

В. М. АЛЕКСАНДРОВ, В. А. ИВАНОВ  
(Новосибирск)

## СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ НАСТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ В АДАПТИВНЫХ МОДЕЛЯХ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

При управлении и контроле объектов с переменными параметрами широкое применение получили беспоисковые самонастраивающиеся системы (СНС) с моделью [1—5], в частности СНС, в которых настраиваемые параметры изменяются по градиенту выбранного критерия [1]. Эффективным путем синтеза алгоритмов настройки параметров является прямой метод Ляпунова [2, 3]. Простые релейные алгоритмы дает функциональный подход [4], а также использование его со вторым методом Ляпунова [5].

В статье рассматривается возможность построения СНС с адаптивной моделью на основе принципа максимума Понтрягина [6]. Производится аппроксимация гиперповерхностей переключения, позволяющая строить СНС, близкие к оптимальным в смысле быстрогодействия, и обеспечивающая простую техническую реализацию.

**Постановка задачи.** Пусть объект и модель описываются соответственно уравнениями:

$$y^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_i y^{(i)} = b\eta; \quad (1)$$

$$z^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_{im} z^{(i)} = b_m \eta, \quad (2)$$

где  $y^{(i)}$ ,  $z^{(i)}$  — координаты объекта и модели;  $\eta$  — входное воздействие;  $a_i$ ,  $b$  — параметры объекта, изменяющиеся в заданных пределах  $a_{i\min} \leq a_i \leq a_{i\max}$ ,  $b_{\min} \leq b \leq b_{\max}$ ;  $a_{im}$ ,  $b_m$  — параметры модели. Уравнение относительно ошибки  $\varepsilon = y - z$  в соответствии с (1), (2):

$$\varepsilon^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_i \varepsilon^{(i)} = \Delta b \eta - \sum_{i=0}^{n-1} \Delta a_i z^{(i)}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon^{(i)} = y^{(i)} - z^{(i)}$ ;  $\Delta a_i = a_i - a_{im}$  ( $i = 0, 1, \dots, n-1$ );  $\Delta b = b - b_m$ . Выберем структуру изменяемых параметров модели, как и в [2], в виде

$$a_{im} = a_{im}^0 - \bar{a}_{im} u_i - c_i \int_0^t u_i d\tau; \quad b_m = b_m^0 + \bar{b}_m u_n + c_n \int_0^t u_n d\tau, \quad (4)$$

где  $a_{im}^0$ ,  $b_m^0$  — начальное значение параметра модели;  $\bar{a}_{im}$ ,  $\bar{b}_m$ ,  $c_i$  — некоторые коэффициенты;  $u_i$  — управляющие воздействия. Интегральные составляющие в (4) обеспечивают свойство самонастройки, т. е. компенсируют рассогласования параметров объекта и модели. Введение в (4) составляющих  $\bar{a}_{im} u_i$ ,  $\bar{b}_m u_n$  повышает точность самонастройки и нечувствительность к параметрическим помехам, компенсирует инерционность выходных координат по отношению к изменениям интегральных составляющих.

Найдем алгоритмы изменения управляющих воздействий  $u_i$ , обеспечивающие настройку коэффициентов модели за минимально возможное время для заданного диапазона изменения параметров объекта.

**Синтез управляющих воздействий.** Введем обозначения

$$x_j = \varepsilon^{(j-1)} \text{ при } j = 1, 2, \dots, n; \quad (5)$$



Из (10) непосредственно видно, что компоненты вектора управляющего воздействия являются кусочно-постоянными и принимают свои граничные значения.

Чтобы решить поставленную задачу, необходимо найти вектор начальных условий  $\Psi(0)$  для сопряженной системы (8), который зависит от вектора  $X(0) = \{x_1(0), \dots, x_{2n+1}(0)\}$ .

