константы адреса подпрограмм реакции на запросы модуля). Содержимое регистра не должно влиять на остальные функции модуля.

Отметим дополнительно, что при использовании регистров, указанных выше, желательно ориентироваться на младшие 8 разрядов W- или R-шин. Указанные в табл. 5 AF должны использоваться только по прямому назначению. Субадреса A (10, 12, 14) с операциями II группы резервированы под расширение статуса и управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. EUR 4100e. CAMAC. A Modular Instrumentation System for Data Handling. Esone Committee, 1969.
2. EUR 4600e. CAMAC. Organisation of Multi-crate Systems. Esone Committee, 1972.

Поступила в редакцию 31 октября 1972 г.

УДК 631.291.27

Г. Ю. АВЕРБУХ, Ю. Л. РОЗОВ, И. Б. ЧЕЛПАНОВ

(Ленинград)

О ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ МАКСИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ СТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА ДИСКРЕТНЫМИ МЕТОДАМИ

1. Рассматривается задача оценки точности определения максимальных (минимальных) значений исследуемого сигнала при дискретном методе измерения. Подобная задача возникает в тех случаях, когда регистрации самого процесса не требуется, интерес для исследователя представляют лишь экстремальные значения сигнала, а применение непрерывных методов невозможно в силу каких-либо обстоятельств (в частности, подобная ситуация имеет место при регистрации информации, поступающей от нескольких датчиков на одно измерительное устройство, к которому эти датчики подсоединяются поочередно посредством коммутатора).

Определение экстремальных значений непрерывного процесса по дискретным данным, естественно, приводит к появлению амплитудных и фазовых погрешностей, т. е. погрешностей определения ординаты и абсциссы «пикового» значения.

В ряде случаев важна фиксация экстремальных значений, а интервалы между экстремумами интереса не представляют. Такое положение, в частности, имеет место, когда записи служат исходным материалом для расчета систем на надежность, если появление отказов вызывается выбросами воздействий.

Для нахождения экстремальных значений могут быть использованы как простейшие алгоритмы, основанные только на выборе значений из совокупности в соответствии с определенными логическими условиями, так и более сложные, в которых, помимо направленной выборки, используется также более или менее сложная локальная интерполяция процессов.

При определении экстремальных значений по дискретным данным возможны пропуски — некоторые из экстремумов вообще могут быть не зарегистрированы. Будем, однако, предполагать, что дискретизация осуществляется с достаточно малым шагом, так что возможность пропусков практически исключена.

Целью настоящей работы является исследование погрешностей определения экстремальных значений в предположении, что исходный непрерывный сигнал является стационарным случайным процессом, измерения его значений производятся через постоянный интервал времени T и погрешностью измерений можно пренебречь.

Пусть некоторый момент времени t_0 соответствует истинному максимуму случайной функции $x(t)$, т. е.

$$x(t_0)=x_m; \qquad x'(t_0)=0; \qquad x''(t_0)<0. \tag{1}$$

Будем рассматривать только один простейший алгоритм: в качестве оценки величины и положения локального экстремума принимаются те значения процесса, которые больше двух соседних.

Если после дискретизации во времени с интервалом T будет установлен сам факт наличия максимума в интервале $2T$, то выполняются следующие неравенства:

$$\begin{gathered} x(t_0+\lambda-T)<x(t_0+\lambda); \\ x(t_0+\lambda)>x(t_0+\lambda+T), \end{gathered} \tag{2}$$

где $t_0+\lambda-T$, $t_0+\lambda$, $t_0+\lambda+T$ — дискретные моменты времени, соответствующие трем последовательным измерениям, результаты которых обозначаются в дальнейшем x_{-T}, x_0, x_T, а λ представляет собой сдвиг экстремума по времени относительно дискретного значения, принимаемого за максимум $(-T\leqslant\lambda\leqslant T)$. Фазовая погрешность определения максимума равна λ, а амплитудная погрешность

$$e(t_0, \lambda)=x(t_0+\lambda)-x(t_0)=x_0-x_m. \tag{3}$$

Обе эти погрешности являются случайными величинами, статистически связанными между собой. Рассмотрим сначала фазовую погрешность определения максимума.

