Введение через аналого-цифровой преобразователь значений напряжения переходного процесса модели в ОЗУ ЭВМ позволяет осуществить (по установившимся значениям) автоматическое конструирование характеристики вход — выход МУ заданной формы. Использование в системе многоканального ЦАП обеспечивает направленное изменение параметров нагрузочной характеристики ($U_н$ и $R_н$) модели. При этом значение L, соответствующее начальному значению индуктивности выходной обмотки усилителя, вычисляется автоматически и сообщается экспериментатору. После введения соответствующей емкости в цепь обратной связи модели проводится исследование переходного процесса для полученного вида характеристики вход — выход.

Система определяет зависимость постоянной времени усилителя от амплитуды управляющего сигнала, длительность переходного процесса и его максимальную крутизну. Используя полученную информацию, система (с заданной точностью приближения) рассчитывает коэффициенты аппроксимирующего динамического уравнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Колосов, И. В. Калмыков, В. И. Нефедова. Элементы автоматики. М., «Машиностроение», 1970.
2. Б. Я. Коган. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., Физматгиз, 1963.
3. М. А. Розенблат. Бесконтактные магнитные устройства автоматики. М., Изд-во АН СССР, 1961.

Поступило в редакцию 20 октября 1972 г.

УДК 62-501

В. П. ПЕРОВ

(Ленинград)

СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ПО МИНИМУМУ ОШИБКИ И ПЛОЩАДИ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

В ряде случаев к системе целесообразно одновременно предъявлять требование минимума площади переходного процесса и ошибки установившегося режима при наличии помех. В качестве оценки площади переходного процесса можно принять интегральную оценку

$$I^2 = \int_0^\infty K^2(t, \tau)\, d\tau, \tag{1}$$

а точность характеризовать, как обычно, например, средним квадратом ошибки ξ^2. В выражении (1) $K(t, \tau)$ — весовая функция системы, т. е. ее реакция на единичное импульсивное воздействие, и, следовательно, оценка I^2 может служить характеристикой площади переходного процесса.

Критерий качества F системы, характеризующий точность установившегося режима и площадь переходного процесса, можно выразить в виде суммы

$$F = \xi^2 + \lambda I^2, \tag{2}$$

где λ — весовой коэффициент, выбираемый в соответствии с важностью оценки I^2 по сравнению с ξ^2; ξ^2 определяется известным выражением:

$$\overline{\xi^2} = \overline{H^2(t)} - 2\int_0^\infty \overline{Y(t-\tau)\,H(t)}\,K(t, \tau)\,d\tau + \int_0^\infty\int_0^\infty \overline{Y(t-\tau)\,Y(t-\vartheta)}\,K(t, \tau)\,K(t, \vartheta)\,d\tau\,d\vartheta, \tag{3}$$

в котором $Y(t)$ — входная функция системы; $H(t) = hs(t)$; $s(t)$ — полезная составляющая входной функции (сигнал); h — оператор требуемого линейного преобразования сигнала.

Если точность системы характеризовать дисперсией случайной ошибки при заданных коэффициентах динамической ошибки [1], то в (3) следует положить

$$Y(t) = \varphi(t).$$

где $\varphi(t)$ — случайная составляющая входной функции, и потребовать выполнения дополнительных условий:

$$\mu_i = \int_0^\infty \tau^i K(t, \tau)\, d\tau = (-1)^i\, i!\, (c_i + a_i), \tag{4}$$

где c_i — заданные коэффициенты динамической ошибки; a_i — коэффициенты, определяемые из равенства

$$hf(t) = a_0 f(t) + a_1 \dot{f}(t) + \ldots + a_r f^{(r)}(t), \tag{5}$$

в котором $f^{(i)}(t)$ — i-я производная от полиномиальной («регулярной») составляющей входного сигнала. Преобразованный таким образом критерий F будем называть для краткости критерием F_1. Заметим, что в случае строго ограниченного времени переходного процесса величиной T, т. е. если $K(t, \tau) = 0$ при $\tau > T$, в выражениях (1), (3), (4) верхний предел интегрирования принимается равным T.

Критерий F (F_1) может быть использован для синтеза оптимальных характеристик линейных систем. При этом, как обычно, вначале находится уравнение для весовой функции, минимизирующей критерий, а затем — решение этого уравнения для заданных условий.

Уравнение для весовой функции, обращающей в минимум критерий F, можно записать по аналогии с известным условием минимума ξ^2, выражаемым следующим интегральным уравнением:

$$\int_0^\infty \overline{Y(t-\tau)\, Y(t-\vartheta)}\, K(t, \vartheta)\, d\vartheta = \overline{H(t)\, Y(t-\tau)}. \tag{6}$$

Для этого, учитывая (1) и (2), запишем критерий F в виде

$$F = \overline{H^2(t)} - 2\int_0^\infty \overline{Y(t-\tau)\, H(t)}\, K(t, \tau)\, d\tau +$$

$$+ \int_0^\infty \int_0^\infty \left[\overline{Y(t-\tau)\, Y(t-\vartheta)} + \lambda^2 \delta(\tau - \vartheta)\right] K(t, \tau)\, K(t, \vartheta)\, d\tau\, d\vartheta. \tag{7}$$

Замечая формальное сходство (3) и (7) и учитывая, что (6) является условием минимума (3), запишем следующее условие для весовой функции, минимизирующей F:

$$\int_0^\infty \left[\overline{Y(t-\tau)\, Y(t-\vartheta)} + \lambda^2 \delta(\tau - \vartheta)\right] K(t, \vartheta)\, d\vartheta = \overline{H(t)\, Y(t-\tau)}. \tag{8}$$

