АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 4 1973

МЕТОДЫ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА АВТОМАТИЗАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТА

УДК 681.333.53

В. Т. ТЕРТЫШНЫЙ, В. А. ТИХОНОВ
(Киев)

ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ И АНАЛОГО-ДИСКРЕТНЫЕ УСТРОЙСТВА ОПЕРАТИВНОГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА С АВТОМАТИЧЕСКИМ ОПРЕДЕЛЕНИЕМ ИНТЕРВАЛА НАБЛЮДЕНИЯ

Определение интервала наблюдения случайных процессов, обеспечивающего заданную погрешность, является важной задачей при корреляционном анализе. Если у случайных процессов основная часть мощности сосредоточена в инфранизкочастотном диапазоне, как в промышленных системах автоматического регулирования, то правильный выбор интервала наблюдения значительно влияет на время анализа.

При оперативном корреляционном анализе, когда все ординаты корреляционной функции вычисляются по одному участку реализации случайного процесса в реальном масштабе времени, задача автоматического определения интервала наблюдения особенно актуальна, так как появляется возможность автоматически прекратить вычисления по достижении величины интервала, при котором погрешность определения корреляционной функции не больше заданной. Это важно еще и потому, что при оперативном анализе исследуемые процессы не регистрируются и, следовательно, невозможно скорректировать интервал после вычисления оценки корреляционной функции.

Необходимый интервал наблюдения случайных процессов может определяться предварительно на основе оценки сверху среднеквадратического отклонения $\frac{\sigma_R(0)}{R(0)} < 2\sqrt{\frac{\tau_{max}}{T_1}}$ [1]. Здесь $\sigma_R(0)$ — среднеквадратическое отклонение оценки автокорреляционной функции при $\tau=0$; $R(0)=D$ — дисперсия случайного процесса; T_1 — интервал наблюдения, который получается из рассматриваемой оценки погрешности. Задаваясь $\sigma_R(0)$ и τ_{max}, можно определить T_1. Но расчеты показывают, что такая оценка оказывается слишком завышенной, поэтому ее применение приводит к неоправданному увеличению интервала наблюдения, а следовательно, и к увеличению времени оперативного анализа.

Известно [1], что дисперсия оценки автокорреляционной функции при $\tau=0$ для нормальных случайных процессов

$$D[R^*(0)] \approx \frac{4}{T} \int_0^\infty R^2(\tau)\, d\tau. \tag{1}$$

Из (1) вытекает, что для корреляционной функции типа $R(\tau)=De^{-\alpha|\tau|}$ имеем $\frac{\sigma_R(0)}{R(0)} = \sqrt{\frac{2}{\alpha T}}$. Учитывая условие $R(\tau_{max})=0{,}05R(0)$, для той же корреляционной функции оценка сверху среднеквадратичной погрешности составляет $\frac{\sigma_R(0)}{R(0)} < \sqrt{\frac{12}{\alpha T_1}}$. При равных погрешностях, заменяя знак неравенства равенством, получаем, что $T_1=6T$, т. е. применение оценки сверху приводит к шестикратному увеличению времени анализа.

Иногда вычисляемая корреляционная функция относится к определенному классу, затем приближенно определяются параметры корреляционной функции по среднему числу максимумов и нулей процесса в единицу времени, после чего интервал наблюдения определяется расчетным путем с применением специальных формул и графиков [2, 3]. Этот способ требует трудоемких расчетов и может быть использован только для достаточно узкого класса случайных процессов.

В последнее время стали появляться устройства, которые позволяют вычислить дисперсию оценки корреляционной функции по формулам типа (1) с использованием не истинного значения $R(\tau)$, а полученной оценки корреляционной функции $R^*(\tau)$ [4, 5]. Следует отметить, что эти устройства не могут решить задачу автоматического определения требуемого интервала наблюдения, так как с их помощью определяется погрешность вычисления уже полученной оценки корреляционной функции на интервале T, который должен быть задан заранее.

В статье рассматривается реализация способа автоматического определения интервала наблюдения при оперативном корреляционном анализе, с помощью которого необходимый интервал определяется в процессе вычисления оценки корреляционной функции, а нужная информация извлекается из этой оценки. Этот способ основан на периодическом (или непериодическом) определении дисперсии вычисляемой оценки корреляционной функции в дискретном ряде точек интервала наблюдения и сравнении приведенной (нормированной) среднеквадратической погрешности с заданной.