2. Так как в соответствии со сделанным предположением интервал T сравнительно мал, то функция $x(t)$ в окрестности максимума, т. е. в промежутке $[t_0+\lambda-T,\ t_0+\lambda+T]$, может быть аппроксимирована параболой

$$\begin{gathered} \hat{x}(t)=\frac{(t-t_0-\lambda)(t-t_0-\lambda-T)}{2T^2}x_{-T}+ \\ +\frac{(t-t_0-\lambda)(t-t_0-\lambda+T)}{2T^2}x_T-\frac{(t-t_0-\lambda-T)(t-t_0-\lambda+T)}{T^2}x_0. \end{gathered} \tag{4}$$

В дальнейшем будем пренебрегать погрешностью параболической интерполяции, т. е. будем принимать вблизи экстремума $x(t)\simeq\hat{x}(t)$.

Момент времени, соответствующий максимуму, определяется в этом случае из условия

$$\left.\frac{d\hat{x}(t)}{dt}\right|_{t=t_0}=0, \tag{5}$$

а следовательно, фазовая погрешность равна

$$\lambda=\frac{T}{2}\,\frac{x\ \ -x_{-T}}{x_T+x_{-T}-2x_0}=\varphi(x_{-T}, x_0, x_T). \tag{6}$$

Получим общие выражения для среднего значения и дисперсии фазовой погрешности определения максимумов. Для этого произведем линеаризацию функции λ [см. (6)] как функции трех переменных. Пользуясь методом линеаризации [1] относительно математических ожиданий переменных, получаем

$$\lambda \approx \varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right) + \sum_i \frac{\partial\varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right)}{\partial m_{x_i}}\left(x_i - m_{x_i}\right), \tag{7}$$

где $m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}$ — математические ожидания процесса $x(t)$ в дискретные моменты времени $t_0+\lambda-T$, $t_0+\lambda$, $t_0+\lambda+T$ соответственно.

Тогда среднее значение фазовой погрешности m_λ приблизительно равно

$$m_\lambda \approx \varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right), \tag{8}$$

а дисперсия временной погрешности

$$D_\lambda \approx \sum_i \sum_j \frac{\partial\varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right)}{\partial m_{x_i}} \cdot \frac{\partial\varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right)}{\partial m_{x_j}} K_{x_i x_j}, \tag{9}$$

где $K_{x_i x_j}$ — взаимно-корреляционный момент случайных величин x_i и x_j ($i=-T, 0, T$; $j=-T, 0, T$);

$$\frac{\partial\varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right)}{\partial m_{x_{-T}}} = \frac{m_{x_0} - m_{x_T}}{\left(m_{x_T} + m_{x_{-T}} - 2m_{x_0}\right)^2} T; \tag{10}$$

$$\frac{\partial\varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right)}{\partial m_{x_T}} = \frac{-\left(m_{x_0} - m_{x_T}\right)}{\left(m_{x_T} + m_{x_{-T}} - 2m_{x_0}\right)^2} T; \tag{11}$$

$$\frac{\partial\varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right)}{\partial m_{x_0}} = \frac{m_{x_T} - m_{x_{-T}}}{\left(m_{x_T} + m_{x_{-T}} - 2_{x_0}\right)^2} T. \tag{12}$$

Требуемые величины могут быть определены через трехмерную плотность вероятности $f(x_{-T}, x_0, x_T)$ с учетом (2) следующим образом:

$$m_{x_i} = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{x_0}\int\limits_{-\infty}^{x_0} x_i f\left(x_{-T}, x_0, x_T\right) dx_{-T}\, dx_T\, dx_0}{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{x_0}\int\limits_{-\infty}^{x_0} f\left(x_{-T}, x_0, x_T\right) dx_{-T}\, dx_T\, dx_0}; \tag{13}$$

$$K_{x_i x_j} = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{x_0}\int\limits_{-\infty}^{x_0} \left(x_i - m_{x_i}\right)\left(x_j - m_{x_j}\right) f\left(x_{-T}, x_0, x_T\right) dx_{-T}\, dx_T\, dx_0}{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{x_0}\int\limits_{-\infty}^{x_0} f\left(x_{-T}, x_0, x_T\right) dx_{-T}\, dx_T\, dx_0}. \tag{14}$$

Для стационарных случайных процессов, у которых функция плотности вероятности симметрична относительно x_T и x_{-T}, имеем

$$m_{x_{-T}} = m_{x_T}, \tag{15}$$

а следовательно, среднее значение временной погрешности $m_\lambda=0$. С учетом (15) выражения (10)—(12) можно упростить:

$$\frac{\partial\varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right)}{\partial m_{x_{-T}}} = -\frac{\partial\varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right)}{\partial m_{x_T}} = \frac{T}{4\left(m_{x_0} - m_{x_{-T}}\right)}; \tag{16}$$

$$\frac{\partial\varphi\left(m_{x_{-T}}, m_{x_0}, m_{x_T}\right)}{\partial m_{x_0}} = 0. \tag{17}$$

Кроме того, нетрудно видеть, что $K_{x_{-T} x_{-T}} \equiv K_{x_T x_T}$, $K_{x_{-T} x_T} = K_{x_T x_{-T}}$.