Условия для весовой функции, обращающей в минимум критерий F_1, также можно записать по аналогии с известными условиями для весовой функции, оптимальной по критерию минимума среднеквадратической ошибки при заданных коэффициентах динамической ошибки и заданном времени переходного процесса, которые представляются следующим образом:

$$\int_0^T \overline{\varphi(t-\tau)\, \varphi(t-\vartheta)}\, K(t, \vartheta)\, d\vartheta = \overline{H(t)\, \varphi(t-\tau)} + \gamma_0 + \gamma_1 \tau + \ldots + \gamma_r \tau^r \quad (0 \leqslant \tau \leqslant T);$$

$$K(t, \tau) = 0; \quad \tau < 0; \ \tau > T, \tag{9}$$

где γ_i — множители, определяемые из дополнительных соотношений:

$$\mu_i = \int_0^T \tau^i K(t, \tau)\, d\tau = (-1)^i\, i!\, (c_i + a_i). \tag{10}$$

Соответственно весовая функция, минимизирующая F_1, удовлетворяет интегральному уравнению

$$\int_0^\infty \left[\overline{\varphi(t-\tau)\, \varphi(t-\vartheta)} + \lambda^2 \delta(\tau - \vartheta)\right] K(t, \vartheta)\, d\vartheta = \overline{H(t)\, \varphi(t-\tau)} +$$

$$+ \gamma_0 + \gamma_1 \tau + \ldots + \gamma_r \tau^r\ (0 \leqslant \tau \leqslant T); \ K(t, \tau) = 0; \ \tau < 0; \ \tau > T, \tag{11}$$

в котором коэффициенты $\gamma_0, \gamma_1, \ldots, \gamma_r$ определяются из соотношений (10).

Сопоставляя (6) и (8), а также (9) и (11), замечаем, что с точки зрения условий для оптимальной весовой функции $K(t, \tau)$ включение в исходный минимизируемый функционал интегральной оценки переходного процесса I^2 с весом λ^2 эквивалентно допол-

Тип системы	Оценка		
	ξ^2	$\lambda^2 I^2$	F
Система, оптимальная по критерию ξ^2	0,415	0,062	0,477
Система, оптимальная по критерию F	0,418	0,017	0,445

нительному воздействию помехи в виде стационарного «белого» шума с корреляционной функцией $\lambda^2\delta(t)$ (со спектральной плотностью λ^2), не коррелированного с входным воздействием.

Из аналогии уравнений (8), (11) и соответствующих известных уравнений (6), (9) следует подобие их решений. В частности, известные общие решения уравнений (6), (9) [1, 2] справедливы для уравнений (8), (11), если исходную автокорреляционную функцию $R(\vartheta, \tau)$ входного процесса заменить эквивалентной функцией $R_э(\vartheta,\tau) = R(\vartheta, \tau)+\lambda^2\delta(\vartheta-\tau)$ или соответственно исходную спектральную плотность $s(\omega)$ заменить эквивалентной спектральной плотностью $s_э(\omega)=s(\omega)+\lambda^2$.

Рассмотрим простейший пример. Предположим, что входная функция состоит из стационарного случайного сигнала $m(t)$ со спектральной плотностью

$$s_m(\omega) = \frac{1}{\omega^2+1}$$

и помехи в виде «белого» шума со спектральной плотностью

$$s_n(\omega) = c^2.$$

В этом случае частотная характеристика фильтра, оптимальная по критерию ξ^2, определяется выражением [1]

$$\Phi(j\omega) = \frac{1}{(c+\sqrt{1+c^2})(\sqrt{1+c^2}+jc\omega)}. \quad (12)$$

Согласно изложенному частотная характеристика, оптимальная по критерию F, может быть получена из выражения (12), если в нем $s_n(\omega)=c^2$ заменить на $s_{nэ} = s_n(\omega)+\lambda^2$, т. е. вместо c^2 подставить $c^2+\lambda^2$. В результате получим

$$\Phi_F(j\omega) = \frac{1}{(\sqrt{c^2+\lambda^2}+\sqrt{1+c^2+\lambda^2})(\sqrt{1+c^2+\lambda^2}+j\sqrt{c^2+\lambda^2}\omega)}. \quad (13)$$

В таблице приведены значения I^2, ξ^2 и критерия F, обеспечиваемые системами, оптимальными по критерию ξ^2 и по критерию F при $c^2=\lambda^2=1$. Из таблицы видно, что система с весовой функцией (13), как и следовало ожидать, имеет преимущество перед системой с весовой функцией (12) в смысле критерия F, а также оценки I^2.

ВЫВОДЫ

Критерий, характеризующий точность линейной системы в установившемся режиме и площадь переходного процесса, можно наиболее просто представить в виде суммы функционала ξ^2, выражающего средний квадрат ошибки, и функционала $\lambda^2 I^2 = \lambda^2 \int_0^\infty K^2(t,\tau)\,d\tau$, характеризующего площадь переходного процесса. В этом случае суммарный функционал формально не отличается от функционала ξ^2, что позволяет при решении задачи синтеза оптимальных характеристик использовать известные решения. В то же время получаемые решения по существу отличаются учетом требования минимизации площади переходного процесса. Формально критерий F является более частным по сравнению с критерием, использованным в [3], для регуляризации задач статистического синтеза и обеспечения минимальной сложности синтезируемых систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Солодовников. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.
2. Н. И. Андреев. Корреляционная теория статистически оптимальных систем. М., «Наука», 1966.
3. В. В. Солодовников, В. Л. Ленский. Синтез систем управления минимальной сложности.— Изв. АН СССР, «Техническая кибернетика», 1966, № 2.

Поступило в редакцию 21 марта 1972 г.