В результате оптимальное управление синтезируется по закону

$$U = \text{sign } BF(X), \quad (11)$$

где  $B$  — диагональная матрица с элементами  $z, z^{(1)}, \dots, z^{(n-1)}, \eta$ ;  $F(x_1, x_2, \dots, x_{2n+1})$  — некоторая вектор-функция. Известно, что не существует аналитического решения задачи синтеза оптимального управления в общем виде даже при наличии полной информации о системе. В рассматриваемом случае задача синтеза осложняется тем, что координаты  $x_j (j=n+1, \dots, 2n+1)$  неизмеряемы и подлежат оценке на основе знания остальных фазовых координат. Естественно искать управляющие воздействия и строить гиперповерхности переключения в функции от известных и измеряемых координат системы. С целью упрощения технической реализации следует заменить нестационарную гиперповерхность переключения стационарной гиперплоскостью скольжения. Такая замена приведет к некоторому увеличению времени переходных процессов и появлению перерегулирования при настройке параметров, что, однако, не является существенным недостатком. Необходимым требованием настройки является существование скользящих режимов [7, 8]. Условием существования скользящего режима при известном диапазоне изменений параметров является построение гиперповерхности переключения  $F_n(\tilde{X})$  для таких значений коэффициентов объекта  $a_i^n$  и  $b^n$ , при которых оптимальное время переходного процесса является максимальным, т. е.  $(T_{\text{опт}})_{\text{max}}$  [9]. Управляющее воздействие теперь формируется по закону

$$U = \text{sign } BL\tilde{X}, \quad (12)$$

где  $L$  — некоторая матрица;  $\tilde{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  — вектор измеряемых фазовых координат.

Рассмотрим более подробно аппроксимацию вектор-функции  $F(\tilde{X})$  линейной формой  $L\tilde{X}$  на конкретном примере системы второго порядка. Уравнения относительно ошибки в этом случае имеют вид

$$\ddot{\epsilon} + a_1\dot{\epsilon} + a_0\epsilon = \Delta b\eta - \Delta a_1 z^{(1)} - \Delta a_0 z. \quad (13)$$

Предположим, что амплитуды релейных составляющих велики по сравнению с рассогласованиями параметров объекта и модели. Тогда (13) можно записать более компактно:

$$\ddot{\epsilon} + a_1\dot{\epsilon} + a_0\epsilon = -\bar{\rho}b_m \text{sign } L\tilde{X}, \quad (14)$$

где  $\rho = |\eta| + |z^{(1)}| + |z|$ ;  $\bar{b}_m = \bar{a}_{im}$ ;  $L = \{1, l\}$ ;  $\tilde{X} = \{x_1, x_2\} = \{\epsilon_1, \epsilon_2\}$ .

Пусть параметры системы изменяются в следующих пределах:

$$0,5 \leq a_1 \leq 3; \quad 2 \leq a_0 \leq 8; \quad 1 \leq b \leq 5; \quad \rho b_m \geq 0,1; \quad |x_1(0)| \leq 5; \quad |\eta| \leq 1.$$

Номинальными значениями параметров, соответствующих  $(T_{\text{опт}})_{\text{max}}$ , будут  $a_{1\text{max}} = 3$ ;  $a_{0\text{min}} = 2$ ;  $(\rho b_m)_{\text{min}} = 0,1$ .

Так как для номинальных значений параметров характеристические корни уравнения (14) являются действительными и различными,  $F(\tilde{X}) = 0$  можно представить следующим уравнением линии переключения:

$$x_2 - s_2 x_1 - \frac{\bar{\rho} b_m}{s_1} - c \left( x_2 - s_1 x_1 - \frac{\bar{\rho} b_m}{s_2} \right) \frac{s_1}{s_2} = 0, \quad (15)$$

где  $s_1$  и  $s_2$  — корни характеристического уравнения;  $c$  — постоянная. На рис. 1 приведена линия переключения (сплошная кривая) для номинальных значений параметров и аппроксимирующая прямая с наклоном  $l_n = 0,47$  (штриховая кривая). Из рис. 1 видно, что прямая достаточно близко лежит к линии переключения и время переходных процессов в системе будет близко к оптимальному [10].