Подставляя полученные соотношения в формулу для определения дисперсии временной погрешности (9), получаем

$$D_\lambda = \frac{T^2}{8\left(m_{x_0} - m_{x_T}\right)^2}\left[K_{x_T x_T} - K_{x_T x_{-T}}\right], \tag{18}$$

или, используя (13) и (14),

$$D_\lambda = \frac{T^2}{8}\,\frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{x_0}\int\limits_{-\infty}^{x_0}\left(x_T^2 - x_{-T}x_T\right) f\left(x_{x_{-T}}, x_0, x_T\right) dx_{-T}\,dx_T\,dx_0}{\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{x_0}\int\limits_{-\infty}^{x_0}(x_T - x_0)\, f(x_{-T}, x_0, x_T)\, dx_{-T}\,dx_T\,dx_0\right]^2}\times$$

$$\times\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{x_0}\int\limits_{-\infty}^{x_0} f(x_{-T}, x_0, x_T)\, dx_{-T}\,dx_T\,dx_0\right]. \tag{19}$$

Таким образом, дисперсия временной погрешности определения максимальных значений исследуемого процесса может быть вычислена через трехмерную плотность вероятности этого процесса. В частности, если $x(t)$ — стационарный нормальный сигнал, трехмерная плотность которого имеет вид

$$f(x_{-T}, x_0, x_T) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\,\sigma_x^3\, D^{1/2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\,\sigma_x^2 D}\left[D_{11}x_{-T}^2 + D_{22}x_0^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + D_{33}x_T^2 + 2D_{12}x_{-T}x_0 + 2D_{13}x_{-T}x_T + 2D_{23}x_0x_T\right]\right\}, \tag{20}$$

где D и D_{ij} — соответственно определитель и алгебраические дополнения матрицы

$$\begin{Vmatrix} 1 & r_{xx}(T) & r_{xx}(2T) \\ r_{xx}(T) & 1 & r_{xx}(T) \\ r_{xx}(2T) & r_{xx}(T) & 1 \end{Vmatrix},$$

то тройные интегралы, входящие в выражения (19), вычисляются путем замены переменных $x_0 - x_T = y_1$; $x_0 - x_{-T} = y_2$. В результате интегрирования получаем

$$D_\lambda \simeq \frac{T^2}{4\pi}\cdot\frac{\left(\arccos\rho - \sqrt{1-\rho^2}\right)(1+\rho)\arccos\rho}{(1-\rho)^2}, \tag{21}$$

где $\rho = \dfrac{2r_{xx}(T) - 1 - r_{xx}(2T)}{2\left[1 - r_{xx}(T)\right]}$. При малых значениях T в разложении нормированной корреляционной функции в ряд достаточно ограничиться первыми членами, тогда выражение (21) может быть приведено к более простому виду *:

$$D_\lambda \simeq 0{,}1T^2. \tag{22}$$

Таким образом, относительная среднеквадратическая фазовая погрешность приблизительно равна

$$\frac{\sqrt{D_\lambda}}{T} \simeq 0{,}32. \tag{23}$$

Отметим, что аналогичные результаты можно получить и из более простых соображений. Хотя плотность вероятности $f(\lambda)$ параметра λ неизвестна, можно считать, что при предположении (4) $\lambda \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$.

---

* При выводе формулы (22) предполагалось, что

$$\arccos\rho \simeq \sqrt{1-\rho^2} + \frac{1}{6}\left(1-\rho^2\right)^{3/2};\quad r_{xx}(T) \simeq 1 + r''(0)\,\frac{T^2}{2}.$$

Это следует, в частности, из формулы (6) при условии (2), так как

$$\left|\frac{x_T - x_{-T}}{x_T + x_{-T} - 2x_0}\right| \leqslant 1.$$

Указанное предположение о возможных значениях фазовой погрешности хорошо соответствует интуитивным представлениям о законе ее распределения (значения фазовой погрешности, большие половины интервала дискретизации, маловероятны). Если же принять, что распределение λ на интервале $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ равномерное, то

$$D_\lambda \simeq \frac{T^2}{12}, \tag{24}$$

что хорошо согласуется с формулой (22).