Расчеты начинаются с оперативного вычисления оценки корреляционной функции $R^*_{T_0}(\mu\Delta\tau)$ на интервале T_0:

$$R^*_{T_0}(\mu\Delta\tau) = \frac{1}{N_0-\mu}\sum_{i=1}^{N_0-\mu}\overset{0}{x}_i\overset{0}{x}_{i+\mu}. \tag{2}$$

Будем считать, что оценка математического ожидания m_x^* определена достаточно точно и может быть заменена истинным значением m_x; при этом обрабатываются дискретные отсчеты центрированного процесса $\overset{0}{x}(t)=x(t)-m_x$.

В формуле (2) $x_i=x(i\Delta t)$; $x_{i+\mu}=x[(i+\mu)\Delta t]$;

$\mu=0, 1, 2, \dots, m-1$; $\Delta t=\Delta\tau$; $T_0=N_0\Delta t$; $\tau_{\max}=(m-1)\Delta\tau$.

При оперативном вычислении оценки (2) по коррелированным отсчетам после запоминания очередной ординаты x_j выполняются операции умножения $x_{j-\mu}x_j$ и суммирования с ранее накопленными суммами

$$\sum_{i=1}^{j-\mu-1} x_i x_{i+\mu}$$

в соответствии с (2) для всех $\mu=0, 1, 2, \dots, m-1$. Поэтому на каждом шаге вычислений (между вводами соседних ординат) следует хранить m ординат процесса $x(t)$ ($x_j, x_{j-1}, \dots, x_{j-m+1}$), соответствующих интервалу $\tau_{\max}$, кроме того, необходимо m ячеек запоминающего устройства для хранения вычисляемых ординат корреляционной функции [6, 7].

Дисперсия оценки дисперсии, вычисленной по дискретным отсчетам на интервале T, для нормального случайного процесса [1]:

$$D[R^*(0)] = \sigma_D^2 = \frac{2}{N}\left[R^2(0) + 2\sum_{\mu=1}^{N}\left(1-\frac{\mu}{N}\right)R^2(\mu\Delta\tau)\right], \tag{3}$$

где σ_D — среднеквадратическое отклонение оценки дисперсии; $R^*(0)=$ $=D^*$; $T=N\Delta t$.

Поскольку при оперативном корреляционном анализе мы вычисляем оценку корреляционной функции $R^*(\mu\Delta\tau)$ на интервале τ_{max} ($\mu=0$, $1, 2, \ldots, m-1$), то, подставив ее в (3), получим выражение для оценки среднеквадратического отклонения $\overset{*}{\sigma}_D$:

$$\overset{*}{\sigma}{}_D^2[T]=\frac{2}{N}\left[\overset{*}{R}{}_T^2(0)+2\sum_{\mu=1}^{m-1}\left(1-\frac{\mu}{N}\right)\overset{*}{R}{}_T^2(\mu\Delta\tau)\right]. \qquad (4)$$

Индекс T в $\overset{*}{R}_T(\mu\Delta\tau)$ обозначает, что оценка $R^*(\mu\Delta\tau)$ получена на интервале T. Оценка $\overset{*}{\sigma}{}_D^2$ при фиксированном конечном T будет случайной величиной в силу того, что в ней используется оценка $R^*(\mu\Delta\tau)$, яв-
ния, начиная с T_0. Причем $T_j=T_0+j\Delta T$; $j=0, 1, 2, \ldots, K$. Из (4) следует

$$\overset{*}{\sigma}{}_D^2[T_j]=\frac{2}{N_0+j\Delta N}\left[\overset{*}{R}{}_{T_j}^2(0)+2\sum_{\mu=1}^{m-1}\left(1-\frac{\mu}{N_0+j\Delta N}\right)\overset{*}{R}{}_{T_j}^2(\mu\Delta\tau)\right]. \qquad (5)$$

Перед вычислениями должна быть задана приведенная среднеквадратическая погрешность $\delta=\frac{\overset{*}{\sigma}_D}{D_p}$, где D_p — расчетное значение дисперсии, так как до эксперимента неизвестно ни истинное значение дисперсии, ни ее оценка D^*, которая должна быть вычислена в результате эксперимента; D_p может быть получено, если известны или оценены приблизительно максимальное x_{max} и минимальное x_{min} значения процесса. Это можно сделать, так как всегда известен амплитудный диапазон входных устройств системы оперативного корреляционного анализа или коррелятора. Из «правила трех сигма» [8] вытекает

$$D_p=\frac{(x_{max}-x_{min})^2}{36}. \qquad (6)$$

Учитывая (6), может быть получена величина $\varepsilon=\delta^2 D_p^2$.

