правилом (7), поэтому величина, полученная после усреднения $\xi(t_i, \tau)$, определяет оценку искомого временного распределения. Правилу (45) удовлетворяет операция конъюнкции над импульсным потоком (44) и потоком импульсов заданной длительности Δt, начало которых совпадает с моментом появления первого импульса в сериях импульсного потока (44). На рис. 5, *б* представлена обобщенная структурная схема реализации рассмотренного способа.

Заключение. Из приведенного выше следует, что отличия алгоритмов аппаратурного определения распределений случайных сигналов в основном заключаются в применении различных правил действия основных операторов h_α. Поэтому, прежде чем приступить к разработке анализатора распределений (АР), необходимо четко определить цель, с которой он будет использоваться. В случае качественной оценки распределений для создания АР наиболее подходящим является метод, основанный на измерении относительного времени пребывания реализации случайного сигнала ниже заданного уровня (в интервале уровня), так как он дает наиболее простые практические решения. Причем предпочтительным является метод определения плотностей вероятностей, потому что он обеспечивает, с одной стороны, определение всего набора амплитудных распределений без значительных усложнений АР, с другой— позволяет просто перейти к определению временных распределений. Если же необходим АР для точной оценки распределений, то его следует создавать с применением нулевых методов, хотя они иногда приводят к усложнению АР.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Гензель, Л. Л. Григорович. Анализатор мгновенных значений стохастических сигналов.— Сб. «Передовой научно-технический и производственный опыт», 1960. Тема 34, П-60-20/3, вып. 3.
2. С. С. Курочкин. Многомерные статистические анализаторы. М., Атомиздат, 1968.
3. Г. Я. Мирский. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. М., «Энергия», 1972.
4. В. В. Ольшевский, Э. И. Цветков. О толковании терминов используемых в теории аппаратурного анализа случайных процессов. —Тр. III Всесоюзного симпо-

зиума «Методы представления и аппаратурный анализ случайных процессов и полей», т. 1. Л., 1970.
5. А. Н. Домарацкий. Общие вопросы в задаче автоматизации определения статистических характеристик случайных сигналов.— Автометрия, 1973, № 4.
6. Э. П. Тихонов. Метод определения оценки одномерной функции распределения.— Тр. III Всесоюзного симпозиума «Методы представления и аппаратурный анализ случайных процессов и полей», т. III. Л., 1970.
7. Г. М. Махонин. Методы измерения одномерных функций распределения вероятностей широкополосных случайных процессов.— Тр. I Всесоюзного симпозиума «Методы представления и аппаратурный анализ случайных процессов и полей», т. 2. Новосибирск, 1968.
8. Г. М. Махонин. Метод измерения одномерных функций распределения вероятностей и производных этих функций.— Тр. II Всесоюзного симпозиума «Методы представления и аппаратурный анализ случайных процессов и полей», т. 2. Новосибирск, 1969.
9. K. J. Yacoub. Application of Quasi — Peak Detector to the Measurement of Probability Density Function.—IRE Transaction on Instrumentation, 1959, v. 1—8, № 1.
10. Л. С. Тимонен. Об оценке функций распределения с помощью квазипикового детектора.— Тр. II конференции «Автоматический контроль и методы электрических измерений». Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1962.
11. М. Дж. Кендалл, А. Стюарт. Теория распределений. М., «Наука», 1966.
12. В. А. Антошин, В. Я. Розенберг. Определение параметра стационарного процесса методом сравнения одномерных законов распределения.— Тр. I Всесоюзного симпозиума «Методы представления и аппаратурный анализ случайных процессов и полей», т. 2. Новосибирск, 1968.
13. В. Б. Буховцев, В. И. Шмальгаузен. Фотографический способ исследования случайных процессов.— Приборы и техника эксперимента, 1959, № 4.
14. В. С. Пугачев. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.
15. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1968.

Поступила в редакцию 27 октября 1972 г.

УДК 519.24 : 621.374

Е. А. ТРОИЦКИЙ

(Ленинград)

ОЦЕНИВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ И СРЕДНЕГО КВАДРАТИЧЕСКОГО ОТКЛОНЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ПО ЭКСТРЕМАЛЬНЫМ СТАТИСТИКАМ

Параметры распределения нормальной случайной величины можно оценить по экстремальным значениям выборки [1]. Целесообразность исследования возможности применения такой же процедуры для вычисления оценок математического ожидания (м. о.) μ и среднего квадратического отклонения (с. к. о.) σ нормальных эргодических случайных процессов, особенно для экспресс-анализа, является очевидной. Можно утверждать, что процедуры оценивания м. о. и с. к. о. нормальных случайных процессов и случайных величин по экстремальным статистикам должны быть подобными. Основное затруднение, которое встретится при рассмотрении данного вопроса, состоит в определении характеристики эквивалентной по своему значению объему выборки, по которой находятся параметры распределения экстремальных статистик случайных величин.

Под максимальным и минимальным значениями реализации процесса на интервале (О, T) будем понимать соответственно наибольший