Таким образом, среднее значение фазовой погрешности регистрации максимумов равно нулю, а дисперсия в первом приближении пропорциональна квадрату интервала дискретизации и не зависит от конкретного вида корреляционных функций.

3. Перейдем теперь к рассмотрению амплитудной погрешности определения максимальных значений исследуемого сигнала. При фиксированных значениях λ эта погрешность $e(t_0, \lambda)$ (3) является случайной величиной. Произведя осреднение по множеству реализаций, можно определить среднее значение амплитудной погрешности при любом фиксированном λ:

$$M_e^*(t_0, \lambda) = m_{x_0} - m_{x_m}. \tag{25}$$

Отметим, что для стационарных случайных процессов $m_{x_m} = \text{const}$, а m_{x_0} зависит только от λ, причем $M_e^*(t_0, \lambda) \leqslant 0$. Следовательно,

$$M_e^*(t_0, \lambda) = M_e^*(\lambda) = m_{x_0} - m_{x_m}. \tag{26}$$

Аналогично для дисперсии амплитудной погрешности получаем

$$D_e^*(\lambda) = D_{x_m} + D_{x_0} - 2K_{x_m x_0}(\lambda). \tag{27}$$

Эти выражения для определения характеристик амплитудной погрешности являются функциями случайной величины λ. Поэтому для того чтобы их можно было использовать в качестве оценок точности определения максимальных значений, необходимо произвести осреднение по λ:

$$M_e = \int_{-T}^{T} M_e^*(\lambda) f(\lambda)\, d\lambda; \tag{28}$$

$$D_e = \int_{-T}^{T} D_e^*(\lambda) f(\lambda)\, d\lambda, \tag{29}$$

где $f(\lambda)$ — плотность распределения λ — интервала между максимумом и дискретным значением, принимаемым за максимум. Таким образом, для определения среднего значения и дисперсии амплитудной погрешности необходимо найти математические ожидания, дисперсии и корреляционные моменты максимумов и значений процесса, отстоящих от максимума на заданный интервал, а также плотность распределения интервалов между максимумами и дискретными значениями, принимаемыми за максимум*.

Моменты распределения сигнала в окрестности максимума могут быть получены из выражений для соответствующих плотностей вероят-

*Ниже будет показано, что для нормального случайного процесса достаточно значения лишь первых моментов распределения временной погрешности определения максимума.

ности. Как известно [2], плотность распределения максимумов стационарного случайного процесса определяется выражением

$$W(x_m)=\frac{\int\limits_{-\infty}^{0}|\ddot{x}|\,W_3[x,0,\ddot{x}]\,d\ddot{x}}{\int\limits_{-\infty}^{0}|\ddot{x}|\,W_2[0,\ddot{x}]\,d\ddot{x}},\tag{30}$$

где $W_3\left[x,\dot{x},\ddot{x}\right]$ — совместная плотность распределения процесса и двух его производных в момент времени t_0; $W_2\left[\dot{x},\ddot{x}\right]$ — двумерное распределение первой и второй производных процесса в момент t_0.

Рассуждая аналогично, можно определить плотность распределения значений процесса, отстоящих от максимума на интервал λ:

$$W^*(x_0,\lambda)=\frac{\int\limits_{-\infty}^{0}|\ddot{x}|\,W_3^*[x_0,0,\ddot{x}]\,d\ddot{x}}{\int\limits_{-\infty}^{0}|\ddot{x}|\,W_2[0,\ddot{x}]\,d\ddot{x}},\tag{31}$$

где $W_3^*\left[x_0,\dot{x},\ddot{x}\right]$ — совместная плотность вероятности процесса в момент $t_0+\lambda$ и двух его производных в момент t_0, и совместную плотность вероятности максимумов и значений процесса, отстоящих от максимума на интервал λ:

$$W[x_m,x_0]=\frac{\int\limits_{-\infty}^{0}|\ddot{x}|\,W_4\left[x_0,x_m,0,\ddot{x}\right]d\ddot{x}}{\int\limits_{-\infty}^{0}|\ddot{x}|\,W_2[0,\ddot{x}]\,d\ddot{x}},\tag{32}$$