В процессе вычисления оценки корреляционной функции необходимо вычислять величину $\overset{*}{\sigma}{}_D^2\,[T_j]$ и проверять условие

$$\overset{*}{\sigma}{}_D^2[T_j]\leqslant\varepsilon. \qquad (7)$$

Процесс вычислений начинается с реализации формулы (2).

После получения $\overset{*}{R}_{T_0}(\mu\Delta\tau)$ на основании (5) определяется $\overset{*}{\sigma}{}_D^2\,[T_0]$ с использованием вычисленной оценки $\overset{*}{R}_{T_0}(\mu\Delta\tau)$. Если $\overset{*}{\sigma}{}_D^2\,[T_0]>\varepsilon$, то оценка $\overset{*}{R}_{T_0}(\mu\Delta\tau)$, полученная на интервале T_0, нас не удовлетворяет, так как приведенная среднеквадратическая погрешность для этой оценки больше, чем заданная величина δ. После этого нужно вычислить оценку $\overset{*}{R}_{T_1}(\mu\Delta\tau)$ на интервале $T_1=T_0+\Delta T$, используя имеющуюся оценку $\overset{*}{R}_{T_0}(\mu\Delta\tau)$, вновь проверить (7) и т. д. Если для интервала $T_k=T_0+k\Delta T$ условие (7) выполняется, то этот интервал и есть искомый, а оценка $\overset{*}{R}_{T_k}(\mu\Delta\tau)$ имеет приведенную среднеквадратическую погрешность не более заданной величины погрешности δ. После этого вычисления должны быть автоматически прекращены.

При выборе T_0 и ΔT можно исходить из самых общих сведений об исследуемом процессе, учитывая, что увеличение T_0 и ΔT приводит к некоторому увеличению времени анализа, а уменьшение T_0 и особенно ΔT потребует дополнительных вычислений при определении $\overset{*}{\sigma}_D[T_j]$, так как количество дискретных точек, в которых проверяется условие (7), при этом увеличится.

В данном способе оценка корреляционной функции $R^*_{T_j}(\mu\Delta\tau)$ на интервале T_j определяется по рекуррентной формуле с использованием оценки $R^*_{T_{j-1}}(\mu\Delta\tau)$, полученной на предыдущем интервале T_{j-1}:

$$R^*_{T_j}(\mu\Delta\tau) = \frac{N_0 + (j-1)\,\Delta N - \mu}{N_0 + j\,\Delta N - \mu}\, R^*_{T_{j-1}}(\mu\Delta\tau) + \\ + \frac{1}{N_0 + j\Delta N} \sum_{i=N_0+(j-1)\Delta N+5}^{N_0+j\Delta N-\mu} \overset{0}{x}_i \overset{0}{x}_{i+\mu}, \qquad (8)$$

где $R^*_{T_0}(\mu\Delta\tau)$ при $j=0$ вычисляется по (3). Здесь $\Delta\tau=\Delta t$; $T_0=N_0\Delta t$; $\Delta T=\Delta N\Delta t$; $j=1, 2, \ldots, k$; $\mu=0, 1, 2, \ldots, m-1$. Из алгоритма оперативного корреляционного анализа по коррелированным отсчетам вытекает, что за время Δt должно быть выполнено m умножений и m сложений. Из анализа (5) следует, что операции, необходимые для ее реализации с учетом умножения на поправочный коэффициент в первом члене (8), могут быть выполнены за время четырех циклов работы машины, т. е. за время $4\Delta t$. В это время расчеты оценки корреляционной функции производиться не могут, хотя дискретные отсчеты на стыке участков T_{j-1} и T_j по-прежнему должны записываться в запоминающее устройство на место самых «старых» отсчетов (на каждом шаге вычислений хранится m отсчетов процесса). Таким образом, отсчеты с индексами:

$$N_0+(j-1)\Delta N+1,\quad N_0+(j-1)\Delta N+2;\quad N_0+(j-1)\Delta N+3;\\ N_0+(j-1)\Delta N+4 \text{ —}$$

будут записаны и потом использованы при вычислениях, но за время $4\Delta t$ на стыке двух участков, когда оценка не вычисляется, будут потеряны по четыре произведения в оценке корреляционной функции.