Теперь уже управляющие воздействия  $u_i$  для системы (14) переключаются по алгоритмам:

$$u_0 = \text{sign } z(\varepsilon + l\varepsilon); \quad u_1 = \text{sign } \dot{z}(\varepsilon + l\varepsilon); \quad u_2 = \text{sign } \eta(\varepsilon + l\varepsilon). \quad (16)$$

Для обеспечения линейной независимости управляющих воздействий  $u_i$  на вход системы необходимо подавать знакопеременный входной сигнал. Рассогласования параметров  $\Delta \tilde{a}_i$ ,  $\Delta \tilde{b}$  будут допустимыми и процесс настройки будет сходиться, если после момента первого переключения будут выполнены следующие неравенства:

$$\bar{b}_m > \Delta \tilde{b}; \quad \bar{a}_{im} > \Delta \tilde{a}_i \quad (i = 0, 1); \quad \bar{b}_m > c_i \tau \quad (i = 0, 1, 2),$$

где  $\tau$  — время движения в окрестность начала координат после момента переключения. Время движения  $\tau$  можно оценить затуханием координаты на прямой переключения, которая затухает как  $x_1 = c'e^{-\frac{t}{l}}$  (10).

Принимая  $\tau = l$ , запишем условия, обеспечивающие работоспособность системы и существование скользящего режима при малых  $\Delta \tilde{b}$  и  $\Delta \tilde{a}_i$ :

$$\bar{b}_m > \Delta \tilde{b} |_{t > t_n}; \quad \bar{a}_{im} > \Delta \tilde{a}_i |_{t > t_n}; \quad \frac{\bar{b}_m}{c_2} > l; \quad \frac{\bar{a}_{im}}{c_2} > l; \quad l > l_n. \quad (17)$$

Интересно сравнить условия (17) с ограничениями, которые накладываются на параметры  $l$ ,  $c_2$ ,  $\bar{b}_m$  при выполнении условий асимптотической устойчивости системы. Последние можно получить в частном случае  $\Delta a_i = 0$ ,  $\eta = \text{const}$  прямым методом Ляпунова [11]. Эти ограничения имеют вид

$$\frac{\bar{b}_m}{c_2} > \frac{1}{a_{1\min}}; \quad l > \frac{1}{a_{1\min}}. \quad (18)$$

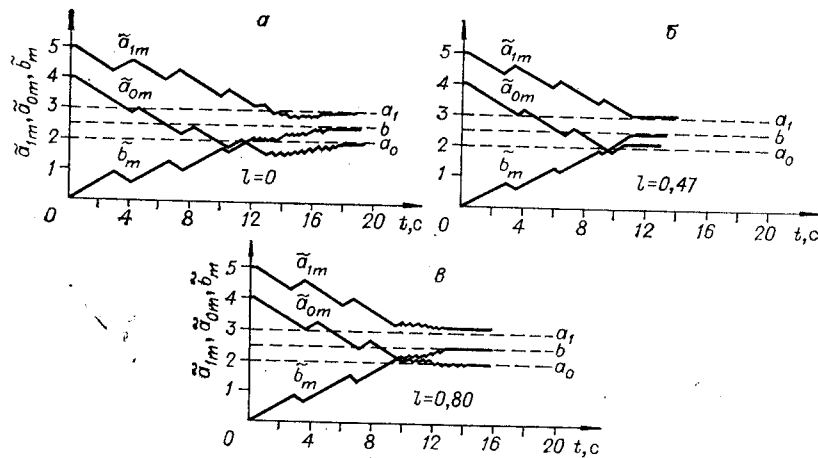


Рис. 2.