где $W_4\left[x_0,x_m,\dot{x},\ddot{x}\right]$ — четырехмерная плотность вероятности значений процесса в моменты времени t_0 и $t_0+\lambda$ и двух его производных в момент времени t_0. Аналитический вид этой плотности вероятности для нормального процесса указан в работе [2] и здесь не приводится из-за громоздкости. Интегралы, входящие в выражения (30)—(32), вычисляются в явном виде, и математическое ожидание и дисперсия максимумов равны:

$$m_{x_m}=-\sigma_x\frac{r^{\mathrm{II}}(0)}{\sqrt{r^{\mathrm{IV}}(0)}}\sqrt{\frac{\pi}{2}};\tag{33}$$

$$D_{x_m}=\sigma_x^2\left\{1+\left(1-\frac{\pi}{2}\right)\frac{[r^{\mathrm{II}}(0)]^2}{r^{\mathrm{IV}}(0)}\right\}.\tag{34}$$

Математическое ожидание и дисперсия значений процесса, отстоящих на λ от максимума:

$$m_{x_0}=-\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\sigma_x\frac{r^{\mathrm{II}}(\lambda)}{\sqrt{r^{\mathrm{IV}}(0)}};\tag{35}$$

$$D_{x_0}=\sigma_x^2\left\{1-\frac{[r^{\mathrm{I}}(\lambda)]^2}{[-r^{\mathrm{II}}(0)]}+\left(1-\frac{\pi}{2}\right)\frac{[r^{\mathrm{II}}(\lambda)]^2}{r^{\mathrm{IV}}(0)}\right\},\tag{36}$$

а корреляционный момент между максимумом и значением процесса, отстоящим на λ от максимума:

$$K_{x_m x_0}(\lambda)=\left[r(\lambda)+\left(1-\frac{\pi}{2}\right)\frac{r^{\mathrm{II}}(0)\,r^{\mathrm{II}}(\lambda)}{r^{\mathrm{IV}}(0)}\right]\sigma_x^2.\tag{37}$$

После подстановки полученных выражений в формулы (26), (27) для математического ожидания и дисперсии амплитудной погрешности воспроизведения максимумов имеем:

$$M_e^*(\lambda) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\sigma_x\,\frac{r''(\lambda) - r''(0)}{\sqrt{r^{\mathrm{IV}}(0)}}; \tag{38}$$

$$D_e^*(\lambda) = \sigma_x^2\left\{2 - 2r(\lambda) - \left[\frac{r'(\lambda)}{\sqrt{-r''(0)}}\right]^2 + \left(1 - \frac{\pi}{2}\right)\left[\frac{r''(0) - r''(\lambda)}{\sqrt{r^{\mathrm{IV}}(0)}}\right]^2\right\}. \tag{39}$$

Как уже отмечалось (п. 2), интервал дискретизации обычно выбирается достаточно малым ($T \ll \tau_{\text{кор}}$), поэтому для выражений (38), (39) можно получить следующие приближенные соотношения:

$$M_e^*(\lambda) \simeq -\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\sigma_x\,\frac{1}{2}\sqrt{r^{\mathrm{IV}}(0)}\,\lambda^2 \simeq -0{,}6\,\sigma_x\sqrt{r^{\mathrm{IV}}(0)}\,\lambda^2; \tag{40}$$

$$D_e^*(\lambda) \simeq 0{,}11\sigma_x^2 r^{\mathrm{IV}}(0)\,\lambda^4. \tag{41}$$

Учитывая сделанные в п. 2 предположения о характере распределения фазовой погрешности, последние выражения можно осреднить по λ. В результате получаем:

$$M_e \simeq -0{,}05\,\sigma_x\sqrt{r^{\mathrm{IV}}(0)}\,T^2; \tag{42}$$

$$D_e \simeq 1{,}4\cdot 10^{-3}\sigma_x^2\, r^{\mathrm{IV}}(0)\,T^4. \tag{43}$$

Достаточно близкие результаты могут быть получены из следующих упрощенных представлений. Вблизи фиксированного экстремума может быть использована параболическая аппроксимация (4), так что амплитудная погрешность может быть приближенно записана следующим образом:

$$e\left(\lambda, x_m''\right) = -\frac{1}{2}\lambda^2 x_m'', \tag{44}$$

где $x_m'' = x''(t_0)$ — значение второй производной реализации в точке максимума. Распределение величины λ считаем равномерным в интервале $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$. Распределение величины x_m'' в точках экстремума совпадает с безусловным распределением функции, $x''(t)$, поскольку значения $x''(t)$ и $x'(t)$ при одном и том же t не коррелированы. В точках максимумов имеем $x_m'' < 0$, поэтому плотность вероятности величины x_m'' для максимумов нормального процесса имеет вид

$$W(x_m'') = \begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{2\pi r^{\mathrm{IV}}(0)}\,\sigma_x}\exp\left\{-\dfrac{(x_m'')^2}{2\sigma_x^2 r^{\mathrm{IV}}(0)}\right\} & \text{при } x_m'' < 0; \\ 0 & \text{при } x_m'' > 0. \end{cases} \tag{45}$$