Следует отметить, что при вычислениях по формуле (5) используется не истинное значение корреляционной функции, а ее оценка. Поэтому при определении интервала наблюдения получается не истинное значение дисперсии оценки дисперсии исследуемого случайного процесса σ^2_D, а оценка этой величины $\overset{*}{\sigma}{}^2_D$, которая, в свою очередь, имеет определенный разброс, т. е. как случайная величина характеризуется определенной дисперсией.

Формула (5), учитывая квантование исследуемого случайного процесса $x(t)$ по времени [1], не учитывает квантование его по уровню, если обработка производится в цифровой, а не аналоговой форме; при вычислении $R^*(\mu\Delta\tau)$ и $\overset{*}{\sigma}{}^2_D$ возникают и аппаратурные погрешности.

Поэтому предлагаемый способ применим в том случае, когда при определении величины $\overset{*}{\sigma}{}^2_D$ можно пренебречь дисперсией этой величины, а также составляющими аппаратурной погрешности и погрешности квантования по уровню.

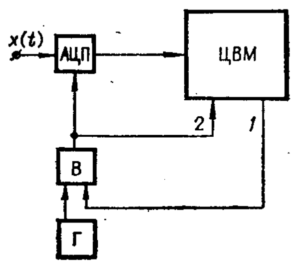


Рис. 1.

Данный способ может быть реализован в системе оперативного корреляционного анализа на основе цифровой вычислительной машины (рис. 1).

Период импульсов генератора Г устанавливается равным шагу дискретности $\Delta t=\Delta\tau$ и может быть любым, но так, чтобы

$\Delta t \geqslant \Delta t'$, где $\Delta t'$ — длительность цикла обработки в ЦВМ, равная времени выполнения m умножений и m сложений.

Каждый цикл вычислений в ЦВМ заканчивается командой «Обращение к преобразователю», при выполнении которой образуется разрешающий потенциал *1*, поступающий из машины на вентиль В. Моменты времени, в которые происходит запуск аналого-цифрового преобразователя АЦП и ввод кодов ординат процесса $x(t)$ в ОЗУ машины, определяются совпадением в вентиле В импульса от задающего генератора Г и разрешающего потенциала *1*.

Программа оперативного анализа должна быть видоизменена так, чтобы реализовать вычисления по формулам (2), (5), (7), (8). Останов производится при выполнении условия (7).

В том случае, когда шаг $\Delta\tau = \Delta t$ больше длительности цикла вычислений в машине $\Delta t'$, после каждого цикла вычислений часть машинного времени, равная $\Delta t - \Delta t'$, не используется. Эта потеря будет особенно значительной, когда $\Delta t \gg \Delta t'$ и N велико.

Чтобы избежать этих потерь, необходимо использовать ЦВМ в режиме разделения времени. При этом машина может оперативно определять корреляционную функцию и решать еще какую-либо задачу. Выполнение дополнительной программы по решению этой задачи должно начинаться после окончания цикла $\Delta t'$ с команды «Обращение к преобразователю», по которой появляется разрешающий потенциал *1* и фиксируется на время выполнения дополнительной программы $\Delta t - \Delta t'$, т. е. до появления импульса на выходе вентиля В. Сигналом прерывания дополнительной программы и перехода к новому циклу вычисле-

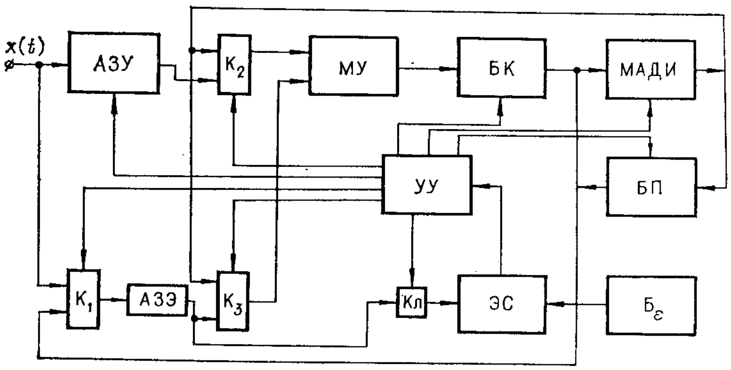


Рис. 2.