Из (17) и (18) нетрудно видеть, что условия (18), полученные прямым методом Ляпунова, накладывают более жесткие ограничения на параметры модели, которые ведут к увеличению времени настройки.

С целью проверки полученных алгоритмов и работоспособности системы было проведено моделирование системы идентификации для объекта второго порядка. В процессе моделирования параметры объекта изменялись в указанных выше пределах. На рис. 2 представлены

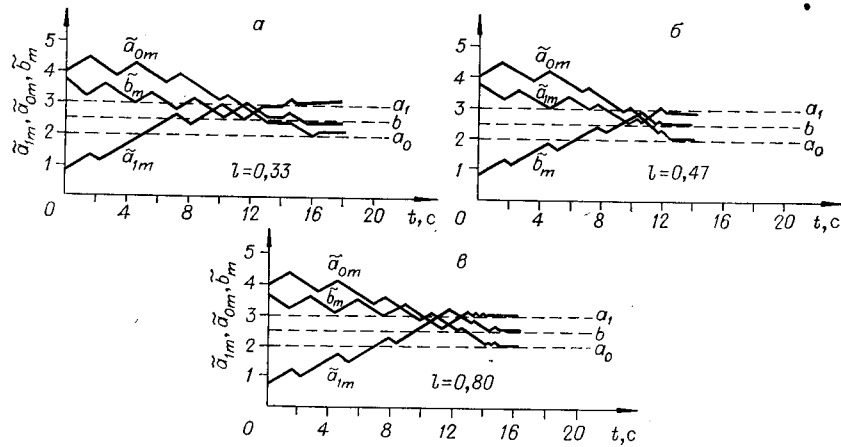


Рис. 3.

переходные реакции интегральных составляющих модели при следующих значениях параметров системы:

$a_1=3$ ;  $a_0=2$ ;  $b=2,5$ ;  $\tilde{b}_m(0)=0$ ;  $\tilde{a}_{1m}(0)=5$ ;  $\tilde{a}_{0m}(0)=4$ ;  $c_0=0,29$ ;  $c_1=0,29$ ;  $c_2=0,29$ ;  $\tilde{b}_m=0,5$ ;  $\tilde{a}_{1m}=0,5$ ;  $\tilde{a}_{0m}=0,5$ ;  $\eta=a \sin \omega t=30 \sin t$  — и различных значениях  $l$ : а)  $l=1/a_1=0,33$ ; б)  $l=l_H=0,47$ ; в)  $l=0,8$ . Из рис. 2 следует, что наименьшее время настройки будет при  $l=l_H=0,47$ . При других начальных значениях  $\tilde{b}_m(0)$ ,  $\tilde{a}_{1m}(0)$  общее время

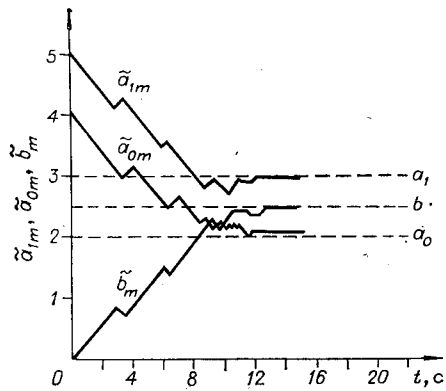


Рис. 4.

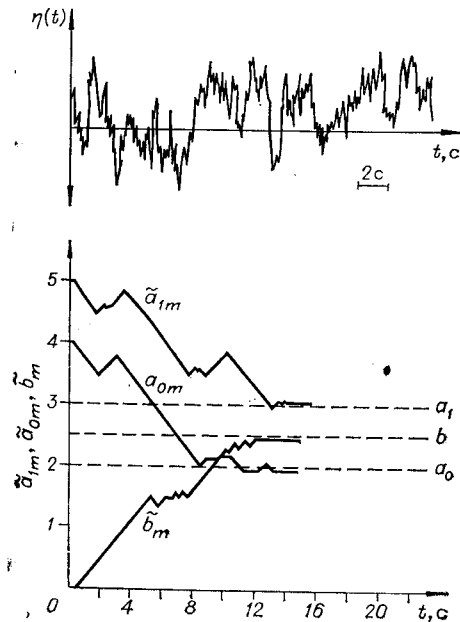


Рис. 5.