Проведя осреднение независимо по случайным величинам λ и x_m'' получаем:

$$M_e = M_{\lambda, x_m''}\left\{e\left(\lambda, x_m''\right)\right\} =$$

$$= -\int\limits_{-T/2}^{T/2}\frac{1}{T}d\lambda\int\limits_0^{\infty}\frac{1}{2}\lambda^2 x_m''\frac{2}{\sqrt{2\pi r^{\mathrm{IV}}(0)}\,\sigma_x}e^{-\frac{(x_m'')^2}{2\sigma_x^2 r^{\mathrm{IV}}(0)}}dx_m'' =$$

$$= -\frac{1}{24}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\sigma_x T^2\sqrt{r^{\mathrm{IV}}(0)} \simeq -3{,}3\cdot 10^{-2}\sigma_x T^2\sqrt{r^{\mathrm{IV}}(0)}; \tag{46}$$

$$D_e + M_e^2 = M_{\lambda, x_m''}\left\{e^2\left(\lambda, x_m''\right)\right\} = \frac{1}{320}\sigma_x^2 T^4 r^{\mathrm{IV}}(0) \simeq 3{,}1\cdot 10^{-3}\sigma_x^2 T^4 r^{\mathrm{IV}}(0); \tag{47}$$

$$D_e \simeq 2{,}0\cdot 10^{-3}\sigma_x^2 T^4 r^{\mathrm{IV}}(0), \tag{48}$$

что достаточно хорошо согласуется с соотношениями (42), (43).

Допустимое значение $T_{доп}$ интервала дискретизации T может быть определено из условия

$$\frac{D_e + M_e^2}{\sigma_x^2} \leqslant \delta_{доп}^2, \quad (49)$$

где $\delta_{доп}$ — допустимое значение относительной величины погрешности. В частности, для колоколообразной корреляционной функции

$$r(\tau) = e,^{-\alpha^2\tau^2} \quad (50)$$

определяющей широкополосный процесс, дифференцируемый произвольное число раз, по формуле (47) получаем

$$D_e + M_e^2 = 0{,}037\,\sigma_x^2\,\alpha^4 T^4. \quad (51)$$

Допустимое значение интервала дискретизации

$$T_{доп} \simeq \frac{1}{\alpha\sqrt[4]{0{,}037}}\sqrt{\delta_{доп}} \simeq \frac{2{,}28}{\alpha}\sqrt{\delta_{доп}}. \quad (52)$$

Отметим, что при использовании для определения интервала дискретизации формул (42) и (43)

$$T_{доп} \simeq \frac{2{,}15}{\alpha}\sqrt{\delta_{доп}}, \quad (53)$$

что практически совпадает с результатом, полученным при упрощающих предположениях.

При $\delta_{доп} = 0{,}05$ получаем $T_{доп} \simeq 0{,}5\frac{1}{\alpha}$, т. е. интервал дискретизации достаточно велик и сравним с интервалом корреляции. Для синусоиды

$$r(\tau) = \cos\omega_0\tau. \quad (54)$$

В этом случае имеем:

$$D_e + M_e^2 = \frac{1}{320}\sigma_x^2\,\omega_0^4 T^4; \quad (55)$$

$$T_{доп} \simeq \frac{4{,}2}{\omega_0}\sqrt{\delta_{доп}}. \quad (56)$$

При $\delta_{доп} = 0{,}05$ получаем $T_{доп} = 0{,}9\frac{1}{\omega_0}$, т. е. на периоде синусоиды должно быть не менее семи дискретных отсчетов.

4. Таким образом, результаты, приведенные в данной работе, свидетельствуют о возможности использования дискретных методов регистрации для определения максимальных значений исследуемых процессов. Полученные расчетные формулы позволяют по заданной допустимой погрешности воспроизведения максимальных значений определить допустимый интервал дискретизации.

Очевидно, что совершенно аналогичные результаты получаются при анализе точности регистрации минимумов непрерывного процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Первозванский. Случайные процессы в нелинейных автоматических системах. М., Физматгиз, 1962.
2. В. И. Тихонов. Выбросы случайных процессов. М., «Наука», 1970.

Поступила в редакцию 6 октября 1971 г.