ния корреляционной функции может служить импульс *2* на выходе вентиля, которым запускаются аналого-цифровые преобразователи и вводятся очередные ординаты процессов в машину.

Данный способ может быть реализован также в аналого-дискретных устройствах параллельного корреляционного анализа [9]. Упрощенная блок-схема аналого-дискретного коррелятора с автоматическим определением интервала наблюдения [10] показана на рис. 2.

В работе коррелятора предусмотрены два режима: режим вычисления оценки корреляционной функции и режим вычисления дисперсии оценки в соответствии с выражением, которое получено из (5) при условии $N_0 \gg m$:

$$\sigma_D^{*2}[T_j] = \frac{2}{N_0 + j\Delta N}\left[R_{T_j}^{*2}(0) + 2\sum_{\mu=1}^{m-1} R_{T_j}^{*2}(\mu\Delta\tau)\right]. \qquad (9)$$

Работа коррелятора начинается с первого режима. Посредством коммутатора $К_1$ вход аналогового запоминающего элемента (АЗЭ) подсоединен к входу коррелятора, а выходы аналогового запоминающего устройства (АЗУ) и АЗЭ с помощью коммутаторов K_2 и K_3 подсоединяются к входам множительного устройства (МУ). Блок коэффициентов (БК) обеспечивает коэффициент передачи $1/N_0$. В течение N_0 циклов по коррелированным отсчетам определяется оценка корреляционной функции, которая будет получена в многоканальном аналого-дискретном интеграторе (МАДИ) по истечении интервала T_0. Затем коррелятор автоматически переводится во второй режим, когда реализуется выражение (9) и вычисляется $\overset{*}{\sigma}_D[T_0]$. При этом коммутаторы K_2 и K_3 отключают МУ от выходов АЗУ и АЗЭ и подключают к выходу МАДИ, а выход БК через K_1 подключается к входу АЗЭ. Причем АЗЭ переводится в режим аналого-дискретного интегратора, что позволяет накапливать в нем сумму входных величин.

АЗЭ, АЗУ и МАДИ построены на базе усилителей постоянного тока с конденсаторами и ключевыми элементами на входе и в цепи обратной связи [11].

Вычисление $\overset{*}{\sigma}{}_D^2\ [T_0]$; $(j=0)$ осуществляется за m тактов работы коррелятора. В первом такте значение $R^*_{T_0}\ (0)$ из первой ячейки МАДИ поступает на МУ, а с выхода БК значение $\frac{2}{N_0} R^{*2}_{T_0}\ (0)$ подается на вход АЗЭ. В последующих тактах при накоплении в АЗЭ обеспечивается коэффициент передачи $4/N_0$.

Вычисленное значение $\overset{*}{\sigma}{}_D^2\ [T_0]$ с выхода АЗЭ через ключ подается в элемент сравнения ЭС, где сравнивается с заданным значением ε из блока задания ошибки $Б_\varepsilon$. Если $\overset{*}{\sigma}{}_D^2\ [T_0] \leqslant \varepsilon$, то коррелятор прекращает работу. Если же вычисленное значение больше заданного, содержимое ячеек МАДИ посредством блока перезаписи БП переписывается в эти же ячейки с коэффициентом $\frac{N_0}{N_0 + \Delta N}$, после чего коррелятор переводится в первый режим и вычисляется оценка корреляционной функции $R^{*2}_{T_1}\ (\mu\Delta\tau)$ на интервале $T_1=(N_0+\Delta N)\Delta t$. Затем вновь вычисляется $\overset{*}{\sigma}{}_D^2\ [T_1]$ и сравнивается с ε и т. д. до тех пор, пока $\overset{*}{\sigma}{}_D^2\ \ [T_k] \leqslant \varepsilon$, где $T_k=(N_0+k\Delta N)\Delta t$ — интервал наблюдения, обеспечивающий заданную статистическую погрешность.

Во время работы коррелятора по второму режиму, который занимает время двух циклов (вычисление дисперсии и перезапись значений в МАДИ), в АЗУ в моменты времени, отстоящие на $\Delta t = \Delta\tau$, происходит запоминание новых отсчетов процесса $x(t)$ с записью их на место самых «старых».