настройки изменяется (рис. 3), однако наименьшим оно будет при  $l \approx l_n$ . Система работоспособна при прямоугольном ( $\eta = \alpha \operatorname{sign}(\sin \omega t)$ ; рис. 4) и случайном (рис. 5) входных сигналах.

Наличие в управляющем сигнале  $x_1 + lx_2 + \xi$  помехи  $\xi$  в виде нормального шума, составляющего 10—15% от выходного сигнала объекта  $y$ , не нарушает работоспособности (рис. 6), но приводит к колебаниям интегральных составляющих около значений параметров объекта.

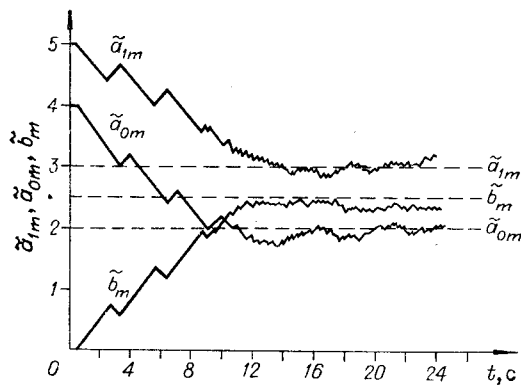


Рис. 6.

## ВЫВОДЫ

На основе теории оптимальных процессов получены сигнатурные законы изменения управляющих воздействий в самонастраивающихся системах с моделью, обеспечивающие высокое быстродействие и простоту технической реализации. Для системы идентификации объекта второго порядка проведена аппроксимация линий переключения и получены ограничения на параметры модели, обеспечивающие сходимость настройки. Моделирование показало работоспособность системы при различных знакопеременных сигналах, а также при наличии помех в управляющем сигнале.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Костюк. Беспонсковые градиентные самонастраивающиеся системы. Киев, «Техника», 1969.
2. С. Д. Земляков, В. Ю. Рутковский. Обобщенные алгоритмы адаптации одного класса СНС с моделью.— Автоматика и телемеханика, 1967, № 6.
3. Б. Н. Петров, В. Ю. Рутковский, И. Н. Крутова. Основные свойства и некоторые вопросы динамики самонастраивающейся системы с моделью.— Труды II Международного симпозиума ИФАК по самонастраивающимся системам. М., «Наука», 1969.
4. В. П. Будянов, В. А. Иванов, А. И. Шеломанов. Измерение динамических параметров объекта методом беспонсковой адаптивной модели.— Автометрия, 1969, № 6.
5. В. А. Иванов, А. И. Шеломанов. К вопросу об идентификации объекта II порядка методом адаптивной модели.— В сб. «Оптимальные и самонастраивающиеся системы». Новосибирск, ИАЭ СО АН СССР, 1971.
6. Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов. М., «Наука», 1961.
7. Теория систем с переменной структурой. Под ред. С. В. Емельянова. М., «Наука», 1970.
8. Е. А. Барбашин. Введение в теорию устойчивости. М., «Наука», 1967.
9. А. Е. Бор-Раменский, Г. А. Орлов. Об одном способе увеличения быстродействия САР с параметрической инвариантностью.— Автоматика и телемеханика, 1970, № 11.
10. А. А. Павлов. Синтез релейных систем оптимальных по быстродействию. М., «Наука», 1966.
11. С. Лефшец. Устойчивость нелинейных систем автоматического управления. М., «Мир», 1967.

Поступила в редакцию 4 апреля 1972 г.