Характерной особенностью рассмотренного коррелятора является использование одних и тех же элементов как в режиме вычисления оценки корреляционной функции, так и в режиме вычисления дисперсии оценки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Лившиц, В. Н. Пугачев. Вероятностный анализ систем автоматического управления. М., «Советское радио», 1963.
2. В. В. Волгин, Р. Н. Каримов. О выборе длины реализации при вычислении корреляционной функции по экспериментальным данным случайных процессов.— Автоматика и телемеханика, 1967, № 6.
3. Э. Л. Ицкович, И. А. Цатурова. Выбор параметров реализации случайного стационарного процесса при расчете оценки его корреляционной функции.— Автоматика и телемеханика, 1969, № 2.
4. Я. А. Гельфандбейн, Л. В. Колосов. Устройство для вторичной статистической обработки случайных процессов. Авторское свидетельство № 247637.— ИПОТЗ, 1969, № 22.

5. З. Я. Лурье. Аналоговое вычислительное устройство для определения погрешности экспериментальной корреляционной функции.— Механизация и автоматизация управления, 1968, № 6.
6. В. А. Тихонов. Машинные алгоритмы обобщенного гармонического анализа для систем оперативной обработки информации.— Труды семинара «Алгоритмизация производственных процесов». Киев, 1963.
7. В. А. Тихонов. Система оперативного корреляционного анализа.— В сб. «Методы математического моделирования и теория электрических цепей». Труды семинара, вып. 4. Киев, 1967.
8. С. Е. Вентцель. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962.
9. В. А. Тихонов, В. Т. Тертышный, Ю. П. Юрченко. О построении аналого-дискретных устройств для параллельного и параллельно-последовательного корреляционного анализа.— В сб. Методы представления и аппаратурный анализ случайных процессов и полей». Труды III Всесоюзного симпозиума. Л., 1970.
10. В. А. Тихонов, Ю. П. Юрченко, В. Т. Тертышный. Аналого-дискретный коррелятор. Авторское свидетельство № 290291.— ОИПОТЗ, 1971, № 2.
11. В. А. Тихонов, В. Т. Тертышный, Ю. П. Юрченко. Специализированное вычислительное устройство для оперативного корреляционного анализа.— Механизация и автоматизация управления, 1969, № 5.

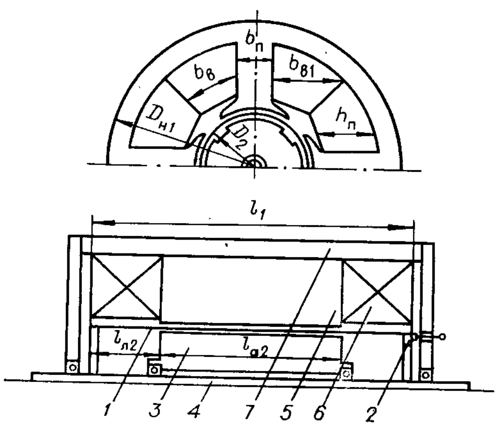
Поступила в редакцию 11 мая 1972 г.,
окончательный вариант — 31 июля 1972 г.

УДК 681.327.6

В. Ф. ГРИНЧЕНКО, В. Г. КАГАН,
А. В. НЕСТЕРОВ, А. М. ШОР
(Новосибирск)

О ХАРАКТЕРИСТИКАХ БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ ДЛЯ ВНЕШНИХ УСТРОЙСТВ ВВОДА — ВЫВОДА ЭЦВМ

Быстродействие электромеханических устройств ввода — вывода ЭЦВМ (например, графопостроителей, АЦПУ и т. п.) прежде всего определяется характеристиками исполнительных электродвигателей. Поэтому актуально определение наилучших предельных характеристик исполнительного двигателя, занимающего некоторый физический объем. Обсуждению этого вопроса посвящена настоящая работа.



Совокупность требований, которым должен отвечать электродвигатель при использовании его в различных устройствах, весьма разнообразна, поэтому он должен характеризоваться не одним, а несколькими выходными параметрами. В качестве таких выходных параметров будем рассматривать электромагнитный момент электродвигателя, его скорость, добротность, мощность, приемистость, коэффициент полезного действия и электромеханическую постоянную времени. Объектом для исследования выбран один из конструктивных ва-